

Mededeling nr. 59

DE CONTANTE WAARDE

als maatstaf voor de lange-termijn-planning bij het
waterleidingbedrijf

ir. H. Vaessen

N.V. Waterleidingmaatschappij Gelderland

INHOUD	Blz.
Lijst van symbolen	3
1. Preface	5
2. Summary	7
3. Inleiding	9
4. Samenvatting	11
5. De contante waarde	13
6. Eeuwigdurende financiering	15
7. Wiskundige benadering van de contante waarde bij eeuwigdurende financiering	19
8. Invloed van prijsstijgingen op de contante waarde	23
9. De meest economische diameter	27
10. Fasering van investeringen	61
Bijlagen	

Lijst van symbolen

ann	= annuïteit voor leningen waarvan de rente achteraf betaald wordt
D	= diameter van leiding in m
e	= kWh-prijs in gld/kWh
f	= prijsstijgingsfactor = $1 + i$
g	= versnelling van de zwaartekracht in m/s^2
H_s	= stromingsverliezen in m wk
H_b	= bedrijfsverliezen in m wk
H_{min}	= minimale drukhoogte in leiding in m wk
i	= prijsstijging in % per jaar
I	= investering in gld
k	= wandruwheid in mm
k_n $k(t)$	} = kostenfuncties
k_w	= contante waarde
k_a	= aanlegkosten in gld/m'
k_{wa}	= contante waarde van de aanlegkosten in gld/m'
k_e	= energiekosten in gld/m'.jaar
k_{we}	= contante waarde van de energiekosten in gld/m'
k_o	= onderhoudskosten in gld/m'
k_{wo}	= contante waarde van de onderhoudskosten in gld/m'
n	= afschrijvingstermijn in jaren
p	= rentefactor = $1 + r$
p_i	= ideële rentefactor = $\frac{p}{f}$
Q	= debiet in m^3/h
Q_i	= ideëel verbruik in m^3/h
Q_{max}	= maximaal verbruik in m^3/h
Q_{gem}	= gemiddeld verbruik in m^3/h
ΔQ_i	= toename van het ideële verbruik in $m^3/h.jaar$
Q_{it}	= ideëel verbruik in t^{de} jaar (m^3/h)
q	= $\frac{Q_{i0}}{Q_i}$ = termijn waarin verbruik verdubbelt (in jaren)
r	= rentepercentage
T	= ontwerpstermijn in jaren
t	= tijd in jaren
u	= aantal loopuren per jaar
v	= snelheid in m/s

λ = weerstandscoefficiënt van Colebrook

η = pomprendement

η_i = ideëel rendement

1. PREFACE

A waterworks requires, in consideration of its task, long term planning.

For the remote future there is a great assurance for the need of water.

The public water supply, therefore, is able to make investments which will be in use for many decades and to which long depreciation terms can accordingly be attributed. The different investments must form one harmonic whole regarding time and room.

Alternatives should be compared after which the most economic solution will consequently follow. However simple this may sound, the searching of the most economic solution often appears to be a complicated problem in practice. Haykens (1) gives the following definition of the most economic design namely such a technically acceptable solution that, in the long run, will result in the lowest real costprice of the drinking water.

The emphasis is now clearly put on long term planning. Alternative investments of long duration can be judged on their merits only within the frame of an all-embracing plan for a longer period.

In the following it will be illustrated how, in this case, the constant value can be used as a standard of comparison. As an example the determination of the so-called economic diameter is extensively dealt with.

Finally, it will be discussed how the followed method can be used for the problem of phasing. It may be wondered if, in this time, it is still useful to make plans covering a term of 25 to 30 years.

The prognosis for the increase in population in The Netherlands has to be adjusted every year. The constructions once carried out on the basis of the old prognosis can not be altered again.

It is good to realize that the future water demand is presumed to be a fixed datum in the following. When making decisions one will also have to consider the uncertainty with respect to the future development.

In doing so, it will be very well possible that not the most economic solution in the sense of the calculation is chosen but e.g. a solution with a greater flexibility. The calculation can of course make a contribution towards the most justified solution.

1) Haykens, ir. J.;

Most economical diameter.

Holiday course on Drinking water supply.

University "Delft" 1974.

2. SUMMARY

It is treated how long term plans can be compared to each other by determining the totalised constant value.

The plan having the lowest totalised constant value is considered the most economic one.

The difficulty that depreciation terms are often much longer than the period of comparison is met by the introduction of the so-called perpetual financing.

It is shown that the totalised constant value can be calculated as the Laplace transformation of the cost function.

The influence of increase in prices can be introduced into the economic equation in a simple way i.e. by the use of the so-called ideal rate of interest.

It is extensively discussed how the method of calculating the most economic diameter can be applied in a situation with output variations during the day and year and with a yearly increase in output.

When calculating the cost of energy allowance has, beside the head losses, also been made for the so-called operating losses.

The calculation of the most economic diameter is illustrated by means of a network for a fictitious town, taken from KIWA technical report No. 58.

The problem of phasing investments can also be solved by the method of the constant value at perpetual financing.

The most economical draft term appears to be strongly dependent on the choice of the rate of interest. A high rate of interest leads to short draft terms and reversed a low interest to long ones.

When phasing the piping projects the cost of energy can be included into the calculation.

A method is given for the calculation of the most economic diameter and the most economic draft term in their relation one to the other.

From given examples it appeared that draft terms longer than 20 to 30 years will no longer be advantageous.

3. INLEIDING

Een waterleidingbedrijf heeft uit hoofde van zijn taakstelling behoefte aan lange-termijn-planning. Er bestaat voor de verre toekomst een grote mate van zekerheid ten aanzien van de behoefte aan water. De openbare watervoorziening kan dan ook investeringen doen die vele decennia meegaan en waaraan dienovereenkomstig lange afschrijvingstermijnen kunnen worden toegekend. De verschillende investeringen moeten in tijd en ruimte een harmonische geheel vormen. Alternatieven moeten worden afgewogen en daaruit zal de meest economische oplossing moeten volgen. Hoe eenvoudig dit ook klinkt, in de praktijk blijkt het zoeken van die meest economische oplossing vaak een gecompliceerd probleem te zijn. Haykens (1) geeft de volgende definitie van het meest economische ontwerp namelijk die technisch aanvaardbare oplossing, die op de lange termijn de laagste reële kostprijs van het drinkwater met zich meebrengt. De nadruk ligt hier dus duidelijk op de lange-termijn-planning. Alternatieve investeringen met een lange levensduur kunnen pas op hun merites beoordeeld worden binnen het kader van een overkoepelend plan voor een langere periode. In het navolgende zal worden aangetoond hoe daarbij de contante waarde als vergelijkingsmaatstaf kan worden gehanteerd. Als voorbeeld zal vrij uitvoerig worden stilgestaan bij de bepaling van de zogenaamde economische diameter. Tenslotte zal ook worden besproken hoe de gevolgde methode zijn diensten kan bewijzen bij het probleem van de fasering.

Men kan zich afvragen of het in deze tijd nog wel zinvol is om plannen te maken die een termijn van 25 à 30 jaar bestrijken. De prognoses van de bevolkingstoename in Nederland moeten van jaar tot jaar worden bijgesteld. Eenmaal uitgevoerde werken op basis van oude prognoses kunnen niet meer bijgesteld worden. Het is goed dat men zich realiseert dat in het navolgende wordt verondersteld dat de toekomstige waterbehoefte een vast gegeven is.

(1) Haykens, ir. J., "Meest economische diameter" 26ste Vakantiecursus in Drinkwatervoorziening (TH Delft, 1974).

Bij het nemen van beslissingen zal men evenwel ook de onzekerheid ten aanzien van de toekomstige ontwikkelingen moeten betrekken. Het is dan zeer wel mogelijk dat niet de meest economische oplossing in de zin van de uitkomst van het rekensommetje wordt gekozen maar bijvoorbeeld een oplossing, die meer flexibiliteit in zich bergt. Wel kan het economische rekensommetje een bijdrage leveren om tot de meest verantwoorde oplossing te komen.

4. SAMENVATTING

Behandeld wordt hoe meerjarenplannen met elkaar kunnen worden vergeleken door de gesommeerde contante waarde ervan te bepalen. Het plan met de laagste gesommeerde contante waarde wordt dan als meest economisch aangemerkt.

De moeilijkheid dat afschrijvingstermijnen vaak veel langer zijn dan de vergelijkingsperiode wordt ondervangen door invoering van de zogenaamde eeuwigdurende financiering.

Aangetoond wordt dat de gesommeerde contante waarde berekend kan worden als de Laplace-transformatie van de kostenfunctie.

De invloed van prijsstijgingen kan op een eenvoudige wijze in de economische vergelijking worden ingevoerd door gebruikmaking van een zogenaamde ideële rentevoet.

Er wordt uitvoerig ingegaan op de toepassing van de methode voor de berekening van de meest economische diameter in een situatie met debietsvariatie over de dag en over het jaar en met een jaarlijkse toename van de debieten. Bij de berekening van de energiekosten wordt naast stromingsverliezen ook rekening gehouden met zogenaamde bedrijfsverliezen. De berekening van de meest economische diameter wordt toegelicht aan de hand van een leidingnet voor een fictieve stand, ontleend aan KIWA-mededeling nr. 58. Het vraagstuk van de fasering van investeringen kan ook worden opgelost met de methode van de contante waarde bij eeuwigdurende financiering. De meest economische ontwerptermijn blijkt sterk afhankelijk te zijn van de keuze van de rentevoet. Een hoge rentevoet leidt tot korte en omgekeerd een lage rentevoet tot lange ontwerpstermijnen.

Bij de fasering van leidingprojecten kunnen de energiekosten in rekening worden gebracht. Een methode wordt aangegeven om in onderlinge afhankelijkheid de meest economische diameter en de meest economische ontwerptermijn te berekenen. Uit de gegeven voorbeelden kwam naar voren dat ontwerpstermijnen langer dan 20 à 30 jaar weinig voordeel meer opleveren.

5. CONTANTE WAARDE

Wanneer men twee meerjarenplannen met elkaar vergelijkt, dan kan men niet zonder meer het plan met de laagste totale kosten als meest economisch beschouwen. In de economische vergelijking zal een waardering tot uitdrukking moeten komen voor het uitstellen van een investering naar een later tijdstip. Een investering, die op dit moment gedaan moet worden, dient dus zwaarder te wegen dan een zelfde investering, die pas over 10 jaar nodig is. De meest geschikte methode om dit tot uitdrukking te brengen is de zogenaamde contante-waarde-methode. De contante waarde van een kapitaal dat n jaren na het basisjaar vervalt is het bedrag dat op samengestelde interest uitgezet in n jaren aangroeit tot het benodigde kapitaal.

In formule:

$$k_w = k_n \cdot p^{-n} \quad (5.1)$$

waarin:

k_w = contante waarde van k_n (gld)

k_n = het na n jaren benodigde kapitaal (gld)

p = rentefactor = $1 + r$

r = rentepercentage (dus bij $r = 8\%$ is $p = 1,08$)

In de economische vergelijking over een periode van t jaren worden de gesommeerde contante waarden van de verschillende alternatieve plannen vergeleken:

$$k_w = \sum_{n=0}^t k_n \cdot p^{-n} \quad (5.2)$$

Het plan met de laagste gesommeerde contante waarde is het meest economisch. Het hierna volgende voorbeeld kan dit principe wellicht verduidelijken. Stel plan A vergt een uitgave van $2 \cdot 10^6$ gulden in 1980 en plan B vergt $1,2 \cdot 10^6$ gulden in 1980 en $1 \cdot 10^6$ gulden in 1990. De economische vergelijking loopt nu zoals in tabel 1 is weergegeven.

Tabel 1 - Economische vergelijking op basis van contante waarden

jaar	plan A		plan B	
	uitgave (gld)	contante waarde t.o.v. 1975 bij 8% rente (gld)	uitgave (gld)	contante waarde t.o.v. 1975 bij 8% rente (gld)
1980	2.10 ⁶	1.361.10 ⁶	1.2.10 ⁶	0.817.10 ⁶
1990			1.10.10 ⁶	0.817.10 ⁶
totaal	2.10 ⁶	1.361.10 ⁶	2.2.10 ⁶	1.132.10 ⁶

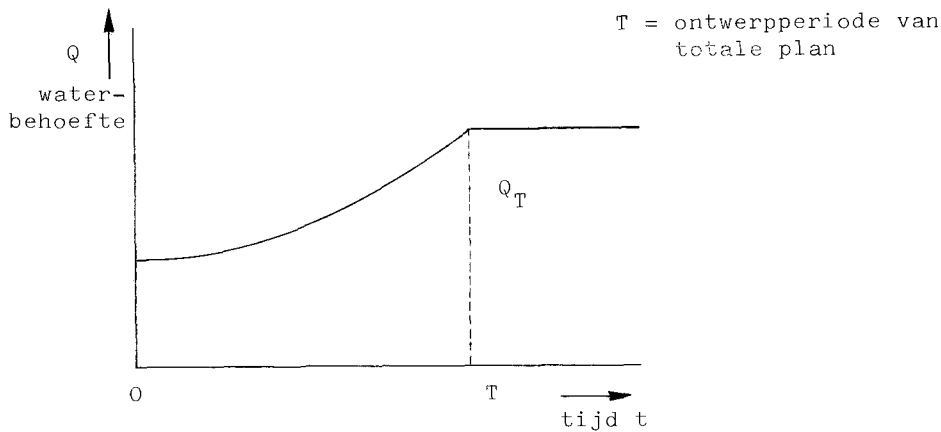
Hoewel dus plan B hogere totaal-uitgaven met zich meebrengt, zal dit plan toch als meest economisch worden aangemerkt op grond van de lagere contante waarde. De contante waarde wordt altijd uitgerekend ten opzichte van een basisjaar (in bovenstaand voorbeeld: 1975). Het basisjaar ligt vóór het tijdstip waarop de eerste uitgave van een bepaald plan plaatsvindt. Voor het overige is men vrij in de keuze van het basisjaar: wordt in het voorbeeld 1970 gekozen dan moeten alle contante waarden met $(1,08)^{-5} = 0,68$ vermenigvuldigd worden.

In het kort

Meerjarenplannen kunnen het best met elkaar worden vergeleken door de gesommeerde contante waarde ervan te bepalen; het plan met de laagste contante waarde is dan het meest economisch.

6. EEUWIGDURENDE FINANCIERING

Eén van de struikelblokken bij de economische vergelijkingen is de vraag welke periode in beschouwing zal worden genomen. De één pleit voor een ontwerpperiode van 25 jaar, de ander voor een periode gelijk aan de langste afschrijvingstermijn van de betrokken objecten. Bovendien wordt er in de praktijk met sterk verschillende afschrijvingstermijnen gewerkt. In het algemeen zal het overkoepelende waterleidingplan een periode van niet meer dan 25 à 30 jaar bestrijken. De plannen zijn een gevolg van de verwachte toename van de waterbehoefte. In figuur 1 is dit nog eens schematisch weergegeven.



Figuur 1 - Schema van de toename van de waterbehoefte (vraagfunctie)

De investeringen die in de ontwerpperiode (T jaar) gedaan worden zijn in staat om blijvend te voorzien in de waterbehoefte Q_T . Stilzwijgend wordt dus verondersteld dat de waterbehoefte na het verstrijken van de ontwerpstermijn stabiel blijft tot in lengte van jaren; vandaar ook dat men het aandurft om met veel langere afschrijvingstermijnen (gebaseerd op de reële levensduur) te werken dan de ontwerpperiode lang is. Een eventuele toename van de vraag voor $t > T$ valt buiten het kader van het onderhavige plan en zal dus ook gedekt moeten worden met andere investeringen.

Wel moet binnen het plan de behoefte Q_T tot in lengte van jaren gedekt worden hetgeen betekent dat een éénmaal gedane investering na afschrijving (waarmee bedoeld is: na het verstrijken van de technische levensduur) wordt vervangen door een zelfde investering, die op zijn beurt ook weer te zijner tijd wordt vervangen enz.. Aldus voortgaande komt men tot zich steeds herhalende investeringen ter dekking van de vraagfunctie hetgeen korthedshalve in het vervolg aangeduid als eeuwigdurende financiering. Deze methode omzeilt op een elegante manier de moeilijkheid van de keuze van de vergelijkingsperiode. Bovendien biedt de methode zoals in het volgende hoofdstuk zal blijken belangrijke reken-technische voordelen bij de bepaling van de contante waarden. Een bezwaar is misschien dat in werkelijkheid de herinvesteringen gecombineerd worden tot grotere projecten, maar daar staat tegenover dat de herinvesteringen bij langere levensduur slechts een geringe invloed hebben op de contante waarde. De keuze van de ontwerpperiode T is in het bovenstaande trouwens nog steeds arbitrair. In hoofdstuk 10 zal worden aangegeven op welke wijze een economische fasering van plannen kan worden bereikt. De contante waarde in overigens niet afhankelijk van de wijze van afschrijven (annuïtair, ineens, lineair of met uniteiten) maar wel van de werkelijke levensduur. Dit wordt duidelijk gemaakt aan de hand van het volgende voorbeeld:

stel er moet een investering van I gld gedaan worden; de afschrijvingstermijn (= levensduur) bedraagt n jaar; dus na n , $2n$, $3n$, $4n$ jaar wordt telkens opnieuw een investering van I gld gedaan.

Geval A: afschrijving ineens

<u>tijd</u>	<u>afschrijving</u>	<u>contante waarde</u>
0	I	I
n	I	$p^{-n} \cdot I$
2n	I	$p^{-2n} \cdot I$
3n	I	$p^{-3n} \cdot I$
		+ -----

$$k_w = \sum_{j=0}^{\infty} p^{-nj} \cdot I = \frac{p^n}{p^n - 1} \cdot I \quad (6.1)$$

Geval B: annuïtaire afschrijving

Nu ontstaan jaarlijks dezelfde vaste lasten gedurende een oneindig lange periode en wel: ann. I waarin ann. = annuïteit voor leningen waarvan de rente achteraf betaald wordt.

$$\text{dus } k_w = \sum_{j=0}^{\infty} \text{ann. I} \cdot p^{-j} = \frac{\text{ann. I}}{p-1} \quad (6.2)$$

Uit de literatuur over Handelsrekenen is bekend, dat

$$\text{ann} = \frac{(p-1) p^n}{p^n - 1} \quad (6.3)$$

Substitutie hiervan in (6.2) levert:

$$k_w = \frac{(p-1) p^n}{(p^n - 1) (p-1)} \cdot I = \frac{p^n}{p^n - 1} \cdot I \quad (6.4)$$

De gelijkheid van (6.1) en (6.4) toont aan, dat de contante waarde onafhankelijk van de wijze van afschrijven is. Waar in het vervolg sprake is van een afschrijvingstermijn (symbool: n) wordt steeds bedoeld de werkelijke levensduur.

