

## **BTO** rapport

COMSIMA: model voor spanningen op ondergrondse leidingen



BTO 2015.206(s) | Mei 2015

COMSIMA: model voor spanningen op ondergrondse leidingen

## **BTO**

COMSIMA: model voor spanningen op ondergrondse leidingen

BTO 2015.206(s) | Mei 2015

Opdrachtnummer 400554-072

Projectmanager N. Slaats

Opdrachtgever BTO - Thematisch onderzoek - Assetmanagement

**Kwaliteitsborger(s)** M. Blokker

Auteur(s) B.A. Wols, A. Moerman

#### Verzonden aan

Dit rapport is selectief verspreid onder medewerkers van BTO-participanten en is verder niet openbaar.

Jaar van publicatie 2015

Meer informatie

B.A. Wols +31 30 606 9604 т

E bas.wols@kwrwater.nl

Keywords Storingen; spanningen; leidingbreuk; zetting; verkeer PO Box 1072 3430 BB Nieuwegein The Netherlands

+31 (0)30 60 69 511 +31 (0)30 60 61 165 info@kwrwater.nl Е www.kwrwater.nl Т



Watercycle

BTO 2015.206(s) | Mei 2015 © KWR

Alle rechten voorbehouden.

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

## Samenvatting

Het bezwijken van drinkwaterleidingen in de ondergrond treedt op als ergens in de leiding de toelaatbare spanning wordt overschreden. Spanningen in de leiding worden veroorzaakt door een combinatie van belastingen. Voor het beheer van de ondergrondse leidingen is het daarom van groot belang om inzicht te hebben in de spanningen in de leidingen.

Een model (COMSIMA - COMputation of Stresses In MAins) is ontwikkeld om de spanningen in de leiding te berekenen. COMSIMA maakt gebruikt van gegevens van de leiding, grond, zettingen, verkeer- en bovenbelasting. Berekeningen kunnen zowel voor leidingen met starre verbindingen als leidingen met flexibele verbindingen worden uitgevoerd. COMSIMA berekent een spanning in de leiding alsmede een hoekverdraaiing van een verbinding. Falen treedt op als de toelaatbare spanning (in dit geval de vloeispanning van het materiaal) of de toelaatbare hoekverdraaiing wordt overschreden.

Voor een goede uitkomst van het model zijn nauwkeurige invoergegevens nodig. Hier zitten echter grote onzekerheden in. Daarom is een probabilistische analyse toegevoegd aan het model. Hiermee wordt de onzekerheid in iedere invoerparameter meegenomen in de berekening van de kans op falen van een leiding.

COMSIMA is geïmplementeerd in GIS (ArcGIS), zodat een groot drinkwaterleidingnetwerk doorgerekend kan worden. De berekende spanningen zijn dan meteen inzichtelijk via een extra laag op het bestaande leiding-informatiesysteem in GIS.

Het model inclusief de gebruikte schematisaties is gevalideerd aan de hand van eindigeelementen-berekeningen (FEM). De resultaten van COMSIMA komen goed overeen met 3D eindige-elementenmodellen. Op basis hiervan wordt geconcludeerd dat de mechanische werking van het model nauwkeurig wordt weergegeven, terwijl er door de gebruikte schematisaties snel gerekend kan worden.

Een aantal standaardgevallen is doorgerekend (AC, grijs gietijzer (GGIJ) en PVC in zand, klei en veengronden), waarbij de invloed van diameter, interne druk, verkeersbelasting en zettingsparameters is onderzocht. De stijfheid van de leiding ten opzichte van de grond bepaalt in welke mate de leiding een zetting volgt en hoe groot de spanningen worden. Dit verschilt per materiaal, grondsoort en diameter. Zo zal bij AC- en GGIJ-leidingen de spanning als gevolg van zetting bij een grotere diameter sterk toenemen, terwijl deze bij PVC gelijk is voor alle diameters. AC en GGIJ leidingen in zandgronden zullen de grootste spanningen geven bij een grote verschilzetting. In de praktijk zal de verschilzetting in zandgronden echter klein zijn. Uit de modellering volgt dat bij een zettingsverschil over een afstand van meer dan 20 m het effect van zetting klein is.

COMSIMA kan ondersteuning bieden aan een betere onderbouwing van sanerings- en/of vervangingsbeslissingen. De informatie over verwachte spanningen kan samen met andere informatiebronnen leiden tot meer gefundeerde asset-managementbeslissingen. De GIS implementatie van COMSIMA is beschikbaar (Python code).

## Inhoud

Samenvatting				
1	Inleiding	4		
1.1	Aanleiding en doel	4		
1.2	Leeswijzer	5		
2	Modellering	6		
2.1	Inleiding	6		
2.2	Combineren van spanningen	7		
2.3	Spanningen ten gevolge van zettingen	8		
2.4	Spanningen ten gevolge van interne druk	9		
2.5	Spanningen ten gevolge van verticale belastingen	10		
2.6	Buigspanningen ten gevolge van verkeersbelasting	15		
2.7	Probabilistische analyse	16		
3	Implementatie in GIS	17		
3.1	Inleiding	17		
3.2	Benodigde informatie	17		
3.3	Databewerkingen met GIS	18		
4	Resultaten modellering	21		
4.1	Modellering voor verschillende leidingmaterialen			
	en grondsoorten	21		
4.2	Variatie van diameter	22		
4.3	Variatie van interne druk	23		
4.4	Variatie van afstand buis tot de weg	24		
4.5	Variatie van zetting	24		
5	Validatie met FEM berekeningen	26		
5.1	Spanningen in buis door zettingen	26		
5.2	Spanningen in buizen bij verschillende belastingen	27		
6	Conclusies en aanbevelingen	28		
6.1	Samenvatting en conclusies	28		
6.2	Aanbevelingen	28		
Referenties				
Bijlag	Bijlage I Overzicht materiaaleigenschappen			
Bijlag	je II Curve fit tussen buigend moment en			
rigidi	teit	34		

## 1 Inleiding

#### 1.1 Aanleiding en doel

Voor een goede afweging voor het vervangen van leidingen is het van belang gebruik te maken van de juiste informatiebronnen en deze op een goede manier met elkaar te combineren. In het BTO project 'van leidingdata naar leidingkennis' wordt een systeem ontworpen dat op basis van omgevingsdata en leidingdata invoer levert voor beslisondersteunende asset-managementsoftware. Een onderdeel daarvan is een model dat een weergave geeft van de spanningen in de leiding.

In een voorgaand onderzoek (Wols et al., 2014a,b,c) is het effect van grondzettingen als gevolg van klimaatverandering op drinkwaterleidingen onderzocht. Veranderende neerslagpatronen kunnen leiden tot grotere bewegingen van de bodem, wat kan leiden tot schade aan leidingen. Droogte is een belangrijk oorzaak voor bodembewegingen. Uit de klimaatscenario's van het KNMI blijkt dat droogte aanzienlijk kan toenemen (met name in het W+ scenario). Er is een mechanisch model ontwikkeld dat de spanningen in een ondergrondse leiding berekent als gevolg van zettingen van de bodem. Dit model is geïmplementeerd in een geografisch informatie systeem (GIS) (Wols et al., 2014b), zodat eenvoudig een inschatting gemaakt kan worden van het effect van zettingen op een leidingnetwerk. Een leiding is ook onderhevig aan andere belastingen dan zettingen, zoals interne drukken en verkeersbelastingen. Het is van belang om deze belastingen mee te nemen in de berekening, zodat een beter beeld gekregen wordt van de spanningen die aanwezig zijn in de leiding.

Naast uitbreiding van het model met andere belastinggevallen is validatie van het model een belangrijk aspect. Het direct meten van spanningen in bestaande leidingen is een tijdrovende en kostbare inspanning. Alternatieven voor experimentele validatie zijn:

- Het mechanische gedeelte van de modellering kan gevalideerd worden met behulp van FEM berekeningen. Hieruit volgt of de vereenvoudigingen in de GIS modellering toelaatbaar zijn om tot nauwkeurige berekeningen van spanningen te komen.
- Validatie aan de hand van storingen. Hieruit volgt of de leidingen met hogere spanningen ook daadwerkelijk meer storen. Dit zegt iets over de bruikbaarheid van het mechanische model in combinatie met beschikbare informatiebronnen (zettingen, grondsoorten, leidinggegevens) voor beslisondersteuning bij vervangingsvraagstukken.

Doel van het onderzoek is om het bestaande spanningsmodel verder te ontwikkelen door andere relevante belastingen op de leiding mee te nemen en deze vervolgens te valideren. Het model heeft de naam COMSIMA (COMputation of Stresses In MAins) gekregen. Het model is een model in ontwikkeling en is vooral bedoeld om op eenvoudige wijze de spanningen in een groot aantal leidingen te berekenen. Veroudering van de leidingen is nog niet meegenomen. Het model is uitgewerkt voor de materialen PE, PVC, AC, staal, en nodulair en grijs gietijzer. Verbindingen zijn meegenomen in de modellering, appendages niet. Dit rapport beperkt zich tot de (mechanische) werking van het model en validatie met FEM berekeningen. In een vervolg zal voor een pilotgebied uitgewerkt worden hoe de resultaten van het model zich verhouden tot storingsgegevens.

#### 1.2 Leeswijzer

In dit rapport is de achtergrond van COMSIMA beschreven. De rekenregels om de spanningen te berekenen voor de verschillende belastingen zijn weergegeven in hoofdstuk 2. Vervolgens behandelt hoofdstuk 3 de implementatie van het model in een geografisch informatie systeem (GIS). Resultaten van de modellering zijn beschreven in hoofdstuk 4. Validatie van het mechanische gedeelte van het model aan de hand van 3D eindige elementen methoden (FEM) is onderdeel van hoofdstuk 5.

## 2 Modellering

#### 2.1 Inleiding

Om de juiste spanningen in de leiding te berekenen moeten alle relevante belastingen op de leiding beschouwd worden. Dit zijn:

- Zettingen
- Interne druk
- Verticale belastingen:
  - o Grondbelasting
  - Eigen gewicht leiding en inhoud
  - Opdrijvend vermogen
  - Verkeersbelasting

Belastingen zoals druk door wortels zijn niet meegenomen in de modellering. De belastingen leiden tot spanningen in verschillende richtingen (langsrichting, omtrekrichting). Tot nu toe zijn in het spanningsmodel dat ontwikkeld was voor zettingen alleen spanningen in de langsrichting beschouwd. Echter, als de andere belastingen toegevoegd worden, zal dit ook leiden tot spanningen in de omtrekrichting. In COMSIMA worden zowel de spanningen in omtrekrichting als in langsrichting beschouwd. Strikt genomen is er nog een derde component, een spanning in radiale richting, maar deze is klein (en nul aan de binnenzijde en buitenzijde van de buis). De verticale belastingen en interne druk zullen leiden tot spanningen in omtrekrichting. De grondbelasting en interne druk zijn over een leidingdeel gelijkmatig verdeeld, en zullen daarom niet leiden tot buigende momenten en buigspanningen in langsrichting. De verkeersbelasting kan wel leiden tot spanningen in langsrichting, omdat de verkeersbelasting niet gelijkmatig verdeeld is over de lengte van de buis en daarmee een buigend moment geeft (in tegenstelling tot de andere verticale belastingen). En de interne druk kan naast spanningen in omtrekrichting ook tot spanningen in langsrichting leiden vanwege dwarscontractie (door aan een materiaal te trekken wordt dit materiaal dunner, wat leidt tot spanningen in de andere richting). Daarnaast kunnen de ongelijkmatige zettingen leiden tot vertikale (dwars)krachten in de buis. Deze krachten worden verwaarloosd. Daarnaast zijn krachten onder invloed van bochten (spatkrachten) en temperatuur niet meegenomen in de modellering.

Samengevat worden de volgende spanningen beschouwd (Figuur 2.1):

- Spanningen in langsrichting ten gevolge van buigende momenten door verschilzettingen van de grond. Verschilzetting geeft het verschil in zetting aan over de lengte van de leiding.
- Spanningen in omtrekrichting (boven en onder de buis positief, aan de zijkanten negatief) ten gevolge van de verticale belasting en verkeersbelasting
- Spanningen in langsrichting ten gevolge van de verkeersbelasting
- Spanningen in omtrekrichting ten gevolge van inwendige druk
- Spanningen in langsrichting ten gevolge van inwendige druk (dwarscontractie)

De spanningen van de verschillende belastinggevallen worden per richting bij elkaar opgeteld, zodat er in beide richtingen een totaalspanning wordt berekend. Vervolgens worden de spanningen in beide richtingen gecombineerd volgens een Von Mises criterium (het Von Mises criterium geeft aan wanneer een monster plastisch vervormt als in het in meerdere richtingen wordt belast). Bij plastisch vervormen gaat het materiaal vloeien en zal de vorm veranderen. Dit kan gebeuren bij PVC, PE en stalen leidingen. Voor brosse materialen die niet vloeien (zoals AC en gietijzer) gebruiken we als vloeispanning de breukspanning.



Figuur 2.1 Overzicht van de belastingen op de buis en spanningen in de leiding.

In het model zal een leiding falen als de vloeispanning (volgens het Von Mises criterium) van het materiaal wordt overschreden of als de toelaatbare hoekverdraaiing van de verbinding wordt overschreden.

#### 2.2 Combineren van spanningen

Er worden spanningen berekend in langsrichting en omtrekrichting op verschillende posities in de buis (boven, onder en zijden). De spanningen als gevolg van de verschillende belastingen kunnen bij elkaar opgeteld worden (voor iedere positie en richting). In omtrekrichting is dit:

$$\sigma_1 = \sigma_{1,p} + \sigma_{1,q}$$

waarbij  $\sigma_{l}$  de totale spanning in omtrekrichting is, en  $\sigma_{l,p}$  de spanning door druk en  $\sigma_{l,q}$  de spanning als gevolg van de bovenbelasting (inclusief verkeer).

En in langsrichting is dit:

$$\sigma_2 = \sigma_{2,set} + \sigma_{2,p} + \sigma_{2,traffic}$$

waarbij  $\sigma_2$  de totale spanning in langsrichting is, en  $\sigma_{2,set}$  de spanning door zettingen,  $\sigma_{2,p}$  de spanning als gevolg van druk en  $\sigma_{2,traffic}$  de spanning als gevolg van verkeersbelasting is.

Vervolgens kunnen de twee richtingen gecombineerd worden door de Von Mises spanning te bepalen. Voor een geval met twee hoofdspanningen ( $\sigma_1$  en  $\sigma_2$ ) is de Von Mises spanning gelijk aan ( $\sigma_v$ ):

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$$

Vervolgens wordt de spanning getoetst aan de toelaatbare spanning van het materiaal. Hiervoor gebruiken we de vloeispanning van het materiaal. De buis zal falen als de Von Mises spanning de vloeispanning overschrijdt.

Voor de materialen PVC en PE speelt de duur van de belasting ook een rol. Naarmate een PVC of PE buis langer aan eenzelfde belasting wordt blootgesteld wordt de toelaatbare spanning kleiner. Er wordt daarom onderscheid gemaakt tussen een korte-duurbelasting (voor verkeersbelastingen) en een lange-duurbelasting voor de andere belastingen. Bij de korteduurbelasting wordt de spanning in de leiding als gevolg van zowel de verkeersbelasting als de andere belastingen meegenomen en bij de lange-duurbelasting wordt de spanning in de leiding van alle belastingen zonder de verkeersbelasting meegenomen. Deze beide (Von Mises) spanningen worden genormaliseerd met de toelaatbare spanning voor korte en lange duur en de hoogste waarde wordt vervolgens gekozen.

#### 2.3 Spanningen ten gevolge van zettingen

Voor zettingen is een model ontwikkeld dat op basis van een verschilzettingsprofiel van de grond de buigende momenten en buigspanningen in de leidingen berekent. Om dit te berekenen wordt een leidingdeel in langsrichting beschouwd als een ligger op een elastische fundering. De grond-leiding interactie wordt gemodelleerd door middel van veren, waarbij de veerkarakteristiek afhangt van de richting van de verplaatsing (de buis kan makkelijker omhoog bewegen dan naar beneden). Bij een te grote verplaatsing zal de grond plastisch gaan vervormen, dit is ook meegenomen in de veerkarakteristiek.

Voor de berekeningen van de buigspanningen door (ongelijkmatige) zettingen wordt een bepaald grondverplaatsingsprofiel aangenomen (zie Wols et al., 2014ab). Hierin zit de grootte van de verschilzetting ( $S_{max}$ ) en de horizontale afstand waarover de verschilzetting plaatsvindt (*i*), zodat allerlei verschilzettingen meegenomen kunnen worden. Het opgelegde zettingsprofiel geeft een buigend moment in de buis. De grootte van het buigend moment hangt onder meer af van de grond-leiding interactie: naarmate de buis stijver is ten opzichte van de grond, kan de buis moeilijker de grond volgen en is de verplaatsing van de buis kleiner. Dit is weergegeven in het genormalizeerde buigend moment ( $M_{norm}$ ), dit is het buigend moment met grond-leiding interactie ten opzichte van het buigend moment zonder grond-leiding interactie. Deze  $M_{norm}$  moet met behulp van numerieke modellen bepaald worden. In deze numerieke modellen (1D model) wordt een 1D differentiaalvergelijking voor een verende ligger opgelost (zie Wols et al. (2014a)). Aan de hand van een groot aantal berekeningen met het numerieke model is een curve fit gemaakt tussen de  $M_{norm}$  en de rigiditeit (*R*). De rigiditeit is een maat voor de stijfheid van de leiding ten opzichte van de stijfheid van de grond:

$$R_3 = \frac{EI}{K_s i^4}$$

waarbij *E* de elasticiteitsmodulus van het buismateriaal is [Pa], *I* het traagheidsmoment van de buis (m<sup>4</sup>), die afhangt van de diameter en wanddikte van de leiding,  $K_s$  de veerconstante van de grond [N/m<sup>2</sup>] en *i* de afstand waarover de verschilzetting plaatsvindt [m].

De curve fits hangen af van de stijfheid van de verbinding en de lengte van het buisdeel tussen de verbinding. Uitgaande van een slappe verbinding (de stijfheid van de verbinding is klein ten opzichte van de buigstijfheid van de buis, weergegeven met de parameter 7) is het verband gevonden volgens Figuur 2.2. Eenzelfde verband is gevonden voor de hoekverdraaiing. In Bijlage II staan de wiskundige vergelijkingen voor deze curve fits.



Figuur 2.2 Verband tussen rigiditeit en genormalizeerd buigend moment in de buis voor verschillende grondsoorten en verschillende afstanden tussen de verbindingen  $(x_j=L/i, waarbij L_j de afstand tussen de verbindingen is)$ . T geeft de stijfheid van de verbindingen aan, waarbij T=0.01 een flexibele verbinding is.