In het kort

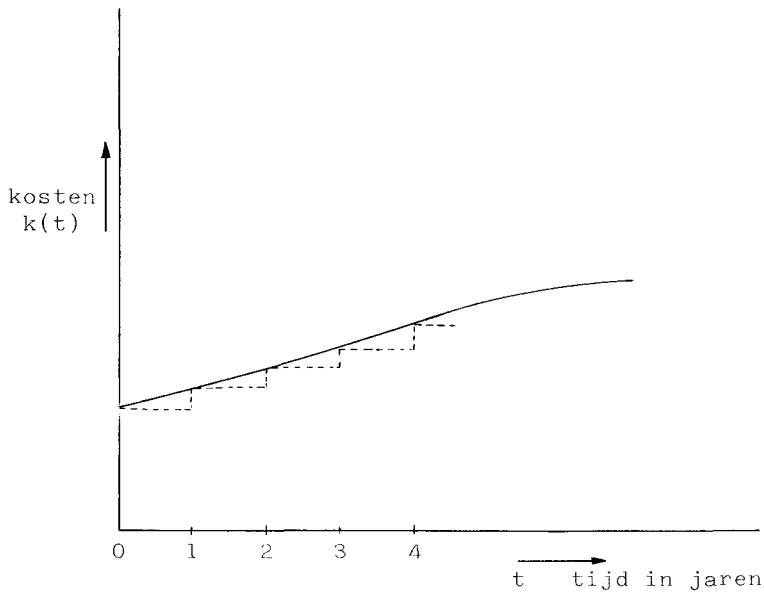
In de praktijk werkt men vaak met afschrijvingstermijnen, die veel langer zijn dan de ontwerpperiode; dit impliceert de verwachting van een watervoorziening die tot in lengte van jaren voortgezet wordt; in de economische vergelijking kan deze verwachting gehonoreerd worden door de zogenaamde eeuwigdurende financiering. Hierbij moet als afschrijvingstermijn de werkelijke levensduur worden gekozen. De wijze van afschrijven doet niet ter zake. Het grote voordeel is dat er geen vergelijkingsperiode vastgesteld hoeft te worden.

7. WISKUNDIGE BENADERING VAN DE CONTANTE WAARDE BIJ EEUWIGDURENDE FINANCIERING

Stel de jaarlijkse kosten k (vaste lasten en variabele kosten) van een bepaald plan kunnen worden weergegeven als functie van de tijd en wel: $k = k(t)$ (zie figuur 2).

De contante waarde k_w bij eeuwigdurende financiering van dit plan bedraagt:

$$k_w = \sum_{t=0}^{\infty} k(t)p^{-t} \quad (7.1)$$



Figuur 2 - Voorbeeld van een tijdsafhankelijke kostenfunctie

Bij benadering kan k_w ook als volgt worden berekend:

$$k_w = \int_0^{\infty} k(t)p^{-t}.dt \quad (7.2)$$

Formule (7.1) werkt in feite met de in figuur 2 gestippelde stapfunctie. Het verschil tussen k_w bepaald volgens (7.1) en (7.2) is doorgaans klein, vooral bij lage rentepercentages of wat bijna op hetzelfde neerkomt bij kleine tijdstippen (wanneer bijvoorbeeld met termijnen van maanden in plaats van jaren gerekend wordt). Overigens bedraagt het verschil bij 10% rente per jaar en voor $k(t) = \text{constant}$ slechts 5%.

$$k_w = \sum_{t=0}^{\infty} k \cdot p^{-t} = \frac{k}{p-1} \quad \text{voor } p = 1,1 \rightarrow k_w = 10 \text{ k}$$

$$k_w = \int_0^{\infty} k \cdot p^{-t} \cdot dt = \frac{k}{\ln p} \quad \text{voor } p = 1,1 \rightarrow k_w = 10,5 \text{ k}$$

De integraalformule (7.2) kan ook als volgt geschreven worden:

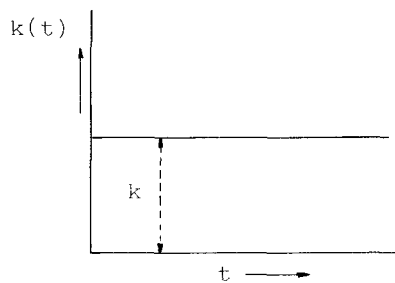
$$k_w = \int_0^{\infty} k(t) \cdot p^{-t} \cdot dt = \int_0^{\infty} k(t) \cdot e^{-t \ln p} \cdot dt$$

stel $\ln p = s$ dan geldt:

$$k_w = \int_0^{\infty} k(t) \cdot e^{-st} \cdot dt = L \{k(t)\} \quad (7.3)$$

De integraalformule (7.3) is de zogenaamde Laplace-transformatie van de functie $k(t)$, weergegeven door het symbool $L\{k(t)\}$. Het grote voordeel van de Laplace-transformatie als hulpmiddel bij de berekening van de contante waarde is dat uit de wiskunde voor zeer veel verschillende functies $k(t)$ de Laplace-transformaties bekend zijn en daarmee dus in ons geval de contante waarde. Voor een aantal kostenfuncties is hieronder de contante waarde weergegeven.

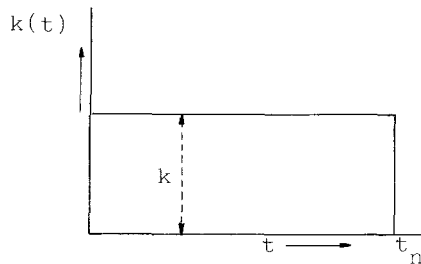
Voorbeeld 1



$$\begin{aligned} k(t) &= k \\ \text{contante waarde } k_w &= L \{k(t)\} \\ &= L \{k\} \\ &= \int_0^{\infty} k \cdot e^{-st} \cdot dt = \frac{k}{s} \end{aligned}$$

$$s = \ln p \rightarrow k_w = \boxed{\frac{k}{\ln p}}$$

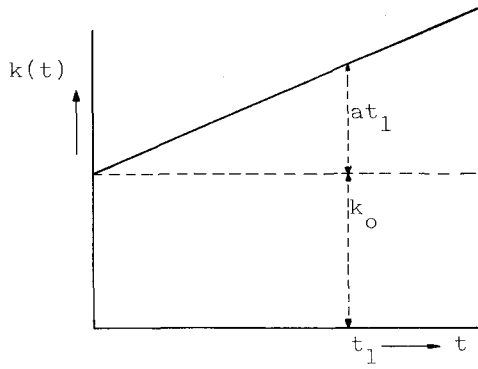
Voorbeeld 2



$$k_w = \frac{k}{\ln p} \cdot (1 - p^{-t_n})$$

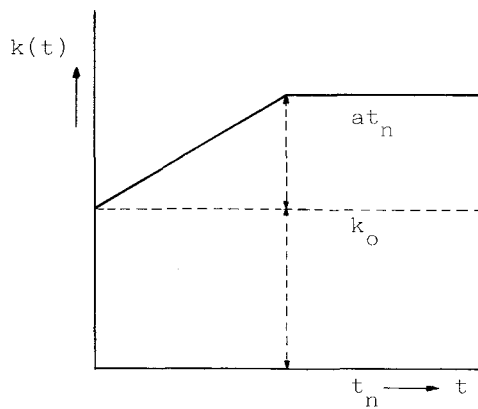
N.B. dus ook toepasbaar voor een eindige periode!

Voorbeeld 3



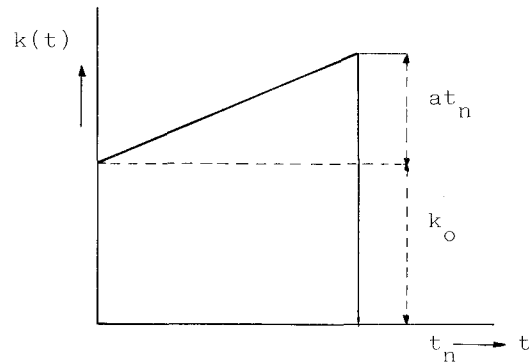
$$k_w = \frac{k_0}{\ln p} \cdot \left(1 + \frac{a}{k_0 \cdot \ln p} \right)$$

Voorbeeld 4



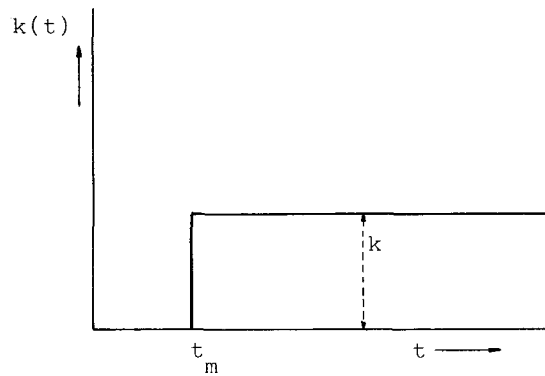
$$k_w = \frac{k_0}{\ln p} + \frac{a}{\ln^2 p} \cdot (1 - p^{-t_n})$$

Voorbeeld 5



$$k_w = \frac{k_0}{\ln p} + \frac{a}{\ln^2 p} \cdot (1 - p^{-t_n}) - \frac{at_n + k_0}{\ln p} \cdot p^{-t_n}$$

Voorbeeld 6



$$k_w = \frac{k}{\ln p} \cdot p^{-t_m}$$

Op bijlage 1 is een overzicht gegeven van een aantal belangrijke Laplace-transformaties.

In het kort

Wanneer de vaste en/of variabele lasten als een tijdsafhankelijke kostenfunctie $k(t)$ kunnen worden weergegeven, dan is de contante waarde k_w van de genoemde lasten gelijk aan de Laplace-transformatie van de kostenfunctie

$$L \{ k(t) \} = \int_0^{\infty} k(t) \cdot e^{-st} \cdot dt \quad \text{met } s = \ln p \quad (p = \text{rentefactor})$$

Het voordeel hiervan is, dat voor een groot aantal kostenfuncties een eenvoudige berekening van de contante waarde mogelijk is.

8. INVLOED PRIJSSTIJGINGEN OP DE CONTANTE WAARDE

Het is natuurlijk wel mooi, dat dankzij het begrip contante waarde het uitstellen van investeringen gewaardeerd wordt, maar wanneer zich intussen belangrijke prijsstijgingen hebben voorgedaan, dan is het uitstel toch minder aantrekkelijk geweest dan verwacht werd. Het is hier overigens niet de plaats om in te gaan op de discussie of prijsstijgingen wel of niet in de economische berekeningen moeten worden meegenomen. Volstaan wordt met het aangeven van een methode waarmee op eenvoudige wijze de invloed van prijsstijgingen in de contante-waarde-berekening kan worden ingevoerd. Stel de jaarlijkse prijsstijgingen bedragen $i\%$ per jaar en stel $f = 1 + i$ (8.1)

waarin $f =$ prijsstijgingsfactor ($f = 1,03$ bij 3% prijsstijging per jaar).

De oorspronkelijke kostenfunctie $k(t)$ wijzigt dus onder invloed van de prijsstijgingen in

$f^t \cdot k(t)$ en derhalve wordt de contante waarde bij eeuwigdurende financiering:

$$k_w = \int_0^{\infty} k(t) \cdot f^t \cdot p^{-t} \cdot dt = \int_0^{\infty} k(t) \cdot \left(\frac{p}{f}\right)^{-t} \cdot dt \quad (8.2)$$

Stel $p_i = \frac{p}{f}$ waarbij $p_i =$ ideële rentefactor en substitueer dit in (8.2).

$$k_w = \int_0^{\infty} k(t) \cdot p_i^{-t} \cdot dt \quad (8.3)$$

De invloed van de prijsstijgingen kan dus eenvoudig worden ingebouwd in de economische vergelijking door in plaats van de werkelijke rentefactor p een ideële rentefactor p_i in te voeren waarbij

$$p_i = \frac{p}{f} \quad (8.4)$$

$$\text{dus bij } \left. \begin{array}{l} p = 1,08 \\ f = 1,04 \end{array} \right\} p_i = \frac{1,08}{1,04} = 1,0385 \approx 1,04$$

of als globale vuistregel:

rente (8%) - prijsstijging (4%) = ideële rente (4%).

In het voorgaande hoofdstuk is reeds aangetoond, dat de onafhankelijk is van de wijze van afschrijven. Dit geldt voor het geval men met prijsstijgingen rekening wil houden in de contante-waarde-berekening. Aan de hand van de voorbeelden op bladzijde 13 zal dit weer duidelijk gemaakt worden.

Geval A: afschrijving ineens

<u>tijd</u>	<u>investering</u>	<u>afschrijving</u>	<u>contante waarde</u>
0 j	I	I	I
n j	$f^n \cdot I$	$f^n \cdot I$	$\left(\frac{p}{f}\right)^{-n} \cdot I = p_i^{-n} \cdot I$
2n j	$f^{2n} \cdot I$	$f^{2n} \cdot I$	$p_i^{-2n} \cdot I$
3n j	$f^{3n} \cdot I$	$f^{3n} \cdot I$	$p_i^{-3n} \cdot I$
			+
			$k_w = \sum_{j=0}^{\infty} p_i^{-nj} \cdot I = \frac{p_i^n}{p_i^{n-1}} \cdot I \quad (8.5)$

Geval B: annuïtaire afschrijving

<u>tijd</u>	<u>investering</u>	<u>jaarlijkse lasten</u>	<u>contante waarde</u>
0 j	I	ann. I	$\sum_{j=0}^n \text{ann.} \cdot I \cdot p^{-j} = \text{ann.} \cdot I \cdot \frac{1-p^{-n}}{p-1} = I$
n j	$f^n \cdot I$	ann. $f^n \cdot I$	$\sum_{j=n}^{2n} \text{ann.} \cdot f^n \cdot I \cdot p^{-j} = I \cdot f^n \cdot p^{-n}$
2n j	$f^{2n} \cdot I$	ann. $f^{2n} \cdot I$	= $I \cdot f^{2n} \cdot p^{-2n}$
3n j	$f^{3n} \cdot I$	ann. $f^{3n} \cdot I$	= $I \cdot f^{3n} \cdot p^{-3n}$
			+
			$k_w = I \sum_{j=0}^{\infty} f^{jn} \cdot p^{-jn} = I \sum_{j=0}^{\infty} p_i^{-jn} = \frac{p_i^n}{p_i^{n-1}} \cdot I \quad (8.6)$

In het kort

Jaarlijkse prijsstijgingen kunnen globaal in de economische vergelijking op basis van contante waarden worden ingevoerd door in plaats van met de werkelijke rentevoet te rekenen met een ideële rentevoet die wordt verkregen door van de werkelijke rentevoet de jaarlijkse prijsstijging af te trekken, dus als vuistregel:

rente - prijsstijging = ideële rente

8 % - 4 % = 4 %

en meer exact:

$$\text{ideële rentefactor} = \frac{\text{rentefactor}}{\text{prijsstijgingsfactor}}$$

$$p_i = \frac{p}{f} = \frac{1,08}{1,04} = 1,0385$$

9. DE MEEST ECONOMISCHE DIAMETER

In de hoofdstukken 5 t/m 8 zijn de meer theoretische achtergronden van de contante-waarde-methode besproken. In dit hoofdstuk zal een bijzondere toepassing daarvan, namelijk de berekening van de meest economische diameter van grote distributieleidingen worden behandeld.

Als voorbeeld zal de probleenstelling van de Werkgroep Leidingnetontwerp en -berekening worden gekozen, namelijk een gefingeerde stad van 100.000 inwoners waarvan een schema is aangegeven in bijlage 12. De te beschouwen periode (ontwerpperiode) bedraagt 25 jaar. In die periode nemen de verbruiken lineair toe. Een overzicht van de verbruiken in de verschillende leidinggedeelten is aangegeven in tabel 2. Op de betekenis van Q_i wordt nog nader teruggekomen.

Tabel 2 - Overzicht verbruiken voor fictieve stad van 100.000 inwoners

code	t = 0			t = 25 jaar		
	Q_{max} m ³ /h	Q_{gem} m ³ /h	Q_i m ³ /h	Q_{max} m ³ /h	Q_{gem} m ³ /h	Q_i m ³ /h
A	1200	421	547	2400	842	1094
B	1050	368	478	2100	736	956
C	870	305	397	1740	610	794
D	690	242	315	1380	484	630
E	510	179	233	1020	358	466
F	330	116	151	660	332	302
G	150	53	69	300	106	138

De kosten zullen per strekkende meter leiding worden uitgedrukt. Het te berekenen leidinggedeelte wordt als het ware geïsoleerd uit het veelal complexe leidingsysteem. Economische aspecten die betrekking hebben op de onderlinge samenhang binnen het totale leidingnet worden buiten beschouwing gelaten.

Om de meest economische diameter te bepalen met behulp van de contante-waarde-methode zullen over de gehele ontwerp-periode van 25 jaar de aanleg-, onderhouds- en energiekosten bekend moeten zijn. De gesommeerde contante waarde van al deze kosten kan afhankelijk gesteld worden van de leiding-diameter D. De meest economische diameter wordt vervolgens gedefinieerd als de diameter waarbij de gesommeerde contante waarde van aanleg-, onderhouds- en energiekosten minimaal is.

9.1 Aanleg- en onderhoudskosten

Aanleg- en onderhoudskosten kunnen in één adem genoemd worden omdat ze doorgaans onder de categorie vaste lasten worden gebundeld. Vrijwel ieder waterleidingbedrijf hanteert een grafiek, tabel of formule waarin het verband tussen aanlegkosten per m' en leidingdiameter is weergegeven. Voor een 9-tal grote waterleidingbedrijven is dit verband weergegeven in figuur 3 (prijspeil 1972). Duidelijk komt naar voren, dat er grote verschillen bestaan, maar het is in het kader van deze verhandeling niet relevant om na te gaan hoe deze verschillen verklaard kunnen worden. Evenmin zal hier getracht worden om het verband tussen aanlegkosten en diameter in een formule vast te leggen, omdat de berekening van de economische diameter langs grafische weg kan worden gerealiseerd. In de volgende hoofdstukken zal het verband worden aangehouden zoals aangegeven in figuur 4, maar er zij met nadruk op gewezen dat dit een vrij willekeurige keuze is en dat het een ieder vrij staat hiervan af te wijken en aansluiting te zoeken bij specifieke bedrijfsgegevens. Van de aanlegkosten (k_a) moet nu de contante waarde bij eeuwigdurende financiering worden bepaald en overeenkomstig formule (6.4) volgt nu:

$$k_{wa} = \frac{p_i^n}{p_i^{n-1}} \cdot k_a = \frac{ann}{p_i^{n-1}} \cdot k_a \quad (9.2)$$