De maximale spanningen in langsrichting als gevolg van het zettingsprofiel zijn (Wols et al., 2014a):

$$\sigma_{2,set} = EM_{norm} \frac{\exp(-0.5)S_{max}D}{\sqrt{8\pi}i^2}$$

waarbij *E* de elasticiteitsmodulus van het buismateriaal is [Pa],  $S_{max}$  de verschilzetting, *i* de afstand waarover de verschilzetting plaatsvindt,  $M_{norm}$  het buigend moment met grond-leiding interactie ten opzichte van het buigend moment zonder grond-leiding interactie.

Deze spanningen treden op aan de bovenkant en onderkant van de buis. Omdat het zettingsprofiel puntsymmetrisch is, zal deze maximale spanning op twee posities (over de lengte van de buis) optreden, waarbij de richting van de spanningen verschillend is. Op de ene plek zit de trekspanning bovenin en de drukspanning onderin en op de andere plek omgekeerd. Aan de zijkanten van de buis zal de spanning nul zijn.

De hoekverdraaiing is genormalizeerd met de karakteristieken van de grondverplaatsing:

$$\theta_{norm} = \theta_{max} \frac{i}{S_{max}}$$

Voor  $\Theta_{norm}$  is ook het verband bepaald met de rigiditeit (Bijlage II),  $S_{max}$  de verschilzetting en *i* de afstand waarover de verschilzetting plaatsvindt. Als de maximale hoekverdraaiing groter is dan de toelaatbare zal de leiding falen.

#### 2.4 Spanningen ten gevolge van interne druk

Voor de interne druk kan er gerekend worden met de ontwerpdruk of de actuele druk. Voor de spanningen in omtrekrichting wordt uitgegaan van de ketelformule (NEN 3650-1:2003 D.1.1):

$$\sigma_{1,p} = \frac{p(D-t)}{2t}$$

waarbij p de druk is [Pa], D de uitwendige diameter [m] is en t de wanddikte van de buis [m].

De spanning in langsrichting is gelijk aan (NEN 3650-1:2003 D.1.3.1):

 $\sigma_{2,p} = v\sigma_p$ 

waarbij v de dwarscontractiecoëfficiënt of constante van Poisson is. Deze is materiaalafhankelijk (zie Bijlage I). De spanningen zijn over de gehele omtrek van dezelfde grootte.

#### 2.5 Spanningen ten gevolge van verticale belastingen

#### 2.5.1 Spanning door alle verticale belastingen

De totale verticale belasting ( $Q_{tot}$ , N/m) bestaat uit een grondbelasting, eigen gewicht van de leiding met inhoud, een opdrijvend vermogen als de leiding in het grondwater ligt en een verkeersbelasting:

$$Q_{tot} = Q_g + Q_{eg} + Q_o + Q_v$$

Waarbij  $Q_{g}$  de grondbelasting is,  $Q_{eg}$  de belasting ten gevolge van het eigen gewicht van de leiding,  $Q_{o}$  de belasting ten gevolg van opdrijven (in geval van opdrijven een negatieve belasting) en  $Q_{o}$  de verkeersbelasting.

De spanningen in omtrekrichting als gevolg van de verticale belasting worden berekend met (NEN 3650-1:2003 D.3.1.):

$$\sigma_{1,q} = f_{rr} \frac{KQ_{tot}r_g}{W_w}$$

Waarbij  $r_q$  de gemiddelde straal is ( $r_q = (D-t)/2$ ) en  $W_w$  het wandweerstandsmoment ( $W_w = t^2/6$ ), en K momentcoëfficiënten. De factor  $f_{rr}$  beschouwt het 'rerounding effect', dat uitsluitend geldt voor tangentieel flexibele buizen:

$$f_{rr} = \frac{1}{1 + \frac{2p_d r_g^3 k_y}{EI_w}}$$

Waarbij  $p_{d}$  de ontwerpdruk is en  $k_{y}$  de deflectiefactor en  $I_{w}$  het wandtraagheidsmoment  $(I_{w}=t^{3}/12)$ . De volgende buizen worden als tangentieel flexibel beschouwd: buizen van PVC, PE en AC. Voor de buismaterialen geldt  $f_{re}$  is gelijk aan 1.

De factoren *K* en  $k_{\gamma}$  hangen af van de ondersteuningshoek  $\alpha$  waarop de belasting aangrijpt (op welk gedeelte bovenop de buis de belasting staat) en de ondersteuningshoek  $\gamma$  waarop de krachten naar de bodem overgedragen worden. Voor wat oudere buizen met goed ingeklonken grond kan gekozen worden voor  $\alpha$ =180° en  $\gamma$ =120° (zie NEN 3650-1:2003 D.3.1.). De waarden staan in Tabel 2.1. Er worden dus spanningen berekend op 3 posities (boven, onder en zijden). Omdat de coëfficiënt het grootst is bij de bodem, zal hier de hoogste spanning optreden. Deze positie kan daarom als maatgevend genomen worden.

Tabel 2.1 Momentcoëfficiënten en deflectiefactoren voor verticale bovenbelasting (zie NEN 3650-1:2003, Tabel D.1)

	Momentcoëfficiënt	Momentcoëfficiënt	Momentcoëfficiënt	Deflectiefactor
	bodem (Kb)	top (Kt)	zijden (Ks)	(ky)
$\alpha$ =180° en $\gamma$ =120°.	0.138	0.131	-0.133	0.089

#### 2.5.2 Grondbelasting

Voor de grondbelasting wordt uitgegaan van de neutrale grondbelasting. Als het grondwaterniveau lager dan de buis zit is deze belasting gelijk aan (zie NEN 3650-1:2003 D.4.2.2):

$$Q_a = (H + (0.5 - \pi/8)D)\rho_d gD$$

waarbij *H* de gronddekking is (afstand maaiveld tot kruin van de leiding) en  $\rho_d$  de dichtheid van de droge grond is (kg/m<sup>3</sup>).

Als de buis zich in het grondwater bevindt, wordt de neutrale grondbelasting:

$$Q_{g} = H_{w}\rho_{d}gD + \{(H - H_{w}) + (0.5 - \pi/8)D\}(\rho_{n} - \rho_{w})gD$$

Waarbij  $H_w$  de stand van het grondwater is (ten opzichte van maaiveldniveau),  $\rho_n$  de dichtheid van natte grond (kg/m<sup>3</sup>) en  $\rho_w$  de dichtheid van water (kg/m<sup>3</sup>).

Bij zettingen kan de grondbelasting actief of passief worden en daarmee van grootte veranderen, dit effect wordt verwaarloosd.

#### 2.5.3 Eigen gewicht

Het eigen gewicht per lengte van de leiding en inhoud (gevuld met water) is gelijk aan:

$$Q_{eg} = \pi t (D - t) \rho_p g + 0.25 \pi (D - 2t)^2 \rho_w g$$

Waarbij  $\rho_p$  de dichtheid van het materiaal (kg/m<sup>3</sup>) is, *t* de wanddikte en  $\rho_w$  de dichtheid van water (kg/m<sup>3</sup>).

#### 2.5.4 Opdrijvend vermogen

Als de leiding volledig of gedeeltelijk in het grondwater ligt, is er ook een opdrijvende kracht. Voor een buis die (gedeeltelijk) in het grondwater ligt is deze gelijk aan:

$$Q_o = -\rho_w g\left(R^2\left(\pi - a\cos\left(\frac{R-h}{R}\right) + (R-h)\sqrt{h(2R-h)}\right)\right)$$

Waarbij *R* de straal is van de leiding (D/2) en *h* de afstand tussen het grondwaterniveau en kruin van de leiding ( $h=H_w$ -H). De waarde van *h* moet tussen 0 en *2R* liggen: als *h* kleiner is dan nul wordt *h* op nul gezet en als *h* groter is dan 2*R* wordt *h* op 2*R* gezet. Op deze manier worden respectievelijke de gehele buisoppervlakte (volledig onder water) of geen buisoppervlakte (niet onder water, en daarmee wordt  $Q_a=0$ ) gebruikt.

#### 2.5.5 Verkeersbelasting

Het verkeer veroorzaakt een bovenbelasting die zich uitspreidt door de ondergrond en een belasting geeft op de leiding. De Boussinesq benadering is gebruikt om de spanningen van een bovenbelasting naar de ondergrond te vertalen. Met deze benadering wordt de spanning in de ondergrond als gevolg van een puntlast berekend volgens:

$$\sigma_z = \frac{3Pz^3}{2\pi(r^2 + z^2)^{5/2}}$$

Een voertuig bestaat uit een aantal wielen die allemaal een spanning geven op de leiding. Een verkeersbelasting wordt nu als volgt gemodelleerd: de spanningen op de kruin van de leiding van de verschillende wiellasten van een maatgevende vrachtwagen worden bij elkaar opgeteld. Op deze manier kan voor een vrachtwagen met een bepaalde wielcombinatie precies de spanningen op de leiding berekend worden. Dit is gedaan in Figuur 2.4 voor een typische vrachtwagen. ledere as bestaat uit vier wielen (twee per kant) m.u.v. de voorste as. leder wiel is als aparte puntlast meegenomen in de berekening. De spanningen in de grond zijn weergegeven voor een aantal dieptes. Tot een diepte van 2 m zitten de hoogste spanningen in de grond direct onder de wielen (in het midden van de twee wielen). Pas bij grotere dieptes zal de maximale spanning in het midden van de vrachtwagen komen (combinatie van de wielen aan beide kanten van de as). Voor de bepaling van de vertikale verkeersbelasting op de leiding is het daarom voldoende om te werken met een enkele puntlast die de belasting van de twee wielen van de zwaarste as representeren. Omdat de exacte positie van de vrachtwagen op de weg toch niet bekend is, kan over de volledige wegbreedte met deze belasting gewerkt worden. Aangezien de waterleiding niet altijd direct onder de weg ligt (Figuur 2.3), zal de minimale (horizontale) afstand van de waterleiding tot het begin van de weg (parameter *a*) van belang zijn. De vertikale verkeerslast op de buis wordt dan:

$$q_v = \frac{3P_{max}H^3}{2\pi(a^2 + H^2)^{5/2}}$$

waarbij  $P_{max}$  de maximale wiellast (halve aslast) van het verkeer is [N]. Deze wiellast van een maatgevende vrachtwagen verschilt per wegklasse. Vervolgens wordt de aslast over de breedte van de leiding genomen om een last per lengte-eenheid van de buis te krijgen:

$$Q_v = q_v D$$



*Figuur 2.3 Verkeersbelasting op leiding. Horizontale afstand tot de leiding is weergegeven met parameter a.* 



Figuur 2.4 Overzicht van de grondspanningen door verkeer op verschillende dieptes in de grond. De maximale last in lengterichting staat in de figuren rechts.

De grootte van de maximale aslast en daarmee de wiellast hangt af van het type wegcategorie. De NEN-norm onderscheidt twee categorieën wegklassen:

- 1. Primaire en secundaire wegen (Rijks- en provinciale wegen), waarbij uitgegaan wordt van een maximale belasting model 3 (Load model 3 volgens de Europese code). Dit zijn speciale transporten.
- Overige wegen, waarbij uitgegaan wordt van "Fatigue load model 2, lorry 4" volgens de Europese code. Dit zijn vrachtwagens die op de Europese wegen kunnen voorkomen.

Voor de wegen in woonwijken is deze belasting waarschijnlijk te zwaar en zullen we een kleinere maatgevende vrachtwagen introduceren:

3. Straatniveau, waarbij uitgegaan wordt van "Fatigue load model 3, lorry 2", een typische (grote) bestelbus die regelmatig woonwijken aandoet.

De maximale aslasten zijn weergegeven in Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Overzicht wegklassen met maatgevende aslasten (deze waarden in de norm zijn inclusief een veiligheidsfactor van 1.2 die voor de berekening van de echte verkeerslast niet gebruikt wordt).



#### 2.6 Buigspanningen ten gevolge van verkeersbelasting

Omdat de verkeersbelasting niet gelijkmatig verdeeld is over de lengte van de buis (Figuur 2.5), zal er een buigend moment in de buis optreden. Hier wordt geen rekening mee gehouden in de NEN-norm, maar kan wel een extra spanning in de buis geven. De verdeelde belasting in lengterichting op de buis als gevolg van de wiellast kan met behulp van Boussinesq berekend worden:

$$Q_{\nu}(x) = \frac{3P_{max}H^3D}{2\pi(x^2 + H^2)^{5/2}}$$

Waarbij x de lengte-afstand langs de buis is en  $P_{max}$  de maximale wiellast. De wiellast van de vrachtwagen staat op x=0. Als de wiellast op een horizontale afstand *a* van de buis (buis loopt niet direct onder de weg), dan moet gewerkt worden met  $x' = \sqrt{x^2 + a^2}$ .



Figuur 2.5 Verkeersbelasting op de buis

Het buigend moment zal maximaal zijn op het punt met de hoogste belasting (direct onder of meest dichtbij de wiellast). Het buigend moment op een afstand *x* van de puntlast wordt berekend met:

$$M(x) = -\frac{P}{4\lambda} \exp(-\lambda |x|) \left(\cos(\lambda |x|) + \sin(\lambda |x|)\right)$$

waarbij  $\lambda = \sqrt[4]{\frac{K_s}{4El}}$ . Dit is een analytische oplossing voor een buigligger met verende ondergrond. Het buigend moment als gevolg van de gelijkmatig verdeelde belasting van de wiellast kan nu berekend worden door het integreren van een reeks puntlasten over *x*:

$$M_{tot} = \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{Q_{\nu}(x)}{4\lambda} \exp(-\lambda|x|) \left(\cos(\lambda|x|) + \sin(\lambda|x|)\right) dx$$

De buigspanning wordt dan:

$$\sigma_{2,traffic} = \frac{M_{tot}D}{2I}$$

Waarbij I het traagheidsmoment van de buis is  $(I = \pi/64 (D^4 - (D - 2t)^4))$ .

#### 2.7 Probabilistische analyse

Faalkansen kunnen met behulp van een probabilistische analyse berekend worden. Dit is gedaan met behulp van een Monte-Carlo analyse. Hierbij wordt het model een groot aantal keer gedraaid, waarbij de parameters in het model gevarieerd worden. De onzekerheid in de parameters bepaalt de variatie. Dit wordt gedaan met behulp van een trekking uit een statistische verdeling met een bepaald gemiddelde en standaard deviatie. De variatiecoëfficiënt, gelijk aan de standaarddeviatie gedeeld door het gemiddelde, geeft de mate van onzekerheid weer. Dit zal per parameter verschillen. Naarmate er meer bekend is kunnen kleinere waarden gebruikt worden voor de variatiecoëfficiënt. De standaardwaarden zijn weergegeven in Tabel 2.3, een deel hiervan komt uit Vrouwenvelder en Siemes (1987). Voor de grondparameters zijn lognormale verdelingen met grotere onzekerheden gekozen. De variatiecoefficienten zijn bepaald op basis van een eerste grove inschatting van de onzekerheid in de bepaling van de parameters. Naarmate er meer bekend is van een parameter kan de variatiecoëfficiënt verkleind worden.

In het model zal de leiding falen als óf de vloeispanning wordt overschreden óf de toelaatbare hoekverdraaiing wordt overschreden. De faalkans wordt berekend door het aantal simulaties waarin falen optreedt te delen door het totaal aantal simulaties. Als de faalkansen klein zijn moet een groot aantal simulaties gedraaid worden om deze goed te kunnen berekenen. De minimale faalkans die nog betrouwbaar berekend kan worden bij een *n* aantal simulaties wordt bepaald met (CUR rapport 190, 1997):

$$P_{f,min} = \frac{1}{1 + n/400}$$

Bij 100 000 simulaties kunnen bijvoorbeeld alleen faalkansen groter dan 0.4% berekend worden.

Parameter	Symbool	Verdeling	Variatiecoëfficiënt
Diameter	D	Normaal	0.004
Wanddikte	t	Normaal	0.04
Diepteligging	Н	Normaal	0.1
Druk	p_d	Normaal	0.1
Dichtheid leidingmateriaal	$\rho_{p}$	Normaal	0.04
Afstand tussen verbindingen	L,	Normaal	0.1
Horizontale afstand tussen wiellast en leiding	a	Normaal	0.1
Vloeispanning	$\sigma_{f}$	Normaal	0.08
Grondwaterstand	H	Normaal	0.1
Dichtheid grond droog	$\rho_{d}$	Normaal	0.08
Dichtheid grond nat	ρ <sub>n</sub>	Normaal	0.08
Veerconstante van de grond	K	Lognormaal	0.5
Max. verschilzetting	S <sub>max</sub>	Lognormaal	0.25
Afstand van de verschilzetting	i	Lognormaal	0.5

## 3 Implementatie in GIS

#### 3.1 Inleiding

COMSIMA is geïmplementeerd in GIS, zodat een volledig drinkwaterleidingnetwerk doorgerekend kan worden. Op basis van verschillende informatiebronnen (LIS, grondsoortenkaart, wegenkaarten, hydrologische kaarten, zettingskaarten) wordt voor iedere leidingdeel in het netwerk een inschatting gemaakt van de te verwachten maximale spanning in de leiding. Daarnaast kan ook een probabilistische analyse uitgevoerd worden met als resultaat een kans op falen voor een leidingdeel.

De programmeercode voor het model is geschreven in de programmeertaal Python. De Python code is eenvoudig uit te voeren in een ArcGIS omgeving (ESRI). Dit heeft als voordeel dat dit goed aansluit bij de verschillende informatiebronnen die meestal toegankelijk zijn via GIS. De berekende spanningen zijn dan meteen inzichtelijk via een extra laag op het bestaande leiding-informatiesysteem in GIS.

#### 3.2 Benodigde informatie

De benodigde informatiebronnen staan aangegeven in Tabel 3.1. Als een informatiebron niet beschikbaar is, kan voor een alternatief gekozen worden, welke gebaseerd kan zijn op ontwerprichtlijnen of vuistregels.

Gegevens	Bron	Alternatief
Ligging leiding	Leiding-informatiesysteem (LIS)	-
Leidingmateriaal	LIS	-
Diameter leiding	LIS	-
Wanddikte leiding	LIS	Ontwerprichtlijnen
		leidingen (zie Bijlage)
Afstand tussen verbindingen	Ontwerprichtlijnen leidingen	Aanname van 10 m
	(afhankelijk van materiaalsoort,	
	diameter en aanlegjaar)	
Diepteligging	LIS	Aanname van 1m onder
		maaiveld
Fysische constanten leidingmateriaal	Literatuur (zie Bijlage)	-
(elasticiteitsmodulus, vloeispanning,		
dwarscontractiecoëfficiënt)		
Grondsoort	Grondsoortenkaart 2006 <sup>1</sup>	-
Fysische constanten grond (dichtheid droge	Literatuur (zie Bijlage)	-
en natte grond, hoek van interne wrijving)		
Grondwaterstand	Bodemkaart van Nederland	Aanname vaste waarde
Grootte verschilzetting	Zettinsgskaart Rijksdienst voor	Satellietdata
	Cultureel Erfgoed	
Afstand waarover de verschilzetting optreedt	Aanname van 10 m	Satellietdata
Ligging weg en wegklasse	TOP10NL topografische kaart	-
Interne druk	Hydraulische berekening	Ontwerpdruk, vaste
		minimale druk (2.5 bar)

Tabel 3.1 Benodigde informatiebronnen voor het model.