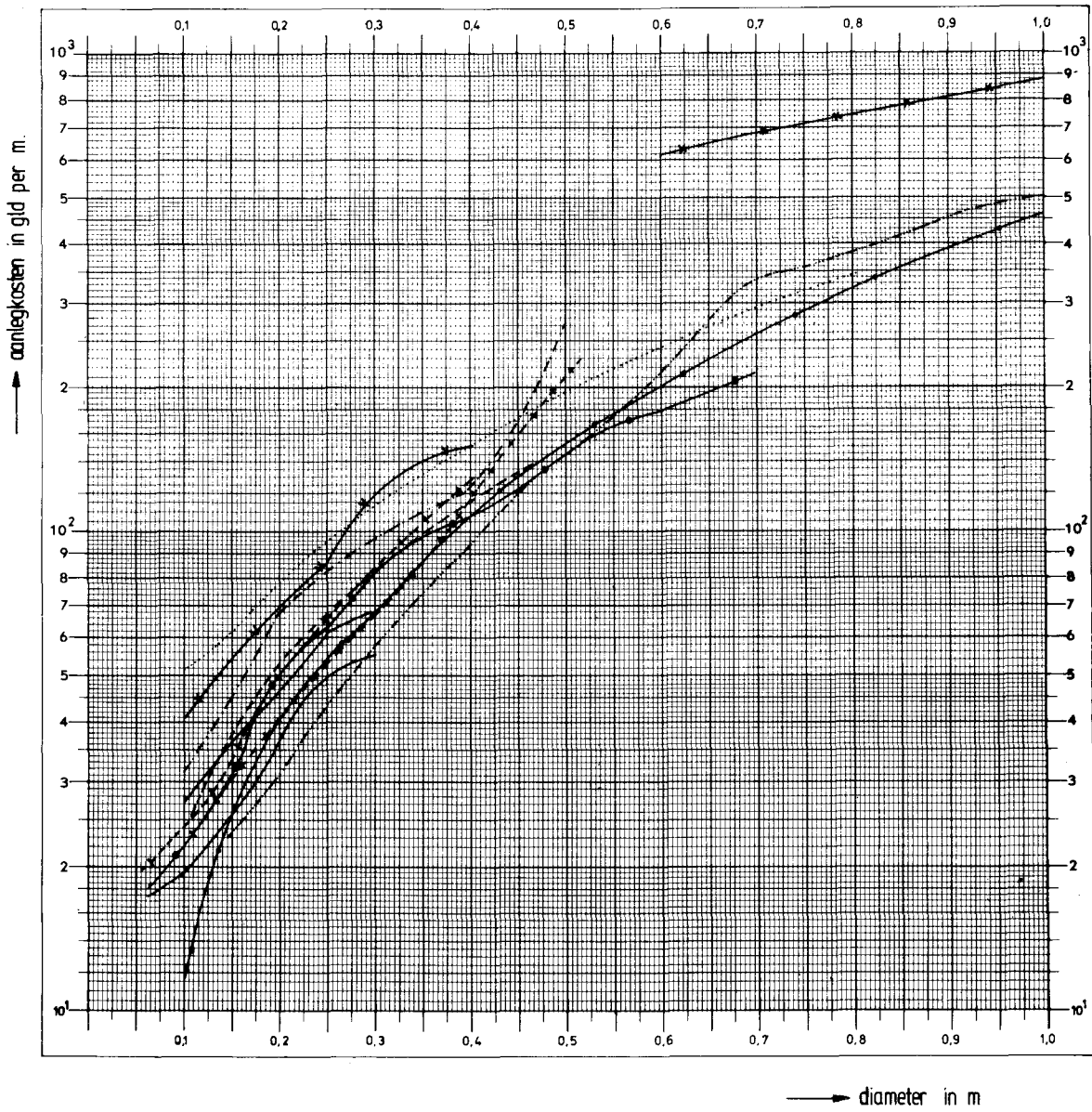
waarin

k_{wa} = contante waarde van de aanlegkosten in gld/m'

p_i = ideële rentefactor

k_a = aanlegkosten leiding in gld/m'

n = afschrijvingstermijn



Verband tussen aanlegkosten en leidingdiameter
(zoals opgegeven door een aantal waterl. bedrijven in '72)

fig. 3

verband tussen aanlegkosten
en diameter (prijspeil 1972)

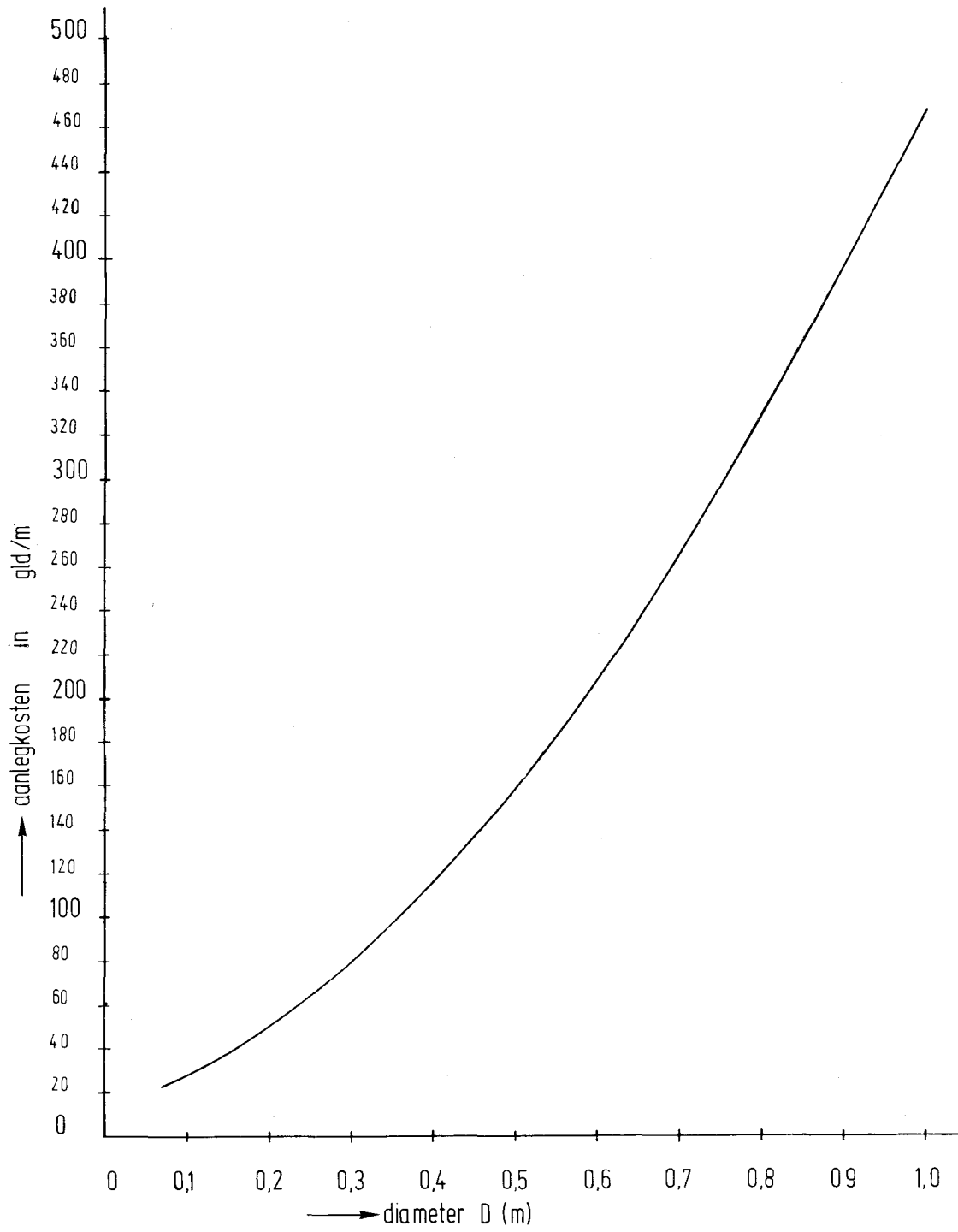


fig. 4

b.v. $p_i = 1,04$ $n = 50$ jaar $k_{wa} = 1,16 k_a$

dus de contante waarde bij eeuwigdurende financiering wordt eenvoudig gevonden door de aanlegkosten met 1,16 te vermenigvuldigen (andere rentefactoren en afschrijvingstermijnen leveren uiteraard ook andere vermenigvuldigingsfactoren op). Onderhoudskosten spelen doorgaans een ondergeschikte rol, maar kunnen zonder bezwaar in de economische vergelijking worden meegenomen. Het is gebruikelijk de onderhoudskosten als vaste lasten te introduceren al of niet afhankelijk van de diameter. Wanneer de onderhoudskosten onafhankelijk zijn van de diameter, heeft het geen zin om deze kosten in de beschouwingen over de meest economische diameter te betrekken. De contante waarde bij eeuwigdurende financiering bedraagt overeenkomstig voorbeeld 1 blz. 16:

$$k_{wo} = \frac{k_o}{\ln p_i} = \frac{k_o}{p_i - 1} \quad (9.3)$$

waarin:

k_{wo} = contante waarde van de onderhoudskosten (gld/m)

k_o = onderhoudskosten (gld/m)

p_i = ideële rentefactor

b.v. $p_i = 1,04$ en $k_o = 0,5$ gld/m'

$$k_{wo} = \frac{0,5}{\ln 1,04} = \frac{0,5}{0,0392} = f 12,75 \text{ gld/m'}$$

In het kort

- Aanlegkosten (k_a) variëren sterk per bedrijf en kunnen uit de bedrijfsgegevens worden overgenomen.
- aanlegkosten worden in de navolgende voorbeelden ingevoerd volgens figuur 4

$$\text{- contante waarde aanlegkosten } k_{wa} = \frac{p_i^n}{p_i^{n-1}} \cdot k_a = \frac{\text{ann}}{p_i - 1} \cdot k_a$$

$$\text{- contante waarde onderhoudskosten } k_{wo} = \frac{k_o}{\ln p_i} = \frac{k_o}{p_i - 1}$$

9.2 Energiekosten

Hoewel niet strikt nodig is het toch wel plezierig de energieverliezen ten gevolge van stromingsweerstand in een formule uit te drukken. De meest geschikte formule is die van Darcy-Weisbach:

$$H_S = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (9.4)$$

waarin H_S = stromingsverlies in m/m
 D = diameter van de leiding (m)
 v = snelheid van het water in de leiding (m/s)
 g = versnelling van de zwaartekracht (m/s²)
 λ = weerstandscoëfficiënt volgens Colebrook

De waarde van λ kan worden afgelezen uit figuur 5.

Aangezien $v = \frac{Q}{1/4\pi D^2}$ en $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ volgt na substitutie in (9.4)

$$H_S = 0,0826 \cdot \lambda \cdot \frac{Q^2}{D^5} \quad (9.5)$$

waarin Q = volumestroom in m³/s.

De jaarlijkse energiekosten bedragen:

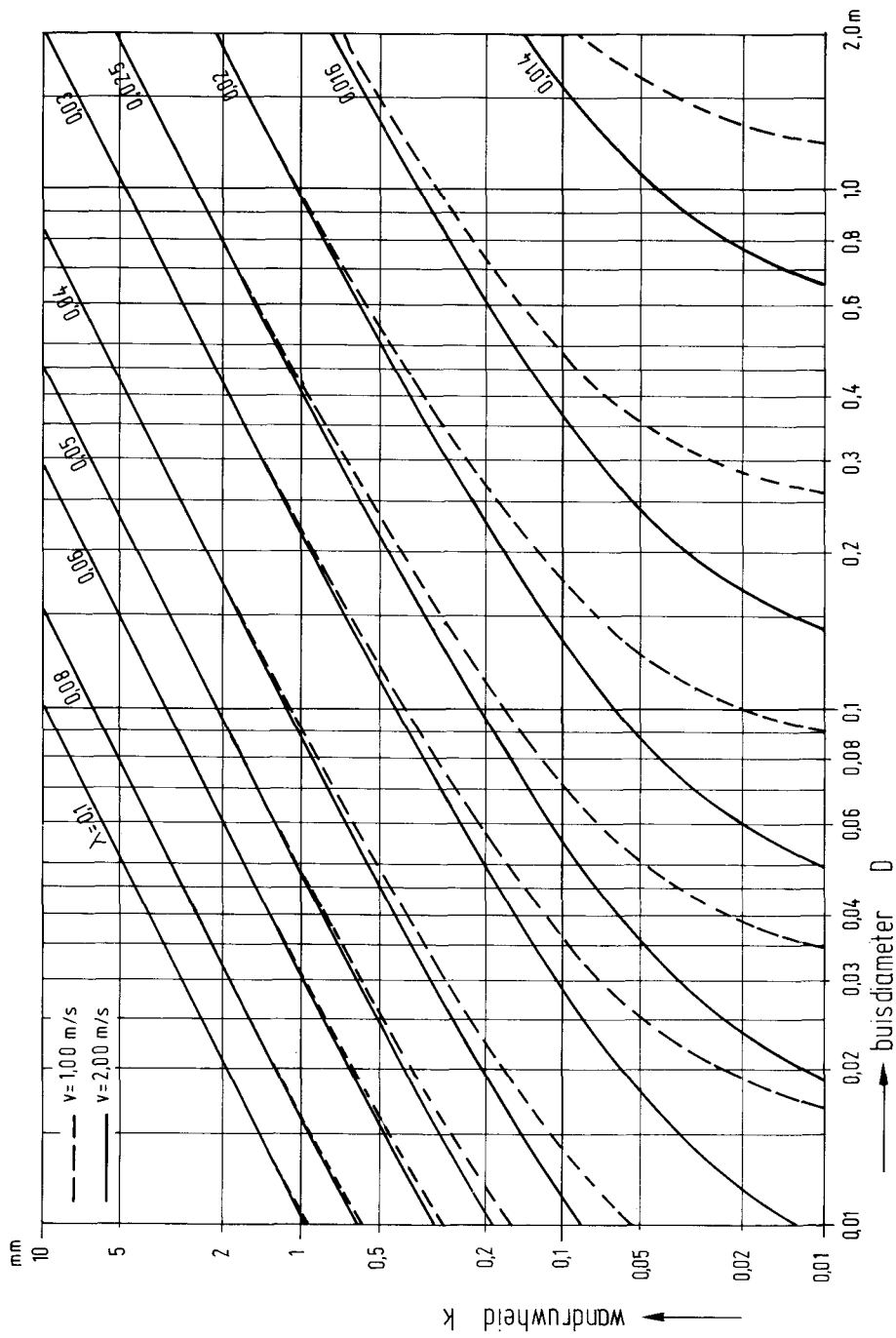
$$k_e = \frac{u \cdot Q \cdot H_S \cdot e}{\eta \cdot 367} \quad (9.6)$$

waarin k_e = jaarlijkse energiekosten in gld/m'
 u = aantal loopuren per jaar
 η = pomp rendement
 e = kWh-prijs (gld/kWh)
 Q = volumestroom in m³/h
 H_S = stromingsverlies in m/m

Vervolgens moet de formule voor H_S (9.5) gesubstitueerd worden in (9.6), maar daarbij moet eerst nog de volumestroom in m³/h worden uitgedrukt, zodat

$$H_S = 6.3735 \cdot 10^{-9} \cdot \lambda \cdot \frac{Q^2}{D^5} \text{ en na substitutie}$$

$$k_e = 1,7366 \cdot 10^{-11} \cdot \lambda \cdot \frac{u \cdot e}{\eta} \cdot \frac{Q^3}{D^5} \quad (9.7)$$



Waarde van de weerstandscoefficient λ als functie van buisdiameter en wandruwheid voor water van 10°C

fig. 5

Er kunnen nu een aantal gevallen worden onderscheiden, die tot zeer verschillende contante waarden leiden.

a. Constante volumestroom

Wanneer Q = constante volumestroom en ook u = constant dan is ook k_e = constant voor een bepaalde diameter en een bepaald leidingmateriaal. De contante waarde bij eeuwigdurende financiering van de energiekosten bedraagt dan:

$$k_{we} = \frac{k_e}{\ln p_i} = 1.7366 \cdot 10^{-11} \cdot \lambda \cdot \frac{u \cdot e}{\eta \cdot \ln p_i} \cdot \frac{Q^3}{D^5} \quad (9.8)$$

waarin k_{we} = contante waarde van de energiekosten

p_i = ideële rentefactor

bijvoorbeeld:

$$Q = 1000 \text{ m}^3/\text{h} \quad k = 0,05 \quad D = 0,6 \text{ m}$$
$$\lambda = 0,015 \text{ (zie figuur 5)}$$

$$u = 5000 \text{ uren} \quad \eta = 0,6$$

$$e = 0,07 \text{ gld/kWh}$$

$$p_i = 1,04$$

$$\text{dan volgt uit (9.8)} \quad k_{we} = 49,82 \text{ gld/m}^3$$

$$\text{voor } D = 0,5 \text{ m volgt} \quad k_{we} = 123,97 \text{ gld/m}^3$$

$$\text{en voor } D = 0,7 \text{ m} \quad k_{we} = 23,05 \text{ gld/m}^3$$

b. Variaties in de volumestromen over de dag en over het jaar, maar totale jaarlijkse hoeveelheden constant

De gemiddelde volumestroom blijft in dit geval constant:

$$Q_{\text{gem}} = \frac{\text{jaarhoeveelheid}}{8760} \text{ (m}^3/\text{h)} \quad (9.9)$$

De verbruiksvariaties, die optreden in het waterleidingbedrijf, kunnen weer van geval tot geval verschillen. Hier zal worden volstaan met het aangeven van de methode voor het bewerken van de verbruiksgegevens tot een bruikbare parameter voor de berekening van de contante waarde.

De energiekosten zijn volgens formule (9.7) evenredig met de 3de macht van de volumestroom. Wanneer achtereenvolgens gedurende telkens één uur de hieronder volgende debieten worden verpompt dan verloopt de berekening van de energiekosten als volgt:

$Q(\text{m}^3/\text{h})$	$u(\text{h})$	verpompte hoeveelheid (m^3)	k_e
1000	1	1000	$A \cdot (1000)^3$
1500	1	1500	$A \cdot (1500)^3$
1200	1	1200	$A \cdot (1200)^3$
1400	1	1400	$A \cdot (1400)^3$
1000	1	<u>1000</u>	<u>$A \cdot (1000)^3$</u>
		6100 m^3	$9,85 \cdot 10^9 \cdot A$

De totale energiekosten bedragen dus $9,85 \cdot 10^9 \cdot A$

$$(A = 1,7366 \cdot 10^{-11} \cdot \lambda \cdot \frac{a}{\eta} \cdot \frac{1}{D^5})$$

Het gaat er nu om een zodanig constant debiet te kiezen, dat in dezelfde tijd dezelfde energiekosten oplevert als de werkelijk optredende debieten; dit debiet noemen we dan het ideale debiet (Q_i). De totale energiekosten bedroegen in bovenstaand voorbeeld $9,85 \cdot 10^9 \cdot A$; de gemiddelde energiekosten per uur zijn dus $1,97 \cdot 10^9 \cdot A$ en derhalve zal $Q_i = \sqrt[3]{1,97 \cdot 10^9} = 1253,6 \text{ m}^3/\text{h}$ bedragen of in meer algemene vorm:

$$Q_i = \sqrt[3]{\frac{\sum_{n=1}^j Q_n^3}{j}}$$

waarin Q_i = het ideale verbruik in m^3/h dat gedurende de periode van k uren hetzelfde energieverlies oplevert als de werkelijk optredende verbruiken;

Q_n = werkelijk optredend verbruik in m^3/h gedurende het n^{de} uur.

j = totaal aantal uren waarover Q_i bepaald wordt.

Om te voorkomen dat het hiermee gepaard gaande rekenwerk niet buiten proporties geraakt, wordt meestal de Q_i bepaald over een etmaal (uurongelijkmatigheid over de dag) en daarna vermenigvuldigd met een factor die de etmaalongelijkmatigheid over het jaar representeert. Aan de hand van voorbeelden uit het Handboek voor het Waterleidingvak deel I zal dit nu worden toegelicht.