<sup>1</sup> De Grondsoortenkaart 2006 is afgeleid van de Bodemkaart van Nederland.

#### 18

#### 3.3 Databewerkingen met GIS

Om het spanningsmodel te laten werken moet alle relevante GIS data (Tabel 3.1) gekoppeld zijn aan het leidingenbestand dat afkomstig is uit het LIS (Leiding Informatie Systeem). Dit wordt gedaan door GIS tools die aangeroepen worden vanuit het Python script.

#### 3.3.1 Bepaling bodemsoort

Voor elke leiding wordt met GIS bepaald in welke bodemsoort de leiding ligt. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van de Grondsoortenkaart (Tabel 3.1). De Grondsoortenkaart bevat geen gegevens van bebouwd gebied, omdat hier in het verleden grondroering en mogelijk ook grondverbetering plaats heeft gevonden. Dit hiaat kan in beperkte mate ondervangen worden door het 'opvullen' vanuit de gebieden waarvoor wel gegevens bekend zijn (interpolatie van de omringende bodem). Hiervoor is een GIS-methode ontwikkeld die beschreven is in Van Daal en Wols (2012, BTO 2012.242(s)). Na het 'opvullen' van de bebouwde gebieden wordt de data uit de Grondsoortenkaart middels het aanroepen van de ArcGIS *Intersect* tool gekoppeld aan de leidingdata.

Meer informatie over de Bodemkaart en de Grondsoortenkaart zijn te vinden in het hierboven genoemde rapport en Van Daal (2012, BTO 2012.222(s)).

#### 3.3.2 Bepaling zetting

Na koppeling van leidingdata en grondsoortdata wordt voor elke leiding een maximale zetting bepaald. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van de Zettingskaart van de Rijksdienst voor Cultureel Erfgoed (Tabel 3.1). Daarbij wordt uitgegaan van een hypothetische situatie waarbij de bodem opgehoogd wordt met een zandlaag van 1 m. Onder deze aanname is door Deltares met de Koppejan-methode de zetting berekend in de bovenste grondlaag van 20 m voor cellen van 100x100 m. De waarde van een cel is de maximale zetting die ergens in die cel voorkomt. Omdat de zetting op 1 m diepte nodig is (leidingen liggen gemiddeld op 1 m diepte) worden eerst de 19 onderste kaartlagen opgeteld tot één zettingskaart. De interpretatie van zetting op basis van deze kaartlaag kan op twee manieren plaats vinden:

- Koppeling van berekende absolute zetting uit rasterdata aan leidingen. Dit is een worst-case scenario waarbij aan alle leiding(delen) in de cel de maximale zetting die in de betreffende cel voorkomt toegekend wordt; het is immers niet bekend waar in de cel de maximale zetting optreedt.
- Koppeling van maximale verschilzetting aan leidingen. Hierbij wordt het raster met berekende absolute zetting omgerekend naar een raster met verschilzettingen.
  Daarna wordt de maximale verschilzetting die optreedt tussen een cel en de omgeving van die cel gekoppeld aan alle leiding(delen) binnen de betreffende cel.

Omdat alleen verschilzettingen tot spanningen in leidingen leiden wordt de tweede methode toegepast om zettingsgegevens aan leidingen te koppelen. Om de cellen van 100x100m te grof zijn om een afstand te bepalen waarover de verschilzetting plaatsvindt, is er een afstand van de verschilzetting van 10 m aangenomen. In de probabilistische analyse is hierop een grote onzekerheid gezet om de variatie die hierin kan optreden mee te nemen.

De zettingenkaart van de Rijksdienst voor Cultureel Erfgoed geeft een grove schatting van de zetting en kan gebruikt worden om toekomstscenario's door te rekenen. Voor meer informatie over de zettingskaart van de Rijksdienst voor Cultureel Erfgoed wordt de lezer verwezen naar de rapporten BTO 2012.242(s) en BTO 2012.222(s). Naast de zettingskaart van de Rijksdienst voor het Cultureel Erfgoed zijn er ook 100x100m zettingskaarten

beschikbaar, die de verwachte zetting als gevolg van klimaatverandering weergeven (voor verschillende KNMI klimaatscenario's, de Lange en Gunnik, 2011). Hierin is droogte een belangrijke oorzaak voor zetting. Op deze manier wordt het effect van zetting voor een toekomstig scenario ingeschat. De tijdshorizon is dan 35 (2050) of 85 (2100) jaar. Wanneer een berekening wordt uitgevoerd voor de huidige situatie is het gebruik van satellietdata (InSAR) beter. Hiermee kan ook een betere schatting gemaakt worden van de afstand waarover de verschilzetting plaatsvindt. Op basis van satellietdata kan de zetting per jaar berekend worden, waarmee geëxtrapoleerd kan worden naar een toekomstig jaar of teruggerekend vanaf de aanleg van de buis.

#### 3.3.3 Bepaling wegklasse en afstand tot weg

Voor het berekenen van de spanning als gevolg van verkeersbelasting zijn voor elke leiding uit het leidingenbestand twee gegevens nodig; (i) de wegklasse van de dichtstbijzijnde weg en (ii) de afstand tussen deze weg en de leiding. Voor deze bepaling wordt gebruik gemaakt van de wegendata uit de TOP10NL topografische kaart. In de TOP10NL wordt onderscheid gemaakt tussen verschillende wegtypen:

- Straat
- Lokale weg
- Regionale weg
- Hoofdweg
- Autosnelweg
- Overig

Deze wegtypen zijn in het spanningenmodel gekoppeld aan belastingmodellen (zie Tabel 2.2). Middels het aanroepen van de ArcGIS *Spatial Join* tool wordt voor elke leiding bepaald welke weg uit de TOP10NL het dichtste bij deze leiding ligt. Voor deze nabijheidsanalyse is een maximumafstand van 5 m gehanteerd om de rekentijd van de analyse te beperken. Op een afstand van meer dan 5 m tot de weg zijn de spanningen door statische verkeersbelasting verwaarloosbaar (zie Figuur 2.4). De gegevens van het gevonden attribuut (weg) worden vervolgens gekoppeld aan de gegevens van betreffende leiding, inclusief de horizontale afstand tussen beide attributen. Wanneer de afstand tussen een leiding en de dichtstbijzijnde weg meer dan 5 m bedraagt wordt een nulwaarde toegekend aan het wegtype (geen verkeersbelasting). Het Python script zet deze standaardwaarde om naar een verkeersbelasting gelijk aan nul.

#### 3.4 Probabilistische methode

Voor iedere leiding in het LIS kan naast een spanning ook een faalkans worden berekend. Hiervoor wordt voor iedere leiding het model een groot aantal keer gedraaid en worden de parameters van het model gevarieerd volgens een bepaalde probabilistische verdeling (Tabel 2.3). Het aantal keer dat een berekening leidt tot falen (overschrijden vloeispanning of hoekverdraaiing) ten opzichte van het totaal aantal berekeningen bepaalt de faalkans voor ieder leidingdeel. Op deze manier ontstaat een kaart met daarin faalkansen.

#### 3.5 Illustratie van een GIS berekening

Figuur 3.1 laat zien hoe het model eruit komt te zien nadat het geimplementeerd is in GIS. Dit is gedaan voor een fictief netwerk (zie Wols et al., 2014b)



Figuur 3.11llustratie van een voorbeeldberekening van het GIS model. Het materiaaltype (a), leidingdiameter (b), grondsoort (c), zettingen (d), genormalizeerde spanningen (e) en faalkans (f) zijn weergegeven voor een fictief netwerk (zie Wols et al., 2014b)

## 4 Resultaten modellering

#### 4.1 Modellering voor verschillende leidingmaterialen en grondsoorten

Er is een aantal standaardgevallen gedefinieerd, te weten de leidingmaterialen AC, PVC en GGIJ in de grondsoorten veen, zand en klei. Voor deze verschillende leidingmaterialen en grondsoorten zijn de spanningen berekend (Tabel 4.1). Daarnaast is de probabilistische analyse met 1 miljoen berekeningen gebruikt om de faalkans en een gemiddelde spanning te bepalen. De spanningen in zandgronden zijn het grootst, omdat de opgelegde zetting dan het meest gevolgd wordt door de leiding, omdat de zandgrond stijver is dan de andere gronden. Dit leidt tot grotere vervormingen en daarmee spanningen in de leidingen (in werkelijkheid zullen de zettingen in zandgronden echter kleiner zijn). PVC laat dit effect niet zien, omdat dit materiaal flexibeler is en daarmee de grondverplaatsing veel meer volgt. Tabel 4.2 laat het effect zien van de verschillende belastingen. Het aandeel van de spanning door de interne druk lijkt klein bij AC en GGIJ. Voor PVC heeft dit wel een groter aandeel, echter als de interne druk wegvalt worden de spanningen door de andere belastingen nog groter, vanwege het rerounding effect bij PVC (dit geeft de buis extra sterkte). De invloed van verkeer is het grootste in de slappere bodems, en die van zetting juist in zandgronden (maar hier zal de zetting zelf weer kleiner zijn, wat niet meegenomen is in deze berekening).

Parameter					
Leidingmateriaal	AC	PVC	GGIJ		
Grondsoort	Veen, Zand, Klei	Veen, Zand, Klei	Veen, Zand, Klei		
Diameter [m]	0.3	0.3	0.3		
Afstand tussen verbindingen [m]	5	10	5		
Wanddikte [mm]	19	8.26	17.53		
Gronddekking [m]	1.0	1.0	1.0		
Grondwaterstand t.o.v. maaiveld [m]	1.0	1.0	1.0		
Druk [10 <sup>s</sup> Pa]	2.5	2.5	2.5		
Elasticiteitsmodulus (GPa)	25	3 (korte duur), 1.5	100		
Toelaatbare spanning (MPa)	50	42 (korte duur), 25	100		
Dichtheid buis (kg/m <sup>3</sup> )	1550	1400	8100		
Dwarscontractiecoefficient (-)	0.2	0.4	0.211		
Zettingsparameters ( $S_{max}$ , $i_{\chi}$ [m]	0.25, 2.5	0.25, 2.5	0.25, 2.5		
Verkeersklasse, afstand tot de weg [m]	2,0	2,0	2,0		
Rekenresultaten					
Genormalizeerde spanning ( $\sigma_{\rm norm}$ )	0.31,0.73,0.33	0.52,0.53,0.55	0.23,0.84,0.24		
Rekenresultaten probabilistische analyse					
Gemiddele spanning	0.36,0.84,0.39	0.55,0.63,0.59	0.27,0.81,0.31		
Faalkans ( $P_{p}$ )	0.002,0.275,0.011	0.001,0.057,0.005	0.01,0.261,0.006		

Tabel 4.1 Overzicht van de rekenresultaten voor typische waarden van de belangrijkste parameters in het model.

	Druk (en grond)	Zetting (en grond)	Verkeer (en grond)	Alleen grond
AC, Veen	20	30	64	6
AC, Zand	11	84	19	5
AC, Klei	22	44	54	10
PVC, Veen	56	50	125	40
PVC, Zand	66	85	136	76
PVC, Klei	62	75	132	66
GGIJ, Veen	17	31	66	7
GGIJ, Zand	6	91	11	3
GGIJ, Klei	19	45	55	10

Tabel 4.2 Overzicht van het percentage van de berekende genormalizeerde spanning ( $\sigma_{norm}$ ) als alleen de belasting van druk, verkeer of zetting werkzaam is (naast de grondbelasting) ten opzichte van de totale spanning (als alle belastingen werkzaam zijn).

De invloed van de diameter, druk, afstand tot de weg en zettingsparameters is onderzocht in de volgende paragrafen. Hierbij is steeds één parameter gevarieerd, terwijl de andere parameters constant gehouden zijn volgens Tabel 4.1.

#### 4.2 Variatie van diameter

De spanningen in de leiding verschillen per grootte van de diameter (Figuur 4.1). De stappen in de grafiek bij AC en GGIJ leidingen wordt veroorzaakt door de berekening van de wanddikte, welke een vaste waarde heeft in een bepaalde diameterklasse. Voor PVC wordt de wanddikte wel gradueel bepaald. Voor PVC buizen is er weinig invloed van de diameter. Voor AC en GGIJ is er een sterke diameterafhankelijkheid, die bovendien ook afhangt van de grondsoort. In klei en veengronden neemt de spanning in deze materialen af bij een grotere diameter, omdat de leiding stijver wordt ten opzichte van de grond en daardoor makkelijker de zettingen aankan. In zandgronden zijn de AC en GGIJ leiding relatief minder star ten opzichte van de grond en worden ze gedwongen een grote vervorming te ondergaan. Dit leidt tot hoge spanningen. Als de diameter veel groter is wordt de leiding weer stijver, zodat de vervormingen kleiner worden en de spanningen ook afnemen. De PVC leiding is veel flexibeler en zal voor een groot gedeelte de grondvervorming volgen. Echter, dit leidt niet tot grote spanningen, omdat de PVC leiding makkelijker deze vervormingen kan opnemen.



Figuur 4.1 Berekende genormalizeerde spanningen als functie van de diameter van de leiding  $(S_{max}=0.25m, i_{x}=2.5m, H=1.0m, p_{d}=2.5 bar).$ 

#### 4.3 Variatie van interne druk

Het effect van een toenemende interne druk is weergegeven in Figuur 4.2. Voor AC en GGIJ loopt de spanning op bij een toenemende druk. Bij PVC neemt de spanning eerst af. Dit komt door het zogenaamde "rerounding effect" in het dunwandige PVC: door de interne druk neemt de sterkte van de leiding toe. Hierdoor nemen de spanningen als gevolg van de vertikale belastingen in eerst instantie juist af bij een toenemende interne druk.



Figuur 4.2 Berekende genormalizeerde spanningen als functie van de interne druk in de leiding  $(S_{max}=0.25m, i_x=2.5m, D=0.3m, H=1.0m).$ 

#### 4.4 Variatie van afstand buis tot de weg

Het effect van de ligging van de buis ten opzichte van de weg is weergegeven in Figuur 4.3. Voor de verkeerslast is uitgegaan van verkeersklasse 2: provinciale en regionale wegen (Tabel 2.2). Naarmate de buis verder van de weg afligt, zal de spanning afnemen. Als de buis verder dan 2 meter van de weg afligt, is er bijna geen spanning meer door verkeerslasten aanwezig. Meer informatie over het effect van verkeersbelasting is te vinden in Moerman en Wols (2015, BTO 2015.004).



Figuur 4.3 Berekende genormalizeerde spanningen als functie van de afstand tot de weg ( $S_{max}$ =0.25m,  $i_y$ =2.5m, D=0.3m, H=1.0m,  $p_d$ =2.5 bar).

#### 4.5 Variatie van zetting

Een grotere verschilzetting leidt tot grotere spanningen in de buis (Figuur 4.4). Met name AC en GGIJ leidingen in zandgronden zijn gevoelig, omdat de stijve zandgrond leidt tot grote vervormingen in de AC en GGIJ leidingen. Bij PVC is dit effect kleiner, omdat dit materiaal makkelijker de vervormingen aankan. Veen en kleigronden zijn daarentegen slapper en leiden tot kleinere vervormingen van AC en GGIJ buizen.



Figuur 4.4 Berekende genormalizeerde spanningen als functie van de maximale verschilzetting ( $i_x$ =2.5m, D=0.3m, H=1.0m,  $p_a$ =2.5 bar)

Variatie van de lengte waarover de verschilzetting plaatsvindt leidt ook tot grote verschillen in de spanningen. Bij kleine afstanden zijn de spanningen groter. Bij een waarde van de karakteristieke afstand  $i_x$  groter dan 5 m, wat neerkomt op een verschilzetting over een afstand van 20m, is de extra spanning ten gevolge van zetting klein (de genormalizeerde spanning in Figuur 4.5 wordt dan gelijk aan de genormalizeerde spanning ten gevolge van de overige belastingen).



Figuur 4.5 Berekende genormalizeerde spanningen als functie van de karakteristieke lengte waarover de verschilzetting plaatsvindt. De verschilzetting vindt plaats over een lengte van  $4*i_x$  ( $S_{max}=0.25m$ , D=0.3m, H=1.0m,  $p_x=2.5$  bar).

## 5 Validatie met FEM berekeningen

#### 5.1 Spanningen in buis door zettingen

Het mechanische 1D model en de curve fits (zie paragraaf 2.3) zijn vergeleken met 3D eindig elementen modellen (FEM) van een leiding. In de FEM berekeningen is de grond-leiding interactie eveneens gemodelleerd met behulp van veren, die aangrijpen aan de buitenwand van de buis. Verbindingen zijn geschematiseerd d.m.v. een omliggende buitenring, die met rubberen ringen verbonden zijn met de buisdelen. Met behulp van FEM is eerst de stijfheid van een dergelijke verbindingsconstructie bepaald, welke gebruikt is in het 1D model en de curve fits.



Figuur 5.1 Voorbeeldberekening van verplaatsing in de leiding door een grondverplaatsing (links zonder en rechts met verbindingen) en de daarbij optredende spanningen in de leiding (maximale spanning in de doorsnede genormaliseerd met de vloeispanning). Berekening voor een 0.3m PVC leiding in zandgrond.

Een voorbeeldberekening is uitgevoerd voor een 0.3m PVC buis in zandgrond met en zonder verbindingen (Figuur 5.1). De grond verplaatst met een verschilzetting van 10cm over een lengte van ongeveer 10m. De PVC buis volgt grotendeels de grondverplaatsing. De maximale spanningen (ten opzichte van de vloeispanning) treden op in het buisgedeelte waar de kromming het sterkst is. De verbindingen nemen een deel van de verplaatsing van de buis op, zodat de spanningen in de buis kleiner worden. Omdat de verbinding nog enige stijfheid heeft treedt er ook nog vervorming van de buis op. Deze is echter minder dan in de situatie zonder verbindingen. De berekende spanningen van het 1D mechanische model komen goed overeen met de FEM berekeningen. De berekende spanningen met de curve fits berekenen alleen de maximale spanning over de lengte van de buis (gestippelde lijn in Figuur 5.1), welke goed overeenkomt met de maximale spanning in de FEM berekening.