1. Uurongelijkmatigheid over de dag (zie blz. 172 Handboek voor het waterleidingvak deel I 1970)

tijd	$\frac{Q}{Q_{gem}}$	$\left(\frac{Q}{Q_{gem}}\right)^3$	tijd	$\frac{Q}{Q_{gem}}$	$\left(\frac{Q}{Q_{gem}}\right)^3$
7- 8	1,2	1,728	19-20	1,20	1,728
8- 9	1,44	2,986	20-21	0,72	0,373
9-10	1,56	3,796	21-22	0,72	0,373
10-11	1,80	5,832	22-23	0,60	0,216
11-12	2,04	8,490	23-24	0,48	0,111
12-13	1,80	5,832	0- 1	0,36	0,047
13-14	1,44	2,986	1- 2	0,36	0,047
14-15	0,96	0,885	2- 3	0,24	0,014
15-16	0,72	0,373	3- 4	0,36	0,047
16-17	1,20	1,728	4- 5	0,48	0,111
17-18	1,20	1,728	5- 6	0,72	0,373
18-19	1,44	2,986	6- 7	0,96	0,885
					<u>43,675</u> +

$$\frac{Q_i}{Q_{gem}} = \sqrt[3]{\frac{\sum_{n=1}^{24} \left(\frac{Q_n}{Q_{gem}}\right)^3}{24}} = \sqrt[3]{\frac{43,675}{24}} = 1,22$$

Dagongelijkmatigheid over het jaar (ontleend aan bedrijfsgegevens van de WMG, zie ook blz. 194 Handboek voor het Waterleidingvak 1970, deel I, frequentieverdeling)

$\frac{Q \text{ (m}^3\text{/etm)}}{Q_{\text{gem}} \text{ (m}^3\text{/etm)}}$	frequentie f	$f \times \left(\frac{Q}{Q_{\text{gem}}}\right)^3$	$\frac{Q \text{ (m}^3\text{/etm)}}{Q_{\text{gem}} \text{ (m}^3\text{/etm)}}$	frequentie f	$f \times \left(\frac{Q}{Q_{\text{gem}}}\right)^3$
1,8	1	5,83	1,04	7	7,87
1,7	1	4,91	1,03	10	10,93
1,6	2	8,19	1,02	10	10,61
1,5	3	10,12	1,01	10	10,30
1,4	7	19,21	1,00	11	11,00
1,35	6	14,76	0,99	12	11,64
1,30	7	15,38	0,98	12	11,29
1,25	10	19,53	0,97	13	11,86
1,225	7	12,87	0,96	14	12,39
1,20	8	13,82	0,95	16	13,72
1,175	9	14,60	0,94	16	13,29
1,15	10	15,21	0,93	16	12,87
1,125	12	17,09	0,92	18	14,02
1,10	15	19,97	0,91	20	15,07
1,075	17	21,12	0,90	22	16,04
1,05	20	23,15	0,89	23	16,21
				365	434,86

$$\frac{Q_i}{Q_{\text{gem}}} = \sqrt[3]{\frac{434,86}{365}} = 1,06$$

De uurongelijkmatigheid over het jaar wordt nu het best benaderd door de invloeden van uurongelijkmatigheid over de dag en dagongelijkmatigheid over het jaar met elkaar te vermenigvuldigen; dus in bovenstaande voorbeelden

$$Q_i = 1,22 \times 1,06 = 1,2932 \approx 1,3 \cdot Q_{\text{gem}} \quad (9.10)$$

$$Q_i = 1,3 Q_{\text{gem}}$$

waarin Q_i = ideële verbruik (m³/h)

Q_{gem} = gemiddelde verbruik over het jaar (m³/h)

De contante waarde van de energiekosten wordt nu berekend door in formule (9.8) Q te vervangen door Q_i en $u = 8760$ te substitueren.

$$\text{Dus } k_{\text{we}} = 1,521 \cdot 10^{-7} \cdot \lambda \cdot \frac{e}{\eta \cdot \ln p_i} \cdot \frac{Q_i^3}{D^5} \quad (9.11)$$

$$\text{en } k_e = k_{\text{we}} \cdot \ln p_i$$

Bijvoorbeeld distributieleiding waardoor jaarlijks 10^6 m³ water verpompt wordt:

$$Q_i = 1,3 \cdot \frac{10^6}{8760} = 148,4 \text{ m}^3/\text{h}$$

Stel voorts

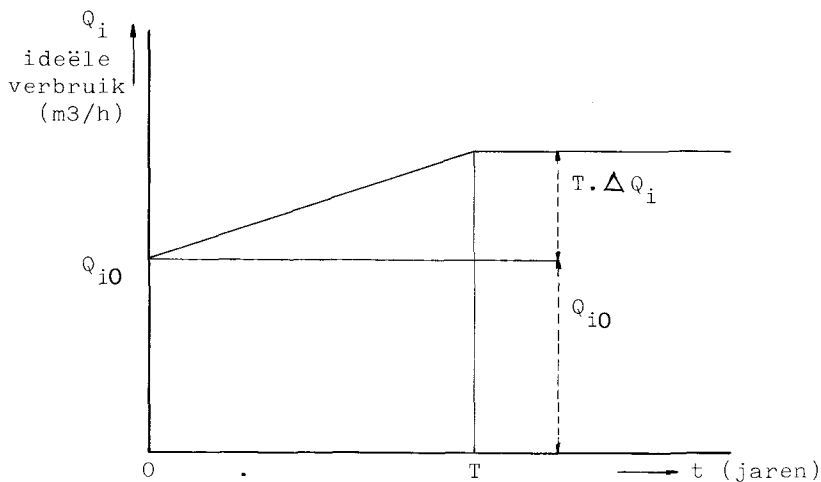
$$k = 0,05 \quad \lambda = 0,017 \quad e = 0,07 \quad \eta = 0,6 \quad p_i = 1,04$$

$k_{\text{we}} = \frac{0,025}{D^5}$	<u>D (m)</u>	<u>k_{we} (gld/m')</u>
	0,2	78,12
	0,3	10,29
	0,4	2,44

Wellicht ten overvloede zij nog opgemerkt, dat in deze contante waardeberekening een jaarlijkse prijsstijging van de energiekosten is verwerkt; door namelijk met een ideële rente van 4% te rekenen tegenover een werkelijke rente van circa 8% is een jaarlijkse prijsstijging van 4% geïntroduceerd in de berekening (zie hoofdstuk 8).

c. Jaarlijkse toename van de verbruiken

In het vervolg zal het ideële verbruik (Q_i) in de berekeningen worden aangehouden, waarmee dus ongelijkmatigheden in het verbruik binnen het jaar worden geacht te zijn opgevangen. Wanneer er daarnaast sprake is van een jaarlijkse toename van de verbruiken zal een modus gezocht moeten worden om ook dit verschijnsel in de berekening van de contante waarde van de energiekosten te betrekken. De toename zal zich gedurende de ontwerpstermijn T voordoen en daarna zal het verbruik constant blijven; de te berekenen leiding moet aan deze vraag kunnen voldoen en wordt hydraulisch berekend op het maximale verbruik na T jaren. De lengte van de periode T wordt verondersteld gegeven te zijn uit een overkoepelend plan. Er wordt voorts aangenomen dat het verbruik over de periode $0 - T$ jaar lineair toeneemt (zie figuur 6).



Figuur 6 - Toename van het ideële verbruik

$$\left. \begin{array}{l} 0 < t \leq T \\ t > T \end{array} \right\} \begin{array}{l} Q_{it} = \left(\frac{Q_{i0}}{\Delta Q_i} + t \right) \cdot \Delta Q_i \\ Q_{it} = \left(\frac{Q_{i0}}{\Delta Q_i} + T \right) \cdot \Delta Q_i \end{array} \quad (9.12)$$

waarin

Q_{it} = het ideële verbruik in het t^{de} jaar (m^3/h)

Q_i = het ideële verbruik voor $t = 0$ (m^3/h)

Q_i = toename van het ideële verbruik per jaar ($\text{m}^3/\text{h.jaar}$)

Stel $q = \frac{Q_{i0}}{Q_i}$ waarbij q de betekenis heeft van een periode

waarin het verbruik ten opzichte van het verbruik bij $t = 0$ verdubbelt, dan gaat vergelijking (9.12) over in

$$\left. \begin{array}{l} 0 < t \leq T \quad Q_{it} = (q + t) \cdot \Delta Q_i \\ t > T \quad Q_{it} = (q + T) \cdot \Delta Q_i \end{array} \right\} \quad (9.13)$$

De energiekosten bedragen nu:

$$k_e = 1,521 \cdot 10^{-7} \cdot \lambda \cdot \frac{e}{\eta} \cdot \frac{Q_{it}^3}{D^5} = A \cdot Q_{it}^3$$

$$\text{waarin } A = 1,521 \cdot 10^{-7} \cdot \lambda \cdot \frac{e}{\eta} \cdot \frac{1}{D^5} \quad (9.14)$$

Na substitutie van (9.13) gaat de vergelijking voor de jaarlijkse energiekosten over in:

$$\left. \begin{array}{l} 0 < t \leq T \quad k_e = A \cdot (q + t)^3 \cdot (\Delta Q_i)^3 \\ t > T \quad k_e = A \cdot (q + T)^3 \cdot (\Delta Q_i)^3 \end{array} \right\} \quad (9.15)$$

De contante waarde van de energiekosten bij eeuwigdurende investering wordt als volgt berekend:

$$\begin{aligned} k_{we} &= \int_0^{\infty} k_e \cdot p^{-t} \cdot dt \\ &= A \cdot (\Delta Q_i)^3 \cdot \left\{ \int_0^T (q + t)^3 \cdot p^{-t} \cdot dt + \int_T^{\infty} (q + T)^3 \cdot p^{-t} \cdot dt \right\} \\ &= A \cdot (\Delta Q_i)^3 \cdot \int_0^T (q + t)^3 \cdot p^{-t} \cdot dt + A \cdot (\Delta Q_i)^3 \cdot (q + T)^3 \cdot \frac{p^{-T}}{\ln p} \end{aligned}$$

De integraal $F = \int_0^T (q + t)^3 \cdot p^{-t} \cdot dt$ is voor een groot aantal variaties van T , q en p weergegeven op de bijlagen 2 t/m 11.

$$q = \frac{Q_{i0}}{\Delta Q_i} \quad \text{of} \quad \Delta Q_i = \frac{Q_{i0}}{q} \quad \text{zodat}$$

$$k_{we} = A \cdot \left(\frac{Q_{i0}}{q}\right)^3 \cdot F + A \cdot \left(\frac{Q_{i0}}{q}\right)^3 \cdot (q + T)^3 \cdot \frac{p_i^{-T}}{\ln p_i} \quad (9.16)$$

waarin:

$$A = 1,521 \cdot 10^{-7} \cdot \lambda \cdot \frac{e}{\eta} \cdot \frac{1}{D^5}$$

$$F = \int_0^T (q + t)^3 \cdot p^{-t} \cdot dt$$

q = periode (jaren) waarin het verbruik zich verdubbelt

Q_{i0} = ideële verbruik voor $t = 0$ (m^3/h)

T = ontwerpperiode in jaren; periode waarin toename van de verbruiken optreedt.

Bijvoorbeeld

$$Q_{i0} = 500 \text{ m}^3/h \quad T = 30 \text{ j} \quad q = 20 \text{ j}$$

$$p_i = 1,04$$

$$k = 0,05 \text{ mm} \quad \lambda = 0,017 \quad e = 0,07 \text{ gld/kWh}$$

$$\eta = 0,6$$

$$F = 7,1 \cdot 10^5. \quad Q_{imax} = Q_{i30} = 500 + 30 \cdot 25 = 1250 \text{ m}^3/h$$

$$k_{we} = 1,521 \cdot 10^{-7} \cdot 0,017 \cdot \frac{0,07}{0,6} \cdot \left(\frac{500}{20}\right)^3 \cdot D^{-5} \cdot (7,1 \cdot 10^5 + 50^3 \cdot 7,86)$$

$$= \frac{7,978}{D^5}$$

D	k_{we}
0,5 m	f 255,30
0,6 m	f 102,60
0,7 m	f 47,47

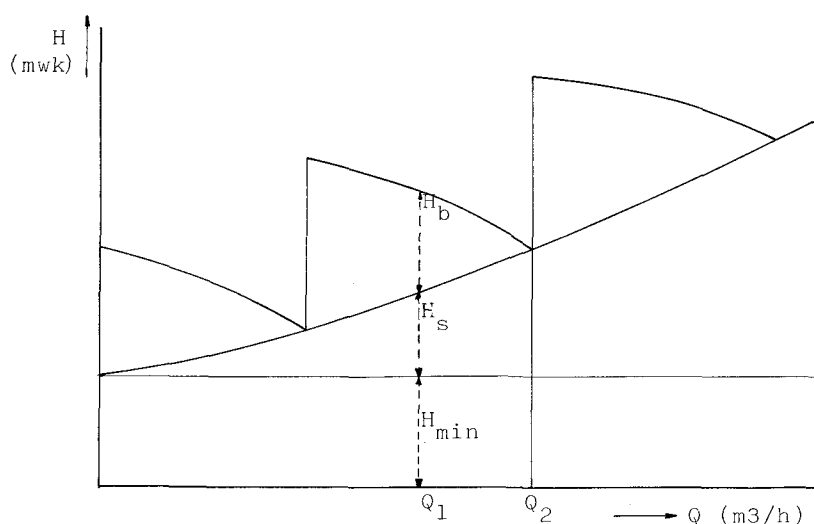
Het is ook mogelijk om een ander verloop van de toename van het verbruik in de berekening in te voeren bijvoorbeeld een exponentiële toename. Over het algemeen zal dit leiden tot meer gecompliceerde berekeningen en daarop zal hier niet verder worden ingegaan. Met de huidige mogelijkheden om langs numerieke weg integralen op te lossen kunnen vrijwel alle gevallen tot een oplossing worden gebracht analoog met bovenstaand voorbeeld.

d. Andere vormen van energieverlies die in de berekening moeten worden betrokken

De benodigde energie voor het transport van water kan worden onderscheiden in:

1. stromingsverliezen (H_s in m wk)
2. drukhoogteverliezen ten gevolge van een vereiste minimum druk (H_{min} in m wk)
3. drukhoogteverliezen ten gevolge van een bepaalde bedrijfsvoering waarbij meer druk geleverd wordt dan de som van $H_s + H_{min}$ (H_b in m wk).

In onderstaande figuur 7 zijn deze energieverliezen voor een willekeurige leiding- en pompkarakteristiek weergegeven.



Figuur 7 - Bedrijfsgrafiek met daarin aangegeven de verbruikte energie voor het watertransport

Bij iedere Q kan uit de bedrijfsgrafiek worden afgelezen welke energieverliezen optreden. Tot nu toe zijn voor de bepaling van de meest economische diameter uitsluitend de stromingsverliezen (H_s) in rekening gebracht. De minimum drukhoogte kan gevoeglijk buiten beschouwing worden gelaten omdat deze voor alle situaties gelijk is.

Er is evenwel alle aanleiding om de bedrijfsverliezen (H_b) in de beschouwing te betrekken omdat in de praktijk gebleken is, dat deze bedrijfsverliezen veelal zelfs groter zijn dan de stromingsverliezen.

Bovendien leiden verschillende bedrijfsvoeringen tot zeer verschillende bedrijfsverliezen; een goed inzicht in deze bedrijfsverliezen maakt het ook mogelijk om de voordelen van een duurdere pompinstallatie of besturing af te wegen tegen de mindere energiekosten. In het algemeen zijn de bedrijfsverliezen goed in de hand te houden bij waterlevering in een reservoir wanneer met nagenoeg constant debiet en een vaste reservoirdrempel wordt gewerkt. Wanneer de te leveren hoeveelheid op het snijpunt van de Q-H-kromme van de pompen en de H-W-lijn van de leiding ligt, zijn de bedrijfsverliezen zelfs nul. Belangrijke bedrijfsverliezen treden op bij rechtstreekse levering in het verbruikersnet. Hierbij kunnen 3 gevallen worden onderscheiden:

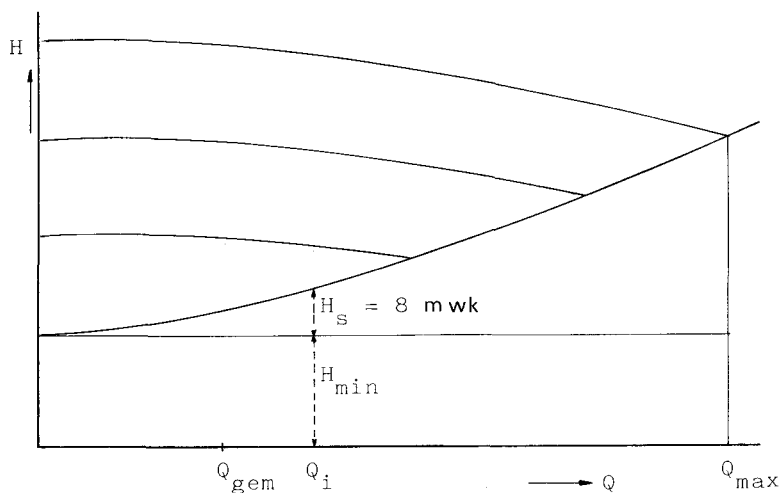
- a. toepassing van toerenregelbare pompen maakt een nauwkeurig volgen van de H-W-lijn mogelijk bij alle verbruiksvariaties. Dit benadert dus de situatie met minimale bedrijfsverliezen;
- b. een bedrijfssituatie met een constante uitgaande druk afgestemd op het maximum verbruik zal juist hoge bedrijfsverliezen teweegbrengen (zie figuur 9); in dit geval kunnen de bedrijfsverliezen ook theoretisch berekend worden;
- c. een bedrijfssituatie met verschillende pompen en verschillende uitgaande drukken is waarschijnlijk het meest voorkomend, hiervoor is tevens de bepaling van de bedrijfsverliezen het meest gecompliceerd en kan in feite alleen maar proefondervindelijk vastgesteld worden.

De drukhoogte, die meer geleverd wordt dan ($H_s + H_{\min}$) is in wezen een vorm van energieverlies omdat deze drukhoogte niet nodig is voor het transport van het water van het pompstation naar de verbruiker, vandaar dat ook de naam "bedrijfsverliezen" hiervoor is geïntroduceerd.

Het is niet altijd even simpel om de bedrijfsverliezen in de berekening in te voeren omdat de economische diameterberekening per eenheid van lengte en niet voor een heel voorzieningsgebied wordt uitgevoerd. Voor het meest voorkomende geval c zal in het algemeen een schatting van de totale bedrijfsverliezen mogelijk zijn uit de specifieke bedrijfsgegevens. Hierbij wordt als gevolg te werk gegaan.

Van een bepaalde leidingkarakteristiek + pompgrafiek die representatief zijn voor het betreffende bedrijf of voorzieningsgebied wordt voor $Q_i = 1,3 Q_{gem}$ bepaald hoe groot H_s is (uiteraard kan de verhouding $\frac{Q_i}{Q_{gem}}$ ook anders liggen in de betreffende situatie maar dat is na te gaan).

Stel bijvoorbeeld $H_s = 8 \text{ m wk}$ (zie figuur 8)



Figuur 8 - Werkwijze bij de bepaling van de bedrijfsverliezen

Nu geldt derhalve dat zonder bedrijfsverliezen (H_b) het energieverbruik per m^3 water (over een heel jaar gerekend) bedraagt:

$$\frac{H_s + H_{min}}{\eta \cdot 367} \text{ kWh/m}^3$$

Uit de bedrijfsresultaten blijkt evenwel x kWh/m³ te zijn verbruikt, zodat de bedrijfsverliezen bedragen:

$$\frac{H_b}{\eta \cdot 367} = x - \frac{H_s + H_{\min}}{\eta \cdot 367} \quad (9.17)$$

Bij de Waterleiding Maatschappij Gelderland bedraagt $x = 0,31$ kWh/m³ voor de ruw- en reinproduktie te zamen. In formule (9.17) wordt met x bedoeld de energie nodig voor het verpompen van het reinwater. Voorlopig zal geschat worden dat 2/3 van de totale energie voor de reinwaterproduktie wordt verbruikt, dus $x = 0,21$ kWh/m³.