#### 5.2 Spanningen in buizen bij verschillende belastingen

Daarnaast zijn voor verschillende buismaterialen en grondsoorten (zie Tabel 4.1) de resultaten van FEM berekeningen vergeleken met COMSIMA voor verschillende belastinggevallen (Figuur 5.2). Voor de individuele belastinggevallen (alleen druk, alleen grond, alleen eigen gewicht of alleen zetting) komt het spanningenmodel goed overeen met de FEM berekening. Bij alleen verkeer in PVC gronden gaat het mis. Als de andere belastingen toegevoegd worden, wordt het verschil echter kleiner. Als alle belastingen gecombineerd worden, zijn de berekende spanningen in het spanningsmodel binnen 10% van de berekende spanningen met FEM (ten opzichte van de vloeispanning). Meer details over de verkeersbelastingen zijn beschreven in Wols en Moerman (2015, BTO 2015.004).



Figuur 5.2 Vergelijking tussen spanningenmodel en FEM berekening. De spanningen voor de drie leidingmaterialen in drie grondsoorten zijn met elkaar vergeleken voor verschillende belastinggevallen.

#### 6.1 Samenvatting en conclusies

Storingen in leidingen treden op als de toelaatbare spanning van een leiding wordt overschreden. De spanning in de leiding ontstaat door verschillende belastingen, zoals druk, verkeer, grondbelasting en zettingen. Het model COMSIMA is ontwikkeld om deze spanningen in de leiding te berekenen. COMSIMA maakt gebruikt van gegevens van de leiding, grond, zettingen en bovenbelasting om de spanningen te berekenen. Berekeningen kunnen zowel voor starre als flexibele verbindingen worden uitgevoerd. Het model met de gebruikte schematisaties komt goed overeen met 3D eindige elementenmodellen. Op basis hiervan wordt geconcludeerd dat de mechanische werking van het model voldoende nauwkeurig wordt weergegeven, terwijl er door de gebruikte schematisaties snel gerekend kan worden.

Een grote onzekerheid in uitkomst van de modellering zit in de nauwkeurigheid van de invoergegevens. Vaak is niet goed bekend wat de conditie van de leiding is, in welke grondsoort de leiding precies ligt, en wat voor zetting en verschilzetting er is opgetreden langs de leiding. Vanwege de grote onzekerheden in de invoerparameters, is er een probabilistische analyse toegevoegd aan het model. Hiermee wordt de onzekerheid in iedere invoerparameter meegenomen en wordt een kans op falen van een leiding berekend.

COMSIMA is geïmplementeerd in GIS, zodat de kwetsbaarheid van een drinkwaterleidingnetwerk doorgerekend kan worden. De berekende spanningen zijn dan meteen inzichtelijk als extra laag op het bestaande leiding-informatiesysteem in GIS.

Een aantal standaardgevallen is doorgerekend (AC, grijs gietijzer en PVC in zand, klei en veengronden), waarbij de invloed van diameter, interne druk, verkeersbelasting en zettingsparameters is onderzocht. De stijfheid van de leiding ten opzichte van de grond bepaalt in welke mate de leiding een zetting volgt en hoe groot de spanningen worden. Dit verschilt per materiaal, grondsoort en diameter. Zo zal bji AC en GGIJ leidingen de spanning als gevolg van zetting bij een grotere diameter sterk toenemen, terwijl deze bij PVC gelijk blijft. AC en GGIJ leidingen in zandgronden zullen ook de grootste spanningen geven bij een grote verschilzetting. In de praktijk zal de verschilzetting in zandgronden echter klein zijn. Bij een zettingsverschil over een afstand van meer dan 20 m is het effect van zetting klein.

De GIS implementatie van COMSIMA is beschikbaar (Python code), welke toegankelijk is met verschillende softwarepakketen voor GIS (zoals ArcGIS, QGIS).

#### 6.2 Aanbevelingen

Het model kan verbeterd worden op de volgende punten:

- Rekening houden met veroudering en aantasting van de leiding. Op basis van materiaalsoort en leeftijd van de leiding kan bijvoorbeeld gewerkt worden met een gereduceerde wanddikte of sterkte. Hiervoor moet een inschatting gemaakt worden van de snelheid van degradatie.
- Effecten van wisselende belastingen (door verkeer of drukgolven) meenemen. Dit kan leiden tot een ander faalmechanisme: falen door vermoeiing.

 Voor de probabilistische analyse de kansverdelingen (en parameters) die de onzekerheden van de variabelen in het model weergeven beter in kaart brengen. Daarnaast de gevoeligheden van deze kansverdelingen op de modeluitkomsten bepalen.

De kwaliteit van de invoergegevens is van groot belang voor een betrouwbare uitkomst van het model. Hiervoor zijn een aantal verbeteringen mogelijk:

- Grondsoortenkaart. De stijfheid van de grond wordt bepaald aan de hand van de grondsoort. Als er meer nauwkeurige gegevens beschikbaar zijn over stijfheden van de grond (bijvoorbeeld op basis van sonderingen) verdient het aanbeveling om deze te gebruiken.
- Zettingenkaart. De gebruikte zettingenkaart is op basis van een verwachte zetting in de toekomst met een relatief grove resolutie (100mx100m). Om de huidige spanning als gevolg van zetting te berekenen is het beter te werken met satellietdata (InSAR) of lokale meetgegevens met een hogere resolutie. Het tijdsaspect is hierbij ook een belangrijk om mee te nemen (hoeveel (veschil)zetting heeft de leiding over zijn levensduur al gehad en hoeveel (verschil)zetting zal de leiding nog krijgen).
- Een completere database (parameters afhankelijk van materiaal, aanlegjaar en diameter) gebruiken voor de invoer van gegevens zoals wanddikte en elasticiteitsmodulus.

Daarnaast is het van belang om de theoretisch gevonden worden voor faalkansen te relateren aan storingsfrequenties. Dit zal in een volgend stadium voor een pilotgebied uitgewerkt gaan worden, waarbij gebruik gemaakt wordt van satellietdata voor de gegevens over (verschil)zettingen.

De resultaten van het model kunnen gebruikt worden in asset management tools. De berekende spanningen of faalkansen kunnen meegewogen worden in de prioritering voor het vervangingsprogramma van leidingen. Dit kan gedaan worden voor de huidige situatie of voor toekomstige situaties. Hierbij valt ook te denken aan lange-termijnscenario's, zoals bijvoorbeeld zettingen als gevolg van droogte door klimaatverandering.

### Referenties

CUR (1997). Kansen in de civiele techniek, Deel 1: probabilistisch ontwerpen in theorie. CUR Report 190. Gouda, Stichting CUR.

NEN 3650-1-K1-K6:2003, Eisen voor buisleidingsystemen - Deel 1: Algemeen - Katern 1 tot en met 6 (2003)

EN 1991-2 (2003): Eurocode 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges, The European Union Per Regulation 305/2011, Directive 98/34/EC, Directive 2004/18/EC

de Lange, G., en Gunnik, J.L. (2011), Bodemdalingskaarten, Deltares, http://www.deltaportaal.nl/programfiles/46/programfiles/Rapport\_bodemdalingskaarten\_20 110527.pdf

Moerman A., Wols, B.A. (2015), Verkeersbelasting & leidingfalen, BTO 2015.004.

Van Daal, K. (2012). De meerwaarde van ruimtelijke analyses met USTORE gegevens. BTO 2012.222(s).

Van Daal, K. and B. A. Wols (2012). Spanningsberekeningen voor leidingen als gevolg van grond-leidinginteractie: modelimplementatie in GIS. BTO 2012.242(s).

Vrouwenvelder, A. C. W. M. and A. J. M. Siemes (1987). "Probabilistic calibration procedure for the derivation of partial safety factors for the Netherlands building codes." Heron 32(4): 9-29.

Wang, Y., J. Shi and C. W. W. Ng (2011). "Numerical modeling of tunneling effect on buried pipelines." Canadian Geotechnical Journal 48(7): 1125-1137.

Wols, B. A. and P. van Thienen (2014a). "Modelling the effect of climate change induced soil settling on drinking water distribution pipes." Computers and Geotechnics 55: 240-247.

Wols, B. A., K. Van Daal and P. Van Thienen (2014b). Effects of climate change on drinking water distribution network integrity: Predicting pipe failure resulting from differential soil settlement. Procedia Engineering.

Wols, B. A. and P. Van Thienen (2014c). "Impact of weather conditions on pipe failure: A statistical analysis." Journal of Water Supply: Research and Technology - AQUA 63(3): 212-223.

# Bijlage I Overzicht materiaaleigenschappen

De eigenschappen van leidingmaterialen is weergegeven in Tabel I.1.

Tabel I.1 Eigenschappen van leidingmaterialen

	AC	PVC	PE40	PE80	PE100	GGIJ	NGIJ	Staal
Dichtheid (ρ, [kg/m3])	1550	1400	935	950	959	8100	7200	8100
Elasticiteitsmodulus (E, [GPa])	25	1.5	0.125	0.2	0.2	100	170	210
E korte duur (E <sub>s</sub> , [GPa])	25	3	0.3	1	1.2	100	170	210
Vloeispanning (σ <sub>ε</sub> , [MPa])	50	25	4	8	10	100	270	355
Vloeispanning korte duur (σ <sub>fs</sub> , [MPa])	50	42	8	12	14	100	270	355
Dwarscontractie (v)	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.211	0.235	0.3
Toelaatbare hoekverdraaiing ( $\theta_{f}$ °)	5	5	5	5	5	5	5	

De toelaatbare hoekverdraaiing hangt af van het type verbinding, manier van installeren etc. Dit is meestal niet bekend. Daarom is uitgegaan van 5°.

De wanddikte van het leidingmateriaal is niet altijd bekend. Daarom wordt per materiaal gebruik gemaakt van standaarden. Voor PVC en PE wordt dit berekend met de volgende formule voor de wanddikte (*t*):

$$t=\frac{D}{SDR+2},$$

Waarbij SDR de standaard dimension ratio is. Bij PVC is gekozen voor een SDR van 34.3, welke toepasbaar is voor drukklasse van 0.75 MPa. Bij PE is de SDR 9 voor PE40 en 13.6 voor de andere PE soorten. Voor AC en gietijzer wordt de wanddikte uit Tabel I.2 - Tabel I.4 gehaald. Deze kunnen ook nog verschillen per aanlegjaar, maar dat is nu niet beschouwd.

Tabel I.2	? Wanddikte	van AC	leidingen	(uit	brochure	Eternit)
-----------	-------------	--------	-----------	------	----------	----------

	Diameter range [m]	Wanddikte [mm]
AC	0-0.124	11
AC	0.124-0.23	12
AC	0.23-0.282	16
AC	0.282-0.338	19
AC	0.338-0.394	22
AC	0.394-0.452	26
AC	0.452-0.506	28
AC	0.506-0.562	31
AC	0.562-0.674	37
AC	0.674-0.782	41
AC	0.782-0.892	46
AC	0.892-1.004	52

	Diameter range [m]	Wanddikte [mm]
GGIJ	0-0.09	9.65
GGIJ	0.09-0.124	10.16
GGIJ	0.124-0.149	11.43
GGIJ	0.149-0.174	12.45
GGIJ	0.174-0.199	13.46
GGIJ	0.199-0.224	14.48
GGIJ	0.224-0.249	15.24
GGIJ	0.249-0.299	16
GGIJ	0.299-0.349	17.53
GGIJ	0.349-0.399	19.05
GGIJ	0.399-0.449	19.56
GGIJ	0.449-0.499	20.32
GGIJ	0.499549	21.59
GGIJ	0.549-0.599	22.61
GGIJ	0.599-0.699	23.37
GGIJ	0.699-0.799	24.89

#### Tabel I.3 Wanddikte van GGIJ leidingen (volgens British Standard class C)

Tabel I.4 Wanddikte van NGIJ leidingen (volgens brochure Saint Gobain pipe systems)

	Diameter range [m]	Wanddikte [mm]
NGIJ	0.0-0.124	9
NGIJ	0.124-0.149	8.5
NGIJ	0.149-0.199	10
GGIJ	0.199-0.249	11
GGIJ	0.249-0.299	12
GGIJ	0.299-0.349	13
GGIJ	0.349-0.399	14
GGIJ	0.399-0.449	14.5
GGIJ	0.449-0.499	15
GGIJ	0.499599	16
GGIJ	0.599-0.699	17.5
GGIJ	0.699-0.799	19

Voor de afstand tussen verbindingen wordt uitgegaan van de gegevens in Tabel I.5. In alle andere gevallen wordt uitgegaan van een lengte van 5 m.

Tal	bel	1.5	Lengte	buisdelen	(afstana	tussen d	e verb	indingen)
-----	-----	-----	--------	-----------	----------	----------	--------	-----------

	Diameter [m]	Leidinglengte [m]
AC	0-0.149	4
AC	0.149-1	5
PVC	0-1	10
GGIJ	0-0.299	4
GGIJ	0.299-1	5
PE	0-0.149	20
PE	0.149-1	10

De eigenschappen van de grond staan in Tabel I.6.

Tabel I.6 Eigenschappen van grond (deels overgenomen uit NEN 3650-1:2003, Tabel B.1)

	Zand	Moerig	Zware	Lichte	Klei	Lichte	Zware	Veen
		op zand	Zavel	Zavel		Klei	Klei	
Dichtheid droog ( $\rho_d$ , [kg/m3])	1900	1800	1700	1700	1700	1400	1900	1000
Dichtheid nat ( $\rho_n$ , [kg/m3])	2100	2000	1900	1900	1700	1400	1900	1000
Interne hoek van wrijving ( $\phi$ , °)	35	32.5	30	30	17.5	17.5	17.5	15

De veerconstante van de grond wordt bepaald volgens de methodiek van Wang et al. (2011). Er wordt een opgaande veerconstante ( $K_a$ ) en neergaande veerconstante ( $K_a$ ) berekend. Deze zijn:

$$K_u = \frac{q_u}{\delta_u}, \qquad \qquad K_d = \frac{q_d}{\delta_d}$$

waarbij q de draagcapaciteit is en  $\delta$  de verplaatsing van de grond. Voor de draagcapaciteiten geldt:

 $q_u = g\rho_d DN_v H, \qquad q_d = g\rho_d D(N_q H + 0.5N_\gamma D),$ 

En

 $\delta_u = 0.01 H$  voor zandachtige gronden en  $\delta_u = 0.1 H$  voor de andere grondsoorten.

 $\delta_d = 0.1D$ 

Met:

 $N_q = e^{\pi \tan(\varphi)} \tan^2(\pi/4 - \varphi/2),$ 

 $N_{\gamma} = 1.8(N_q - 1)\tan(\varphi),$ 

 $N_{v} = 1 + \frac{H}{D} \tan(\varphi) - \frac{\pi D}{8H},$ 

Meestal wordt er gewerkt met een gemiddelde K (gemiddelde van  $K_u$  en  $K_d$ ) of met de  $K_d$  omdat deze het meest stijf is.

# Bijlage II Curve fit tussen buigend moment en rigiditeit

Om de spanningen als gevolg van zettingen snel te berekenen wordt er gewerkt met een verband tussen het (genormalizeerde buigend moment) en rigiditeit. Dit verband is bepaald op basis van curve fits van een groot aantal numerieke berekeningen. Meer informatie is te vinden in Wols et al. (2014). Dit verband is afhankelijk van het materiaalsoort, stijfheid van de verbinding en afstand tussen de verbindingen. Er wordt alleen gebruik gemaakt van de waarden van slappe verbindingen. Voor het buigend moment ziet dit verband er als volgt uit:

$$M_{norm} = \frac{1 + a_1 R_3^{b_1}}{1 + a_2 R_2^{b_2}}$$

Waarbij  $R_3 = \frac{EI}{K_5 i^4}$  de rigiditeit is, en  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  en  $b_2$  de fitconstanten. Voor de hoekverdraaiing wordt dit:

$$\theta_{norm} = \frac{a_1}{1 + a_2 \log(R_3) + a_3 \log(R_3)^2}$$

Met fitconstanten  $a_1, a_2$  en  $a_3$ .

Tabel II.1 Fitconstanten voor het verband tussen buigend moment en rigiditeit.  $x_j$  is de afstand tussen de verbindingen (genormalizeerd met i, de afstand van de verschilzetting). Met verbindingen (joint) en zonder verbindingen (cont).

	Grondsoort	x,	a,	<b>a</b> <sub>2</sub>	b,	<b>b</b> <sub>2</sub>
cont	Zand	0	5.93E-01	4.47E-01	3.87E+00	7.67E-01
cont	Klei	0	4.09E-01	1.65E-01	3.34E+00	5.44E-01
cont	Veen	0	3.06E-01	1.01E-01	2.88E+00	5.20E-01
joint	Zand	1	1.59E+01	7.10E-01	1.34E+03	1.20E+00
joint	Zand	1.5	9.07E-01	5.42E-01	5.63E+01	1.00E+00
joint	Zand	2	5.12E-01	5.48E-01	1.92E+01	1.08E+00
joint	Zand	5	1.01E-01	3.10E-01	2.64E+00	7.84E-01
joint	Klei	1	4.61E+01	7.28E-01	4.35E+03	1.19E+00
joint	Klei	1.5	1.59E+00	5.90E-01	1.19E+02	1.01E+00
joint	Klei	2	1.84E+00	6.59E-01	5.49E+01	1.15E+00
joint	Klei	5	1.56E-01	2.99E-01	3.18E+00	7.18E-01
joint	Veen	1	3.32E+01	6.92E-01	3.10E+03	1.16E+00
joint	Veen	1.5	1.62E+00	5.80E-01	1.03E+02	9.89E-01
joint	Veen	2	1.55E+00	6.26E-01	4.37E+01	1.12E+00
joint	Veen	5	8.27E-02	2.42E-01	2.71E+00	7.14E-01

	Grondsoort	x	a,	a <sub>2</sub>	b,
joint	sand	1	2.10E-01	2.88E-01	1.55E-01
joint	sand	1.5	2.82E-01	2.27E-01	2.24E-01
joint	sand	2	2.96E-01	1.88E-01	2.00E-01
joint	sand	5	2.32E-01	-3.27E-01	3.54E-01
joint	clay	1	1.95E-01	3.34E-01	1.30E-01
joint	clay	1.5	2.69E-01	3.17E-01	1.95E-01
joint	clay	2	2.85E-01	2.69E-01	1.78E-01
joint	clay	5	2.56E-01	-1.96E-01	3.07E-01
joint	peat	1	2.00E-01	3.46E-01	1.42E-01
joint	peat	1.5	2.76E-01	3.08E-01	2.08E-01
joint	peat	2	2.94E-01	2.62E-01	1.95E-01
joint	peat	5	2.41E-01	-2.30E-01	2.63E-01

Tabel II.2 Fitconstanten voor het verband tussen hoekverdraaiing en rigiditeit.  $x_j$  is de afstand tussen de verbindingen (genormalizeerd met i, de afstand van de verschilzetting).