Wanneer voorts $H_{\min} = 25$ m wk

en $H_s = 8$ m wk

$\eta = 0,65$ dan volgt

$$H_b = 0,21 \cdot 0,65 \cdot 367 - 33 = 50 - 33 = 17 \text{ m wk.}$$

Uiteraard is het gewenst om de grootheden die nodig zijn voor de berekening van H_b wat nauwkeuriger te bepalen maar het gaat hier meer om het aangeven van de methode dan om de juistheid van de cijfers. De invloed van de bedrijfsverliezen kan in de berekening worden verwerkt door invoering van een ideëel rendement η_i ; waarbij

$$\eta_i = \frac{H_s}{H_b + H_s} \cdot \eta \quad (9.18)$$

waarin η = pomp + motorrendement

η_i = ideëel rendement

H_s = stromingsverliezen voor een representatieve bedrijfstoestand bij het ideële verbruik Q_i (m wk)

H_b = bedrijfsverliezen in m wk

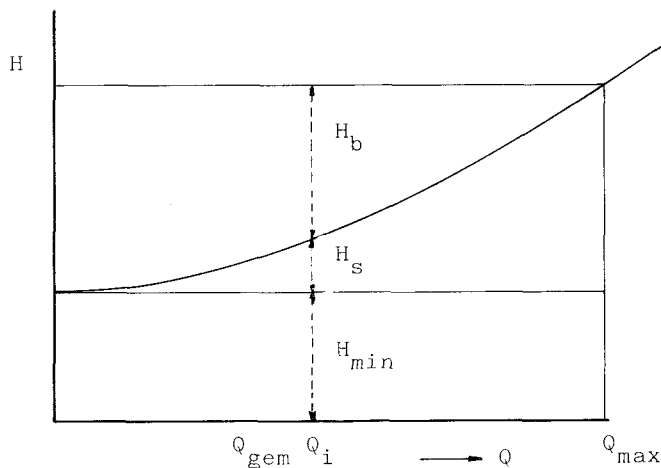
$$\text{voor } \left. \begin{array}{l} H_s = 8 \text{ m wk} \\ H_b = 17 \text{ m wk} \\ \eta = 0,65 \end{array} \right\} \eta_i = \frac{8}{25} \cdot 0,65 = 0,21$$

Een andere benadering van H_b kan worden verkregen door aan het eind van het net de drukken $H(t)$ te meten; in combinatie met de gelijktijdige verbruiken ãf pompstation $Q(t)$ kan men dan als volgt de gemiddelde bedrijfsverliezen H_b over een bepaalde periode T bepalen.

$$H_b = \frac{\int_0^T Q(t) \cdot H(t) \cdot dt}{\int_0^T Q(t) \cdot dt} - H_{\min} \quad (9.19)$$

In de praktijk zal een numerieke benadering van de integraal in de teller een zeer tijdrovende zaak zijn. De integraal in de noemer is niets anders dan het totale verbruik over de periode T .

Voor één geval kan het ideële rendement theoretisch bepaald worden, namelijk wanneer met een constante uitgaande druk wordt gewerkt, die is afgestemd op het maximale verbruik. In dat geval kan H_b direct uit de bedrijfsgrafiek worden bepaald (zie figuur 9). De leidingkarakteristiek heeft een parabolisch verloop, H is evenredig met Q^2 .



Figuur 9 - Bedrijfsgrafiek met constante uitgaande druk

Stel: $H = H_{\min} + b \cdot Q^2$ (vergelijking leidingkarakteristiek)
 $\rightarrow (H - H_{\min}) = H_s = b \cdot Q^2$.

Uitgaande druk is derhalve $H_{\min} + b \cdot Q_{\max}^2$

$$\left. \begin{aligned} Q_{\text{gem}} &= \frac{Q_{\max}}{2,85} \\ Q_i &= 1,3 Q_{\text{gem}} \end{aligned} \right\} \rightarrow Q_i = 0,456 Q_{\max}$$

Voor $Q = Q_i$ is dus $H_s = b \cdot (0,456 Q_{\max})^2 = 0,21 b \cdot Q_{\max}^2$

en $H_b = b \cdot Q_{\max}^2 - H_s = 0,79 \cdot b \cdot Q_{\max}^2$

en dus volgens formule (9.18)

$$\eta_i = \frac{H_s}{H_b + H_s} \cdot \eta = \frac{0,21}{1,0} \cdot \eta = 0,21 \cdot 0,65 = 0,135$$

Dit ideële rendement is nog geenszins het minimum want deze waarde wordt namelijk gevonden wanneer van jaar tot jaar de leidingkarakteristiek of de uitgaande druk aan het te verwachten maximale verbruik wordt aangepast. Als dat niet het geval is, maar bijvoorbeeld eens in de 5 jaar deze aanpassing plaatsheeft, dan zijn er jaren waarin η_i lager dan 0,135 zal zijn omdat in die jaren de zaak is afgestemd op een toekomstig maximum verbruik.

Daarmee is in feite de verhouding $\frac{Q_i}{Q_{\max}} < 0,456$

Gemiddeld moet wellicht in zo'n situatie met een ideël rendement van ongeveer 0,1 worden gerekend.

Het ligt dus voor de hand om in de berekening van de constante waarde van de energiekosten volgens 9.a, 9.b en 9.c in plaats van het gebruikelijke rendement ($\eta = 0,6 \text{ à } 0,7$) een ideël rendement in te voeren dat aanzienlijk lager ligt ($0,2 \text{ à } 0,3$) en daarmee de invloed van de extra drukhoogteverliezen ten gevolge van een niet-ideaal pompregiem tot uitdrukking te brengen. Overigens is nog wel enig onderzoek vereist naar de grootte van het ideële rendement.

Als uitersten kunnen worden gezien de situatie met volledig toerenregelbare pompen ($\eta_i = 0,5 \text{ à } 0,7$) en met constante uitgaande druk (η_i ca. 0,1). De gemiddelde situatie bij rechtstreekse levering in het verbruikersnet zal wel in de buurt van $\eta_i = 0,2$ liggen.

In het kort (9.2)

- Voor de berekening van de stromingsweerstand in buisleidingen is de formule van Darcy-Weisbach aangehouden.
- Formule (9.7) geeft een algemene vergelijking voor de energiekosten voor het transport van water.
- Wanneer een constant debiet wordt verpompt (eventueel met een beperkt aantal draaiuren per jaar) geeft vergelijking (9.8) de oplossing voor de contante waarde van de energiekosten.
- Variaties in debieten over de dag en over het jaar worden ondervangen door invoering van een zogenaamd ideëel verbruik Q_i waarbij aan de hand van verbruiksvoorbeelden uit het Handboek voor het Waterleidingvak deel I werd berekend, dat $Q_i = 1,3 Q_{gem}$.
Vergelijking (9.11) geeft de contante waarde van de energiekosten na invoering van Q_i weer (geen toename van jaar tot jaar!).
- Wanneer ook een jaarlijkse toename van het waterverbruik optreedt en deze toename lineair verloopt met de tijd dan geeft formule (9.16) de oplossing voor de contante waarde van de energiekosten. De benodigde integraalformule is numeriek uitgewerkt en in de bijlagen 2 t/m 11 grafisch weergegeven.
- Alle berekende contante waarden zijn gebaseerd op eeuwigdurende financiering.
- Naast de stromingsverliezen dienen ook zogenaamde bedrijfsverliezen in de berekening van de contante waarde van de energiekosten te worden opgenomen. Een methode hiertoe is aangegeven op bladzijden 37 t/m 41 en leidt tot invoering van een ideëel rendement (η_i) in de berekeningen waarvan de grootte is becijferd op:

$\eta_i \approx 0,2$	gemiddelde situatie
$\eta_i \approx 0,1$	bij constante uitgaande druk
$\eta_i = 0,5 \text{ à } 0,7$	bij toerenregelbare pompen

9.3 De berekening van de meest economische diameter

De voorgaande bladzijden reiken het gereedschap aan waarmee de meest economische diameter bepaald kan worden. Het is intussen duidelijk geworden, dat er zoveel economische, technische en beleidsfactoren invloed hebben op de berekening, dat de meest economische diameter niet bestaat. Er kan pas van een berekening van de meest economische diameter sprake zijn als de talrijke uitgangspunten bekend zijn; de berekening levert een economische diameter voor een bepaald geval. In het voorbeeld van een gefingeerde stad van 100.000 inwoners (probleemstelling van de Werkgroep Leidingnetontwerp en -berekening) zijn de volgende gegevens beschikbaar:

1. max. uur voor $t = 0$: $Q_{\max} = 1200 \text{ m}^3/\text{h}$
2. jaarlijkse lineaire toename van de verbruiken met verdubbeling na 25 jaar; dus $q = 25$ jaar en voor $t = 25 \text{ j.}$ $Q_{\max} = 2400 \text{ m}^3/\text{h}$
3. ontwerpperiode $T = 25$ jaar; dus na 25 jaar blijven de verbruiken stabiel
4. afschrijvingstermijn leidingen $n = 50$ jaar
5. gemiddeld verbruik $Q_{\text{gem}} = \frac{Q_{\max}}{2,85}$
6. ideële verbruik $Q_i = 1,3 Q_{\text{gem}}$
7. ideële rentefactor $p_i = 1,03$
(samengesteld uit een werkelijke rente van 8 % en een prijsstijging van 5 % per jaar)
8. kWh-prijs voor $t = 0$: $e = 0,07 \text{ gld/kWh}$
9. ideële rendement $\eta_i = 0,21$
10. aanlegkosten leidingen volgens figuur 4
11. wandruwheid leidingen $k = 0,05 \text{ mm}$

De berekening wordt opgezet voor een 7-tal capaciteiten zoals in tabel 2 vermeld (zie ook bijlage 12).

De eerste fase van de berekening bestaat uit het bepalen van de contante waarde bij eeuwigdurende financiering van de aanlegkosten; overeenkomstig formule (9.2) bedragen deze:

$$k_{\text{wa}} = \frac{p_i^n}{p_i^n - 1} \cdot k_a = \frac{1,03^{50}}{1,03^{50} - 1} \cdot k_a = \frac{4,384}{3,384} \cdot k_a = 1,30 k_a$$

$$k_{\text{wa}} = 1,30 k_a \quad (9.20)$$

De contante waarde (k_{wa}) wordt verkregen door de aanlegkosten (k_a) volgens figuur 4 met 30 te verhogen. Dit is weergegeven in figuur 10.

De onderhoudskosten worden geacht onafhankelijk te zijn van de leidingdiameter en kunnen daarom buiten beschouwing blijven.

In de tweede fase van de berekening wordt de contante waarde van de energiekosten (k_{we}) vastgesteld volgens formule (9.16).

$$k_{we} = A \cdot \left(\frac{Q_{i0}}{q}\right)^3 \cdot F + A \cdot \left(\frac{Q_{i0}}{q}\right)^3 \cdot (q + T)^3 \cdot \frac{P_i^{-T}}{\ln P_i}$$

$$\text{waarin: } A = 1,521 \cdot 10^{-7} \cdot \lambda \cdot \frac{e}{\eta_i} \cdot \frac{1}{D^5}$$

$$\text{en } F = \int_0^T (q + t)^3 \cdot p^{-t} \cdot dt$$

$$q = 25, T = 25, p_i = 1,03, e = 0,07, \eta_i = 0,21 \text{ zodat}$$

$$A = 5,07 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\lambda}{D^5}$$

$$F = 930.000 \text{ (zie bijlage 5)}$$

$$(q + T)^3 \cdot \frac{P_i^{-T}}{\ln P_i} = \frac{50^3 \cdot 1,03^{-25}}{\ln 1,03} = \frac{125.000 \cdot 0,4776}{0,02956} = 2,02 \cdot 10^6$$

$$\text{zodat } k_{we} = 3,0177 \cdot 10^{-6} \cdot Q_{i0}^3 \cdot \frac{\lambda}{D^5} + 6,5533 \cdot 10^{-6} \cdot Q_{i0}^3 \cdot \frac{\lambda}{D^5} =$$

$$= 9,57 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{Q_{i0}^3 \cdot \lambda}{D^5} \quad (9.21)$$

Voor de gevallen A t/m G van tabel 2 (blz. 22) zijn de contante waarden van de energiekosten volgens (9.21) weergegeven in tabel 3, blz. 48.

De derde fase van de berekening bestaat uit het samenbrengen van de gegevens van figuur 10 en tabel 3 in één grafiek. Dit is weergegeven in figuur 11 en hieruit kunnen grafische de minima van de som van de contante waarden van aanlegkosten en energiekosten worden bepaald. Deze minima leveren de meest economische diameter voor de gevallen A t/m G van tabel 2. Tenslotte is in figuur 12 nog eens uitgezet de gevonden meest economische diameter tegenover de maximale verbruiken na 25 jaar.

Ter vergelijking is de berekening nog eens herhaald bij 9 % rente (dus geen prijsstijgingen) en voor het overige dezelfde uitgangspunten.

$$k_{wa} = \frac{p^n}{p^n - 1} \cdot k_a = \frac{1,09^{50}}{1,09^{50} - 1} \cdot k_a = 1,014 k_a \quad (9.22)$$

$$k_{we} = 1,925 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{Q_{10}^3 \cdot \lambda}{D^5} \quad (9.23)$$

$$\frac{k_{we} (9\%)}{k_{we} (3\%)} = \frac{1,925 \cdot 10^{-6}}{9,57 \cdot 10^{-6}} = 0,2 \quad (9.24)$$

De contante waarde van de energiekosten wordt dus gevonden door alle waarden van tabel 3 met 0,2 te vermenigvuldigen. De gesommeerde contante waarden van aanlegkosten en energiekosten zijn weergegeven in figuur 13. De meest economische diameter bij 9% rente is ook nog eens weergegeven in figuur 12 als functie van de maximale verbruiken na 25 jaar. In figuur 14 zijn dezelfde resultaten nog eens weergegeven maar dan uitgedrukt in een meest economische snelheid, waarbij tevens het gebied is aangegeven waarbinnen de contante waarde niet meer dan 10% afwijkt van het minimum; er kunnen immers allerlei secundaire factoren zijn, die pleiten voor de keuze van een andere dan de meest economische snelheid en deze keuze kan vooral aantrekkelijk zijn wanneer de afwijking in contante waarde ook gering is. Aldus wordt de economische vergelijking weinig geweld aangedaan. Met nadruk zij er nogmaals op gewezen, dat de vergelijking uitsluitend betrekking heeft op één bepaald leidinggedeelte.

contante waarden van de aanlegkosten bij
eeuwigdurende financiering, 3% rente en
een afschrijvingstermijn van 50 jaar.

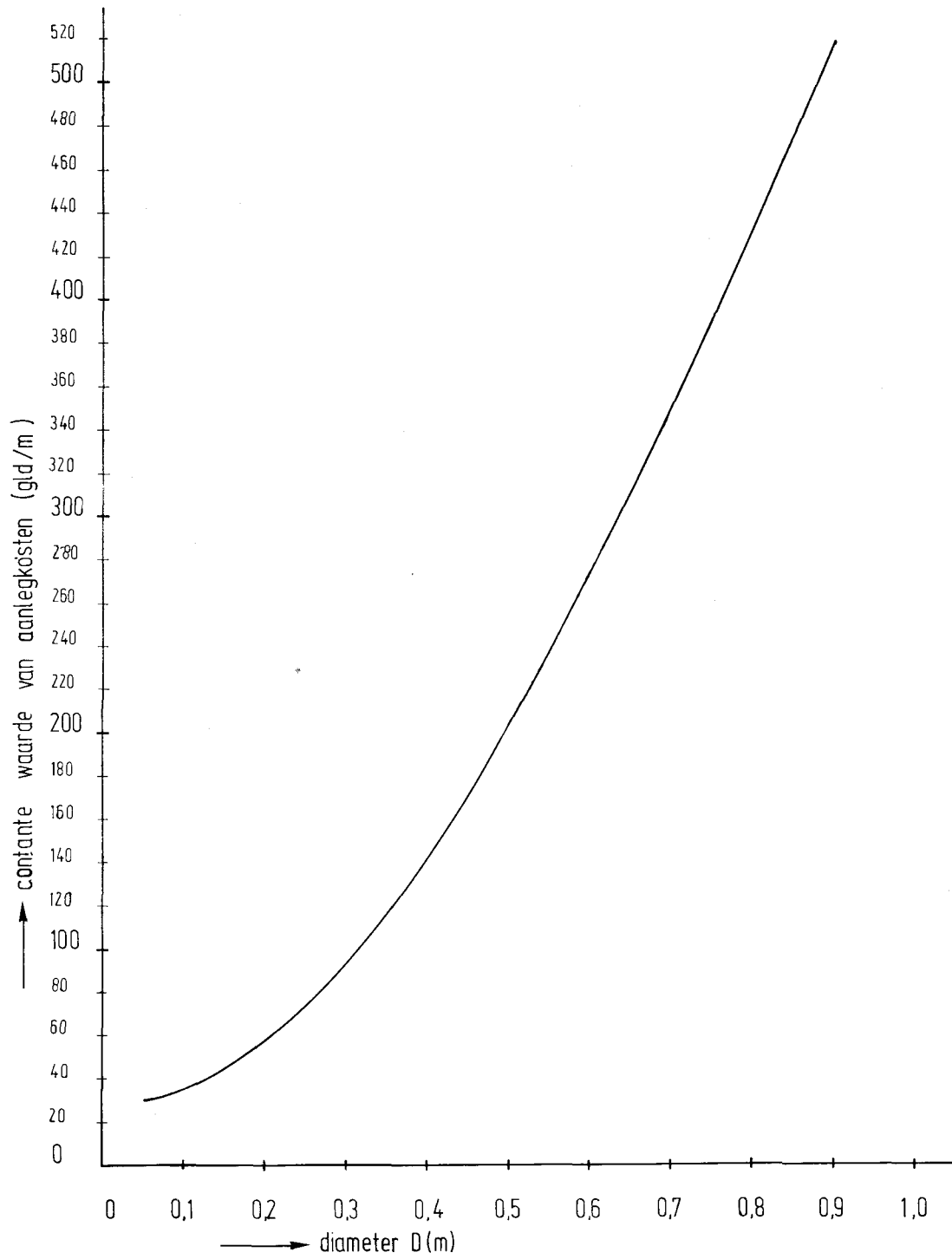


fig. 10

Tabel 3 - Contante waarden van de energiekosten (k_{we})

geval	ideeel verbruik voor $t = 0$	$\frac{\lambda}{D^5} = 0,014$	$\frac{\lambda}{D^5} = 0,0242$	$\frac{\lambda}{D^5} = 0,0443$	$\frac{\lambda}{D^5} = 0,0875$	$\frac{\lambda}{D^5} = 0,1929$	$\frac{\lambda}{D^5} = 0,4800$	$\frac{\lambda}{D^5} = 1,5137$	$\frac{\lambda}{D^5} = 6,4609$	$\frac{\lambda}{D^5} = 50$	$\frac{\lambda}{D^5} = 2000$
code	Q_{io} m ³ /h	k_{we} gld/m ³	k_{we} gld/m ³	k_{we} gld/m ³	k_{we} gld/m ³	k_{we} gld/m ³	k_{we} gld/m ³	k_{we} gld/m ³	k_{we} gld/m ³	k_{we} gld/m ³	k_{we} gld/m ³
A	547	22	38	69	137	302	752	2371			
B	478	15	25	46	91	202	502	1582			
C	397	8	14	27	52	115	287	906	3869		
D	315	4	7	13	26	58	144	453	1933		
E	233	2	3	5	11	23	58	183	782	6053	
F	151		1	1	3	6	16	50	213	1647	
G	69					1	2	5	20	157	6300

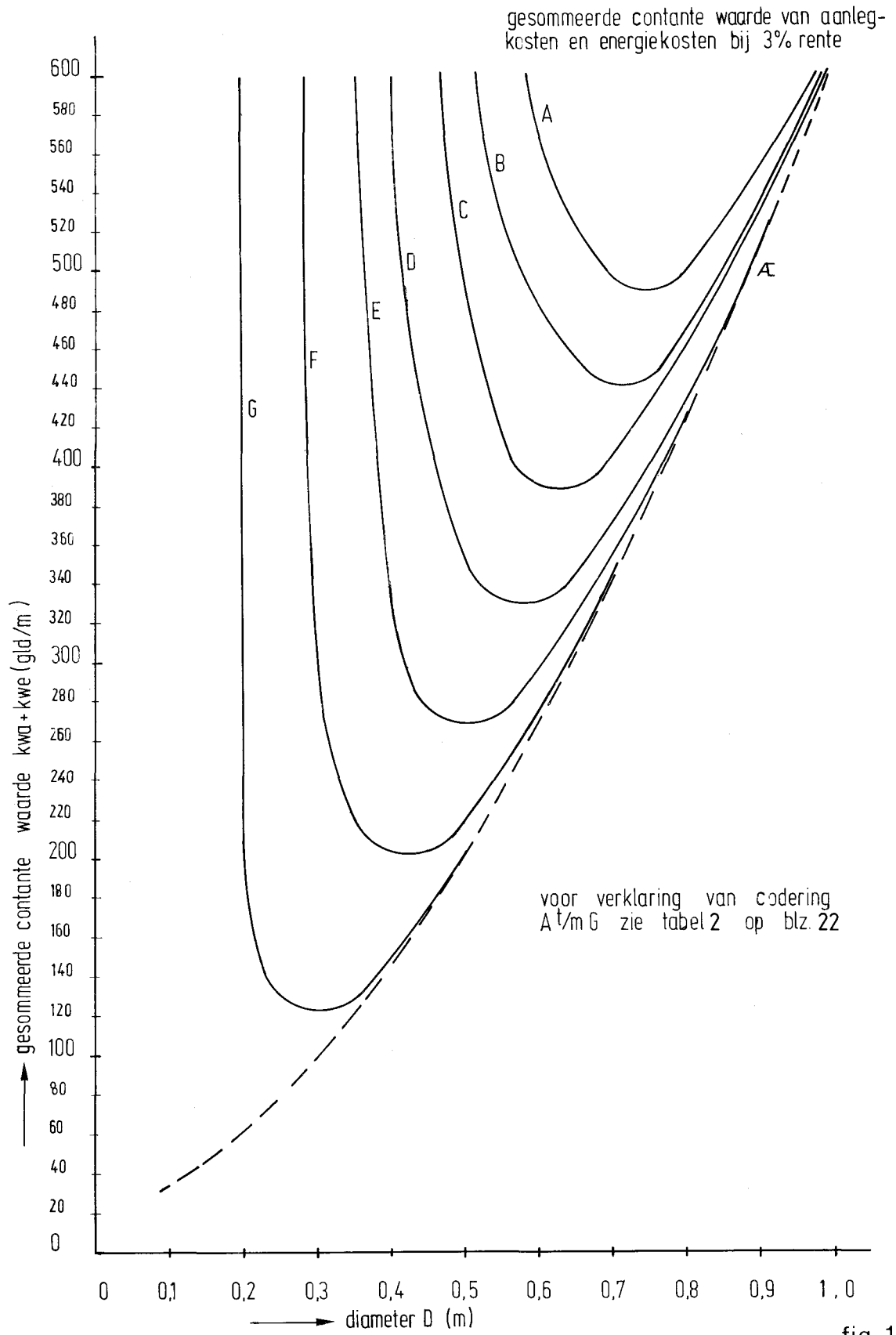
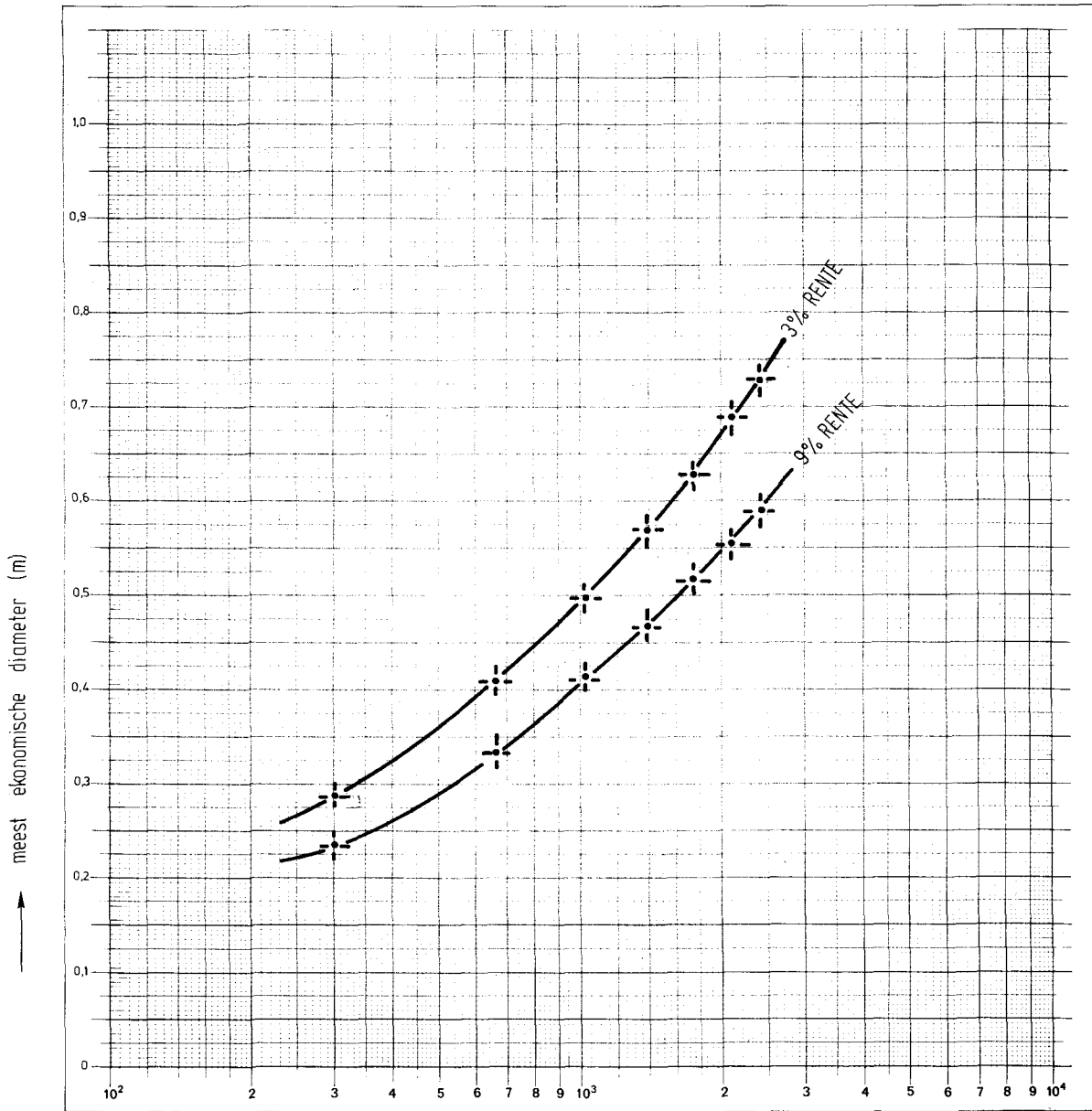


fig. 11



→ Q max. in m³/h
max. uurverbruik na 25 jaar

Verband tussen meest economische diameter en max. uurverbruik na 25 jaar.

fig.12

Binnen een totaal distributieplan voor een hele stad of ander voorzieningsgebied kan het natuurlijk zinvol zijn om in bepaalde gevallen een grotere afwijking van "de meest economische diameter" te tolereren. Door bijvoorbeeld aan het eind van het net de kleine leidingen ruimer te kiezen kan met relatief goedkope middelen de uitgaande druk bij het pompstation enkele meters lager worden en dit betekent energiewinst voor het totale verbruik. De afweging is afhankelijk van het betreffende distributieplan en kan plaatsvinden nadat per traject de meest economische diameter is bepaald. Wel dient men dan na te gaan of dit invloed heeft op het eerder gekozen ideële rendement.

Ook wanneer de gefingeerde stad volgens bijlage 12 niet door één maar door twee of meerdere hoofdstrangen zou worden voorzien verloopt de berekening analoog omdat wederom per leidinggedeelte de meest economische diameter bepaald kan worden als de verbruiken bekend zijn.

In het kort (9.3)

De ontwikkelde methode voor de berekening van de meest economische diameter werd toegepast voor een gefingeerde stad van 100.000 inwoners waarvan in bijlage 12 het distributieschema is weergegeven.

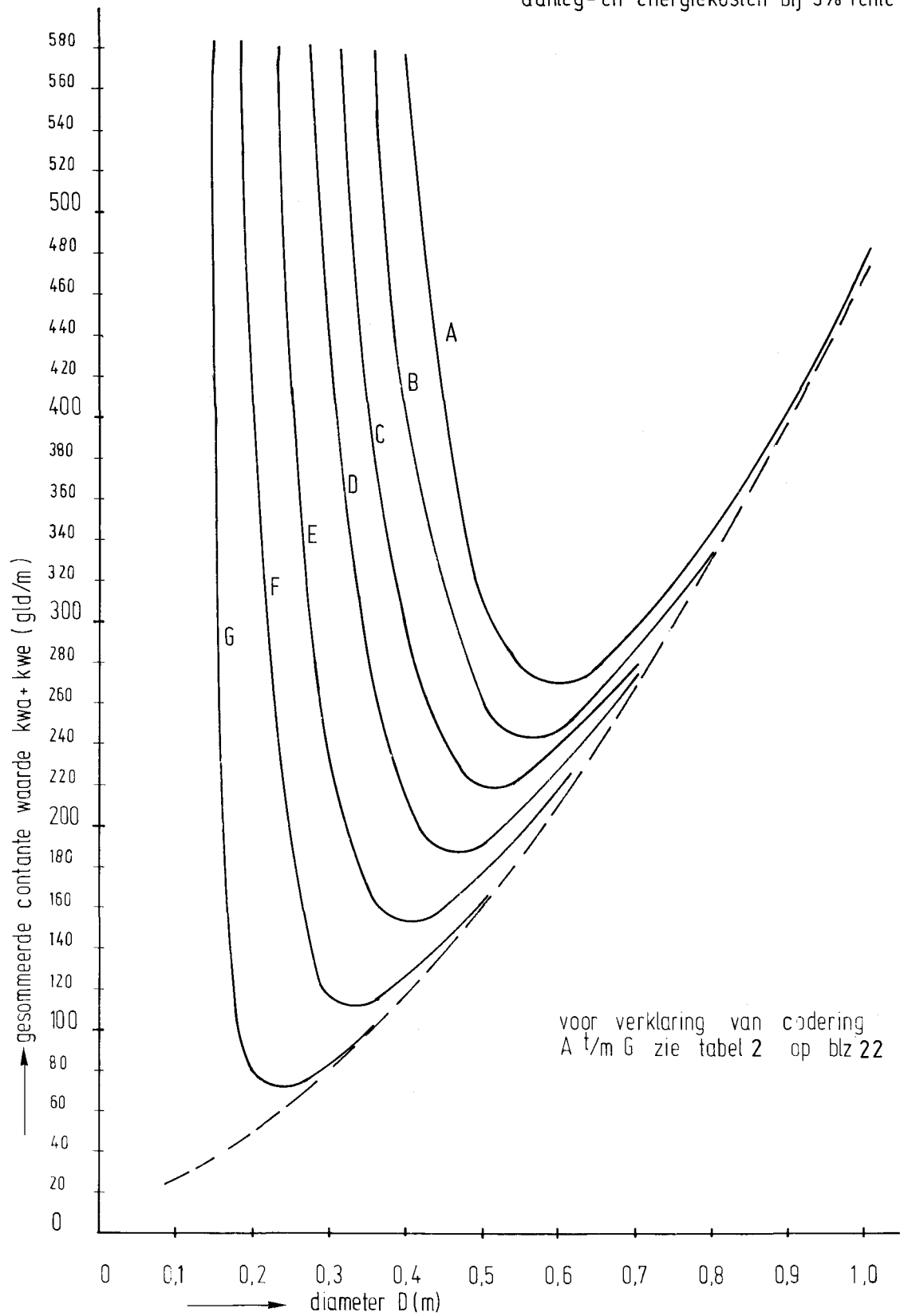
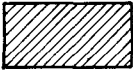


fig. 13

verband tussen maximale verbruik en meest economische snelheid in de leiding voor de fictieve stad van 100000 inwoners (situatie voor 9% rente)

 = gebied waarvoor kontante waarde van energiekosten en vaste lasten minder dan 10% van de minimale waarde afwijkt.

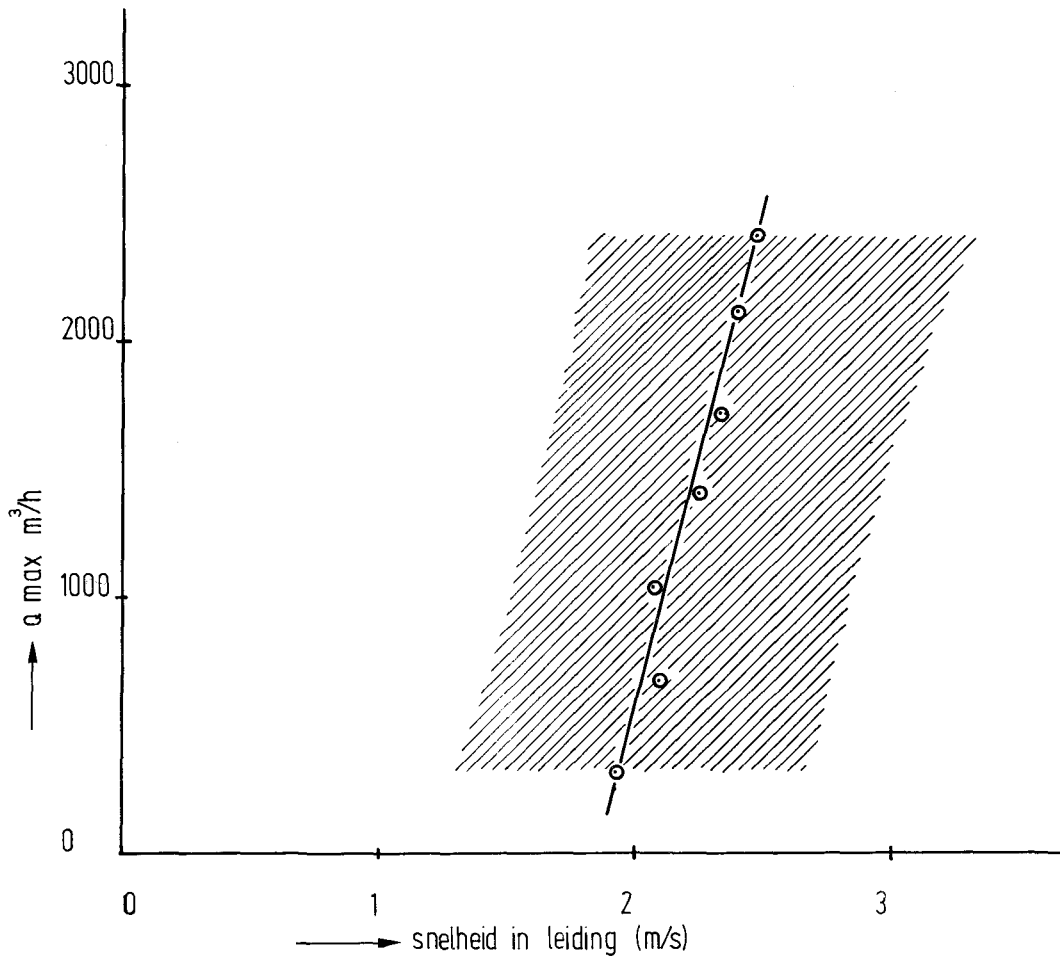
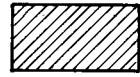


fig. 14a

verband tussen maximale verbruik en meest ekonmische snelheid in de leiding voor de fictieve stad van 100000 inwoners. (situatie voor 3% rente)

 = gebied waarvoor kontante waarde van energiekosten en vaste lasten minder dan 10% van de minimale waarde afwijkt,

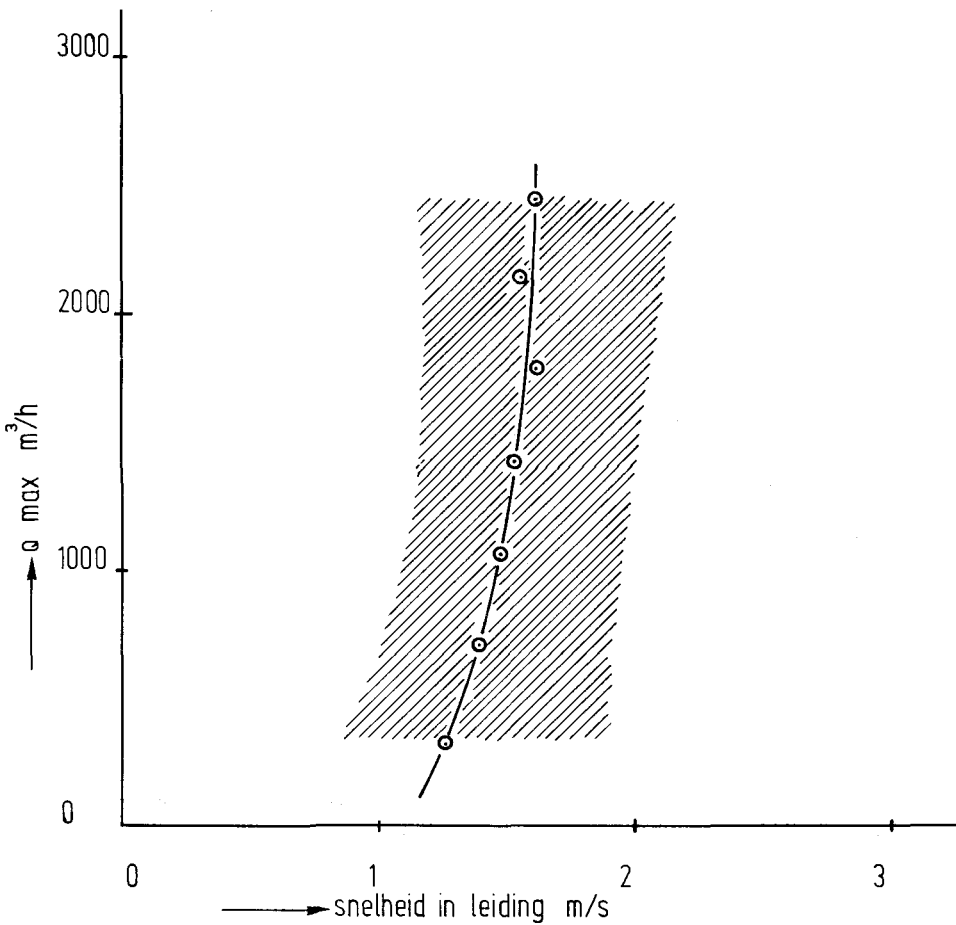


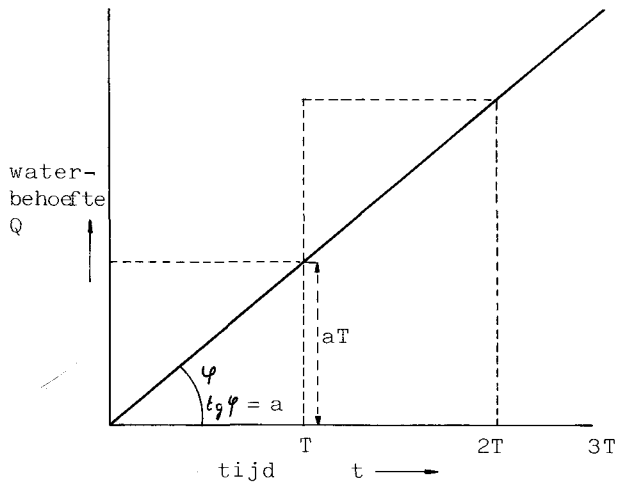
fig. 14b

10. FASERING VAN INVESTERINGEN

Ter dekking van de toekomstige waterbehoefte zullen water-voorzieningsprojecten gebouwd moeten worden en wel in zodanige stappen dat gedurende een bepaalde tijd T aan de waterbehoefte voldaan kan worden.

Na het verstrijken van de periode van T jaar zullen nieuwe investeringen gedaan moeten worden. Een bekend vraagstuk uit de lange-termijn-planning is nu, hoe lang moet de ontwerpperiode T worden gekozen. Door de keuze van een ontwerpperiode wordt het plan in mootjes gehakt en dit noemen we fasering, het in fasen uitvoeren van een plan ter dekking van de drinkwaterbehoefte op lange termijn. Wat is nu de meest economische ontwerpperiode T ? Ook dit vraagstuk kan worden opgelost met de methode van de contante waarde bij eeuwigdurende financiering.

Veronderstel een toename van de waterbehoefte (Q) overeenkomstig figuur 15 dat wil zeggen een lineaire toename met een aanvangsbehoefte nul, waarbij $Q = at$.



Figuur 15 - Schematische toename van de waterbehoefte

Veronderstel voorts dat de grootte van de benodigde investering (I) als volgt met de capaciteit (C) van het project samenhangt:

$$I = \alpha \cdot C^\beta \quad (10.1)$$

waarin

I = investering in gld
C = capaciteit
 α = kostenfactor
 β = dimensieloze factor < 1

Bij de Waterleiding Maatschappij Gelderland geldt bijvoorbeeld dat een zuiveringsinstallatie voor ontijzering en ontmanganing van grondwater voldoet aan de volgende investeringsvergelijking (prijsspeil medio 1976).

$$I = 18000 C^{0,73} \quad (10.2)$$

waarin

I = investering in gld
C = capaciteit zuiveringsinstallatie in m³/h

Onder zuiveringsinstallatie wordt hier begrepen het filtergebouw met installatie te weten filterketels, venturibuizen, filterleidingen, automatische afsluiters, centrale leidingen, spoelwaterpompen en spoelautomatiek, alles gebaseerd op een filtersnelheid van 10 m/h.

Het verband tussen aanlegkosten en leidingdiameter zoals in figuur 4 is weergegeven voldoet (met uitzondering van \varnothing 100 mm) redelijk aan de volgende vergelijking:

$$I = 450 D^{1,4} \quad (10.3)$$

waarin

I = aanlegkosten in gld/m
D = diameter leiding in m

De capaciteit van de leiding hangt af van de ontwerpsnelheid:

$$C = v \cdot \frac{\pi}{4} D^2$$
$$D = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{C}{v}} \quad (10.4)$$

waarin

C = capaciteit leiding in m³/s
v = ontwerpsnelheid in m/s
D = diameter leiding in m

Door (10.4) in (10.3) te substitueren volgt:

$$I = 450 \cdot \left(\frac{4}{\pi} \cdot \frac{C}{v} \right)^{0,7} \quad (10.5)$$

Bij een ontwerpsnelheid van 1,5 m/s gaat deze vergelijking over in:

$$I = 400 C^{0,7} \quad (10.6)$$

Door de keuze van een andere ontwerpsnelheid verandert wel de factor 400 in (10.6) maar niet de factor $\beta = 0,7$.

De algemene vergelijking (10.1) blijkt dus een bruikbare formulering voor een investeringsvergelijking te zijn.

Bij een willekeurige ontwerpperiode van T jaar bedraagt $C = aT$ (zie figuur 15) en dus volgt na substitutie in (10.1)

$$I = \alpha (aT)^\beta \quad (10.7)$$

Aangenomen wordt dat steeds na T jaar een investering volgens (10.7) moet worden gedaan. Hieronder volgt het investeringsschema met de berekende contante waarde op het tijdstip $t = 0$ bij eeuwigdurende financiering.

<u>tijd in jaren</u>	<u>investering</u>	<u>contante waarde</u>
0	$\alpha (aT)^\beta$	$\alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^n - 1}$
T	"	$\alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^n - 1} \cdot p^{-T}$
2T	"	$\alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^n - 1} \cdot p^{-2T}$
3T	"	$\alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^n - 1} \cdot p^{-3T}$
.	.	.

gesommeerde contante waarde: $k_w = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^n - 1} \cdot p^{-jT}$

$$k_w = \alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^n - 1} \cdot \frac{p^T}{p^T - 1} \quad (10.8)$$

waarin

k_w = gesommeerde contante waarde in (gld)

n = afschrijvingstermijn in jaren

P = rentefactor

T = ontwerpstermijn in jaren

α, a, β = hiervoor gedefinieerde constanten

De meest economische ontwerpstermijn T wordt verkregen door

$\frac{dk_w}{dT} = 0$ te stellen en daaruit T op te lossen.

$$\frac{dk_w}{dT} = \alpha \frac{P^n}{P^n - 1} \beta \cdot a^\beta \cdot T^{\beta - 1} \cdot \frac{1}{1 - P^{-T}} - \alpha \frac{P^n}{P^n - 1} \cdot (aT)^\beta \cdot \frac{P^{-T}}{(1 - P^{-T})^2} \cdot \ln P = 0$$

en na vereenvoudiging volgt:

$$\beta \cdot P^T - \beta - T \cdot \ln P = 0 \quad (10.9)$$

T is dus alleen afhankelijk van de rentefactor p en de dimensieloze factor β en niet van de afschrijvingstermijn n , van de snelheid van de behoeftetoename (a) en van de kostenfactor (α).

Deze eenvoudige relatie voor de meest economische ontwerpperiode bij een lineaire verbruikstoename en een aanvangsbehoefte nul is weergegeven in figuur 16.

Wanneer bijvoorbeeld vergelijking (10.6) wordt aangehouden voor transportleidingen dan is de meest economische ontwerpstermijn:

bij 9% rente $T = 8$ jaar

bij 3% rente $T = 23$ jaar

Bij de hiervoor besproken methode is ervan uitgegaan dat de aanvangsbehoefte nul is. In de praktijk zal doorgaans met een zekere aanvangsbehoefte gerekend moeten worden, waarin voorheen op andere wijze werd voorzien. Deze situatie is in figuur 17 weergegeven. Bij een fasering in gelijke stappen (dus steeds een even grote uitbreiding als de eerste opzet) verloopt de berekening van de meest economische ontwerpstermijn als volgt

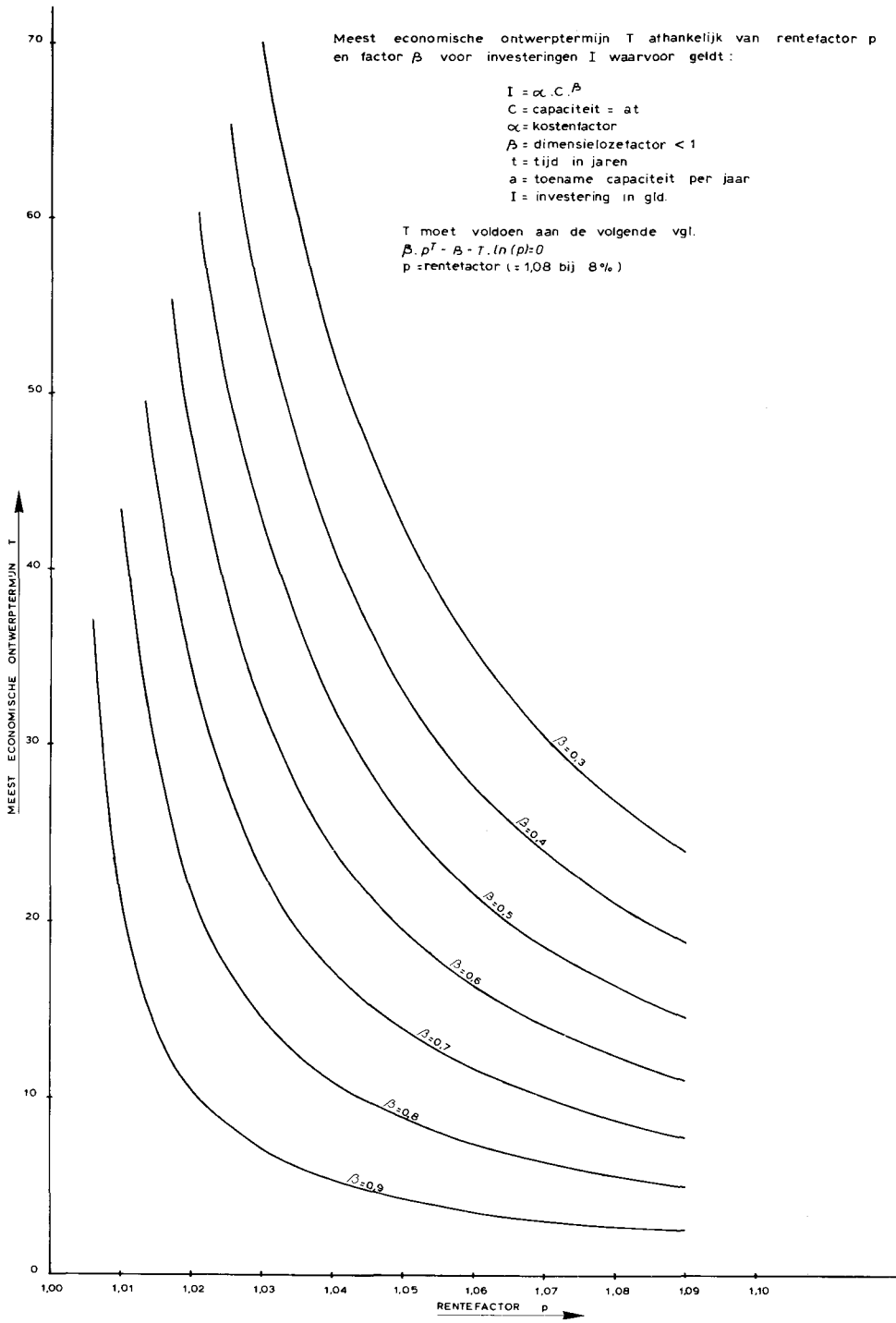
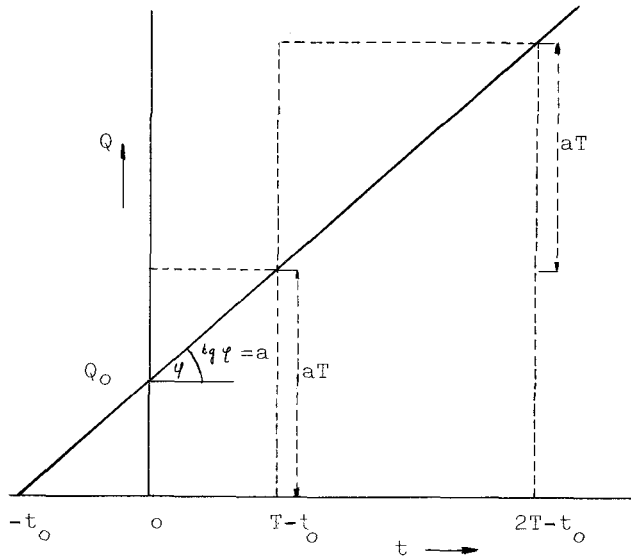


fig. 16



Figuur 17 - Schematische toename van de waterbehoefte met aanvangsbehoefte $Q_0 = at_0$

De eerste investering ter dekking van de waterbehoefte aT wordt reeds na $(T-t_0)$ jaren gevolgd door een 2^{de} investering, die wel een volledige periode van T jaar overbrugt evenals de volgende investeringen. De aanname dat alle investeringen een even grote capaciteit hebben houdt dus in dat de eerste ontwerptermijn $(T-t_0)$ korter is dan de volgende (T) .

Door nu de contante waarde uit te rekenen ten opzichte van het tijdstip $t = t_0$ wordt dezelfde gesommeerde contante waarde verkregen als in vergelijking (10.8) met dien verstande dat een correctie moet worden ingevoerd voor de eerste investering, die immers t_0 jaren is uitgesteld ten opzichte van het tijdstip $t = -t_0$.

Hieruit volgt dat:

$$k_w = \alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^{n-1}} \cdot \frac{p^T}{p^{T-1}} - \alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^{n-1}} + \alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^{n-1}} \cdot p^{-t_0}$$

$$k_w = \alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^{n-1}} \cdot \frac{p^T}{p^{T-1}} - \alpha (aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^{n-1}} \cdot (1-p^{-t_0}) \quad (10.10)$$

De meest economische ontwerptermijn T wordt verkregen door

$\frac{dk_w}{dT} = 0$ te stellen.

$$\frac{dk_w}{dT} = \alpha \frac{p^n}{p^{n-1}} \beta \cdot a^\beta \cdot T^{\beta-1} \cdot \frac{1}{1-p^{-T}} - \alpha \frac{p^n}{p^{n-1}} (aT)^\beta \cdot \frac{p^{-T}}{(1-p^{-T})^2} \cdot \ln p - \alpha \cdot a^\beta \cdot T^{\beta-1} \cdot \frac{p^n}{p^{n-1}} \cdot (1-p^{-t_0}) = 0$$

en na vereenvoudiging volgt:

$$\frac{\beta}{1-p^{-T}} - \frac{T \cdot p^{-T}}{(1-p^{-T})^2} \cdot \ln p - \beta (1-p^{-t_0}) = 0 \quad (10.11)$$

De ontwerptermijn T is nu niet alleen afhankelijk van β en p maar ook van t_0 .

De periode $(T-t_0)$ is de eerste ontwerptermijn en deze is in de figuren 18 t/m 21 weergegeven als T_1 voor verschillende waarden van β , p en t_0 uitgaande van vergelijking (10.11). De ontwerptermijn T voor daaropvolgende investeringen (2e, 3e, 4e etc.) bedraagt dan $(T_1 + t_0)$. Wanneer bijvoorbeeld $t_0 = 25$ jaar zoals in hoofdstuk 9 dan geldt voor $\beta = 0,7$ (zie vergelijking 10.6)

bij 9 % rente $T_1 = 17$ jaar $T = 17 + 25 = 32$ j
 bij 3 % rente $T_1 = 29$ jaar $T = 29 + 25 = 54$ j

In hoofdstuk 9.3 is gewerkt met een vaste ontwerptermijn van 25 jaar en dat zou volgens het bovenstaande bij een rentepercentage van 4% per jaar ook de meest economische ontwerptermijn zijn.

$\beta = 0.5$

Ontwerptermijnen voor investeringen
die voldoen aan de vergelijking $I = \alpha C^\beta$

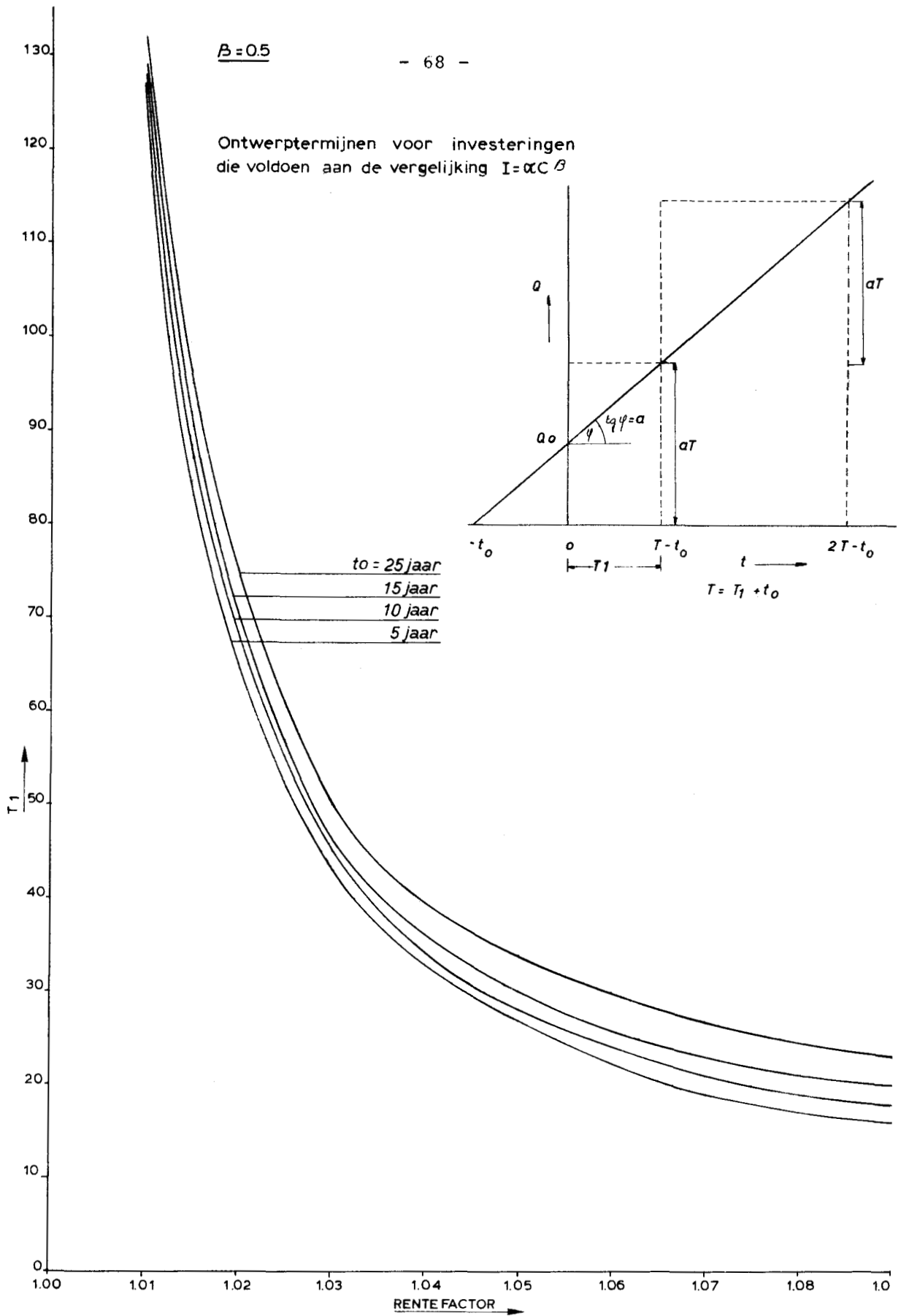


fig.18

$\beta = 0,6$

Ontwerptermijnen voor investeringen
die voldoen aan de vergelijking $I = \alpha C \beta$

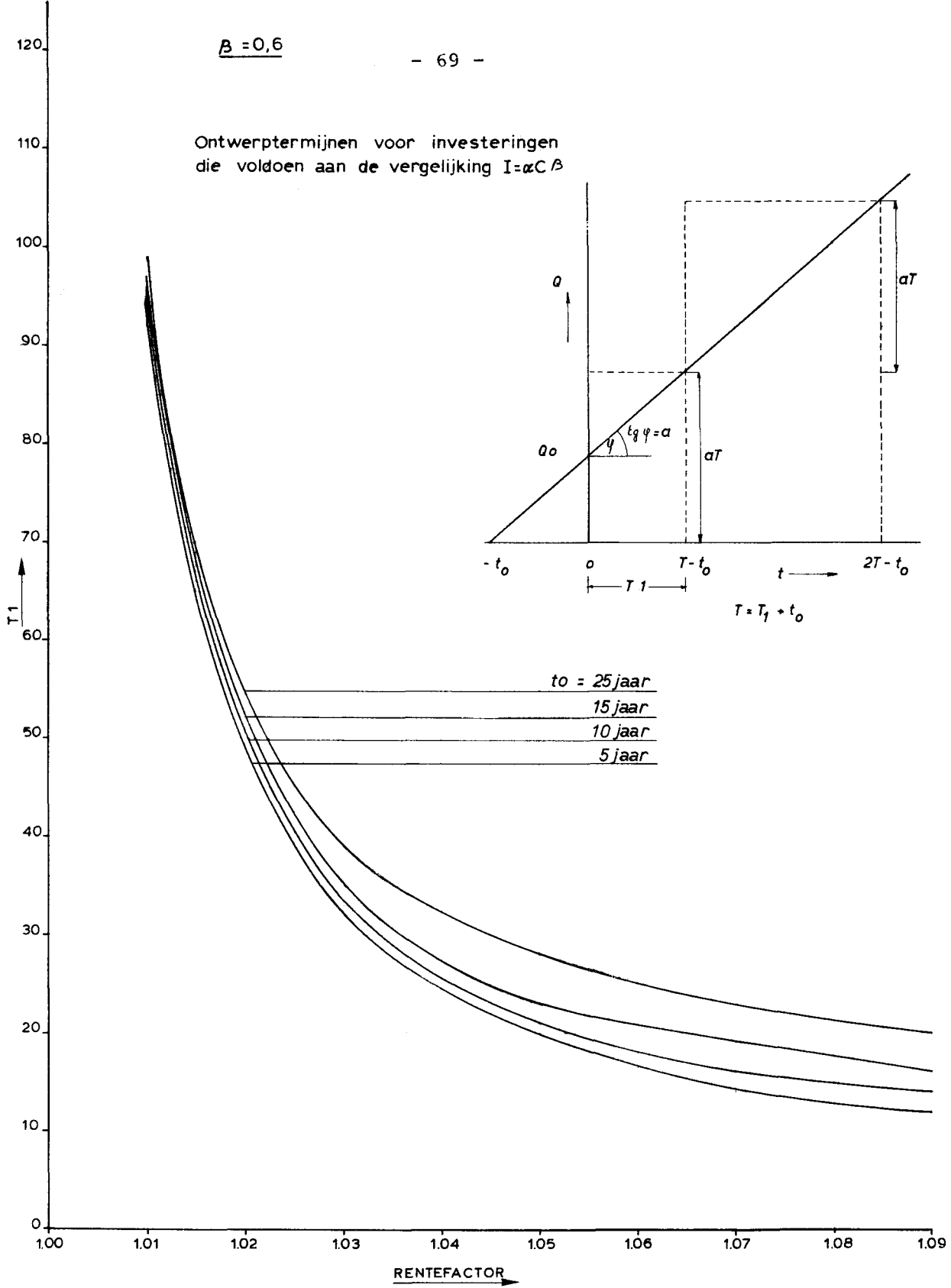


fig. 19

Ontwerptermijnen voor investeringen die voldoen aan de vergelijking $I = \alpha C^\beta$

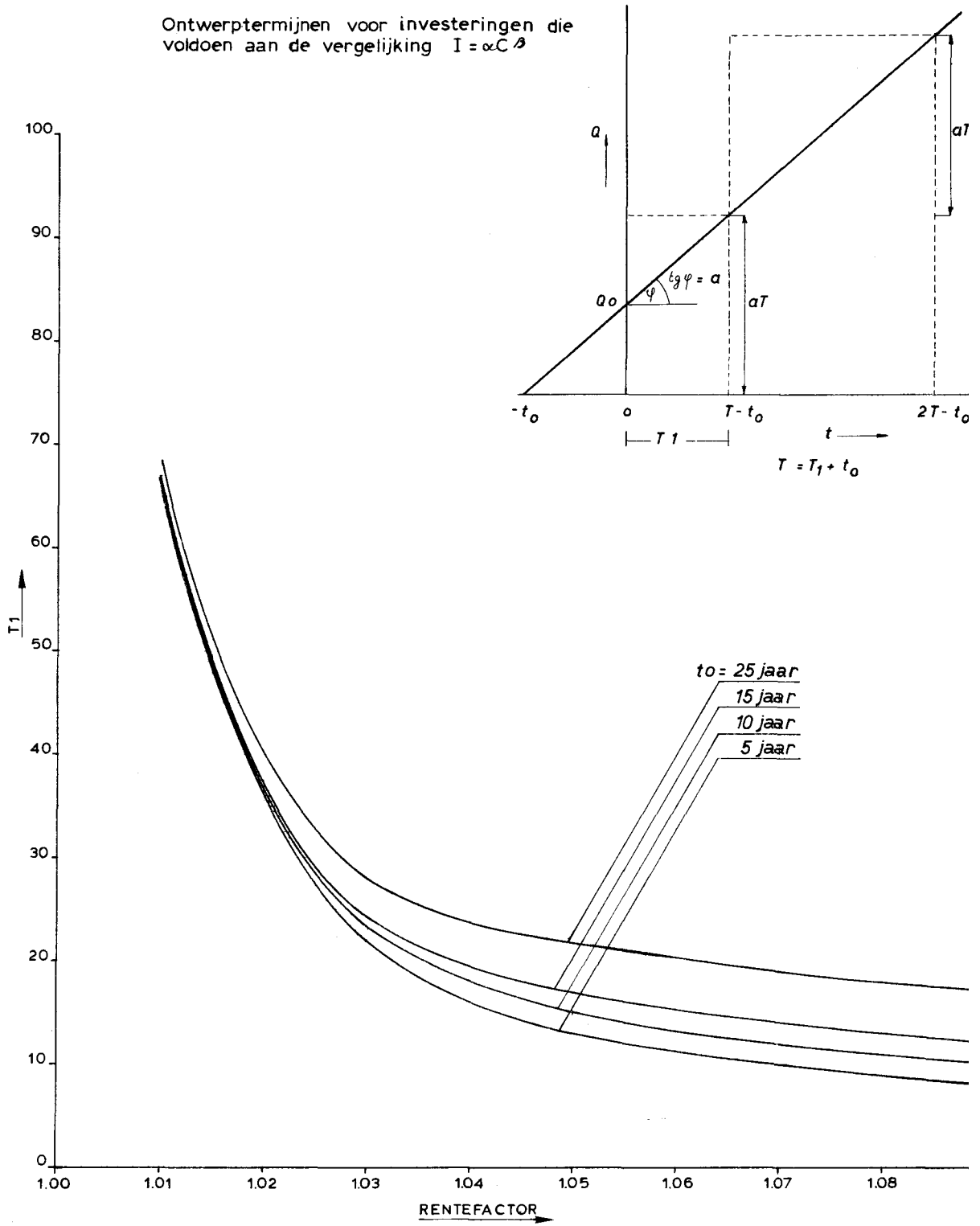


fig. 2

Ontwerptermijnen voor investeringen die voldoen aan de vergelijking $I = \alpha C \beta$

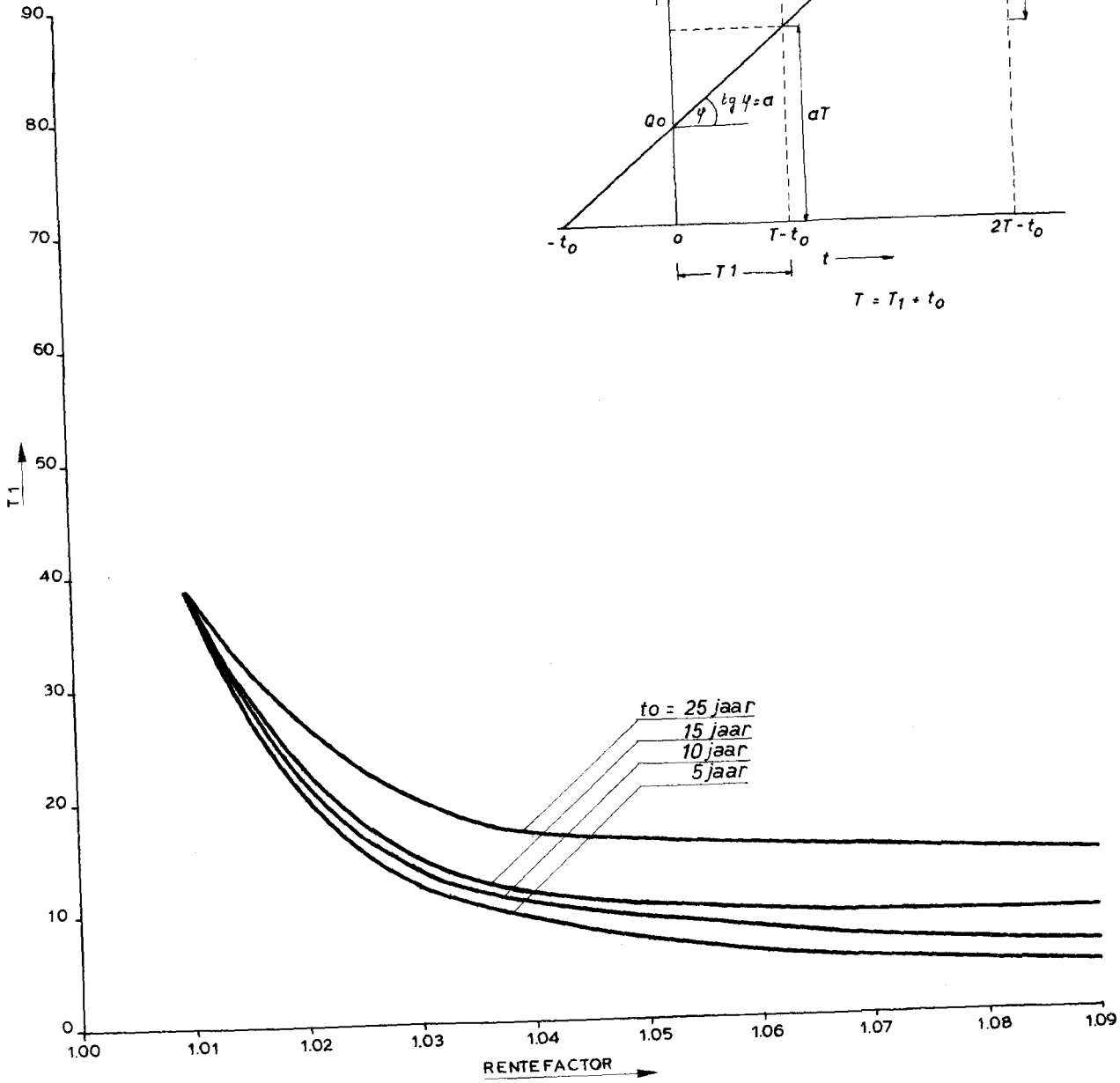
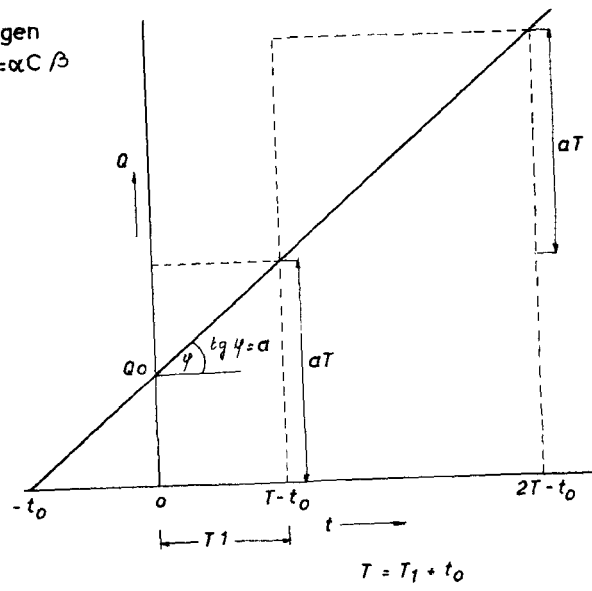
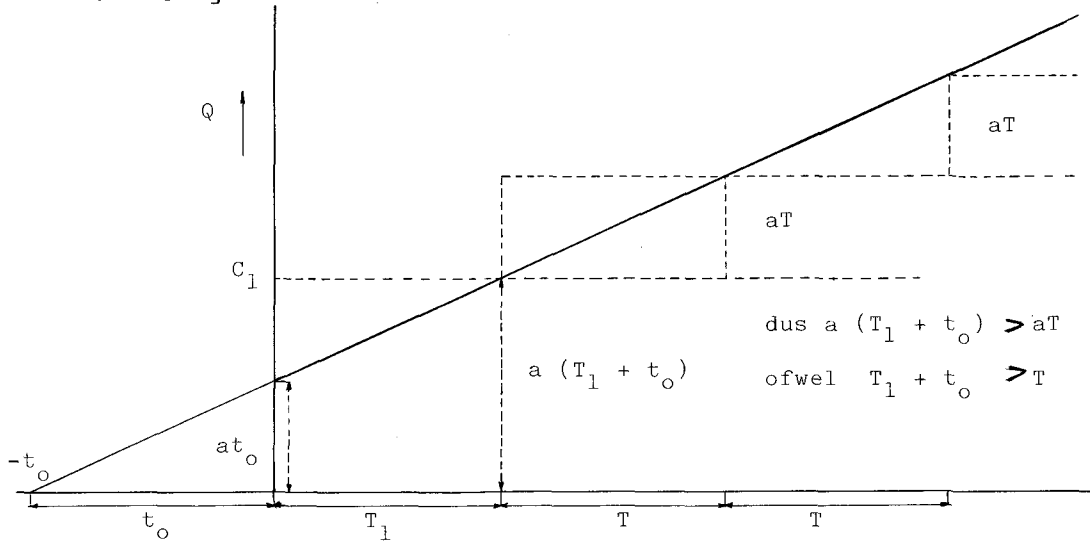


fig. 21

Tot nu toe werd de fasering steeds uitgevoerd in gelijke stapgroottes. Vooral wanneer men te maken heeft met een aanzienlijke aanvangsbehoefte lijkt dit geen redelijk uitgangspunt. Een eenvoudige methode om met ongelijke stapgroottes te werken volgt hierna. Aan de hand van figuur 22 kan een en ander verduidelijkt worden.



Figuur 22 - Schematische toename van de waterbehoefte met aanvangsbehoefte $Q_0 = at_0$

Op het moment dat de capaciteitslijn van de eerste investering de behoeftelijn snijdt, dus na T_1 jaar, is de situatie gelijk aan die van figuur 15. De nieuwe aanvangsbehoefte is dan nul en in deze situatie zouden we kiezen voor een fasering overeenkomstig vergelijking (10.9) en figuur 16. Het is dus niet onredelijk te veronderstellen dat de fasering na het vooralsnog onbekende tijdstip T_1 zal verlopen met gelijke stappen ter grootte van aT waarbij T voldoet aan vergelijking (10.9). Hiervan uitgaande kan de meest economische eerste ontwerpstermijn T_1 als volgt worden vastgesteld. De contante waarde ten opzichte van het tijdstip $t = 0$ van alle investeringen bedraagt:

$$k_w = \alpha(aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^{n-1}} \cdot \frac{p^n}{p^{T-1}} p^{-T_1} + \alpha(aT_1 + aT_0)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^{n-1}} \quad (10.12)$$

$$\frac{dk_w}{dT_1} = -\alpha(aT)^\beta \cdot \frac{p^n}{p^{n-1}} \cdot \frac{p^T}{p^{T-1}} p^{-T_1} \cdot \ln p + \alpha^\beta (aT_1 + at_0)^{\beta-1} \cdot a \frac{p^n}{p^{n-1}} = ($$

en na vereenvoudiging:

$$-\frac{T \cdot p^T}{p^{T-1}} \cdot p^{-T_1} \cdot \ln p + \beta \left(\frac{T_1 + t_0}{T} \right)^{\beta-1} = 0$$

uit (10.9) volgt: $p^{T-1} = \frac{T \cdot \ln p}{\beta}$ en na substitutie

$$- p^{T-T_1} + \left(\frac{T_1 + t_0}{T} \right)^{\beta-1} = 0 \quad \text{ofwel}$$

$$\frac{p^T}{T^{1-\beta}} = \frac{p^{T_1}}{(T_1 + t_0)^{1-\beta}} \quad (10.13)$$

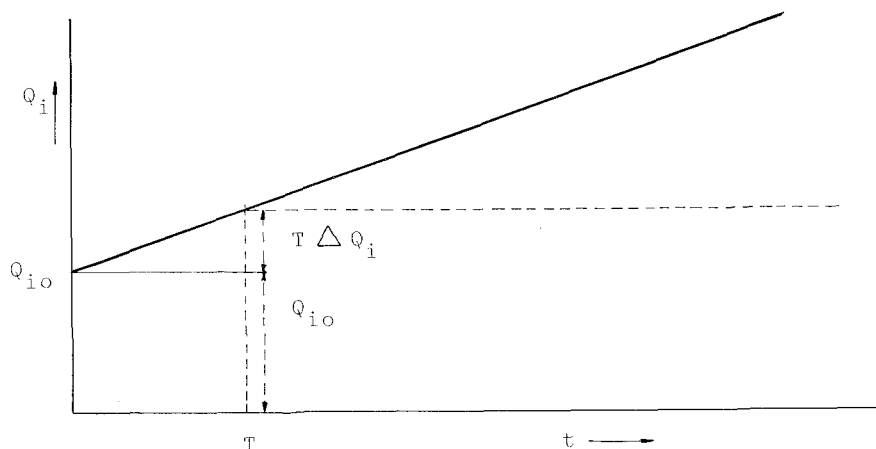
Hieruit kan T_1 worden opgelost bij gegeven β , p , t_0 en T .

In de figuren 23 t/m 26 zijn een aantal berekeningsresultaten grafisch weergegeven. Wanneer bijvoorbeeld $t_0 = 25$ jaar zoals in hoofdstuk 9 dan geldt voor $\beta = 0,7$:

bij 9% rente $T_1 = 14$ jaar $T = 8$ jaar

bij 3% rente $T_1 = 32$ jaar $T = 23$ jaar

Bij de tot nu toe besproken faseringen is geen rekening gehouden met de invloed van energiekosten. Zoals in hoofdstuk 9.3 is gebleken spelen de energiekosten bij leidingen een belangrijke rol. Het is mogelijk de energiekosten ook in de berekening van de meest economische ontwerpstermijn op te nemen. Daarbij zullen de meest economische diameter en de meest economische ontwerpstermijn in onderlinge afhankelijkheid worden berekend overeenkomstig de methode aangegeven in hoofdstuk 9.3. De methode wordt geïllustreerd aan de hand van onderstaande figuur 27.



Figuur 27 - Prognoselijns voor bepaling van meest economische diameter en ontwerpstermijn

Ontwerpstermijn voor investeringen die voldoen aan de vergelijking $I = \alpha C^\beta$

- I = investering in guldens
- α, β = coëfficiënten
- C = capaciteit
- T₁ = ontwerpstermijn 1^e investering
- T = ontwerpstermijn volgende investeringen
- T = T₁ voor t₀ = 0

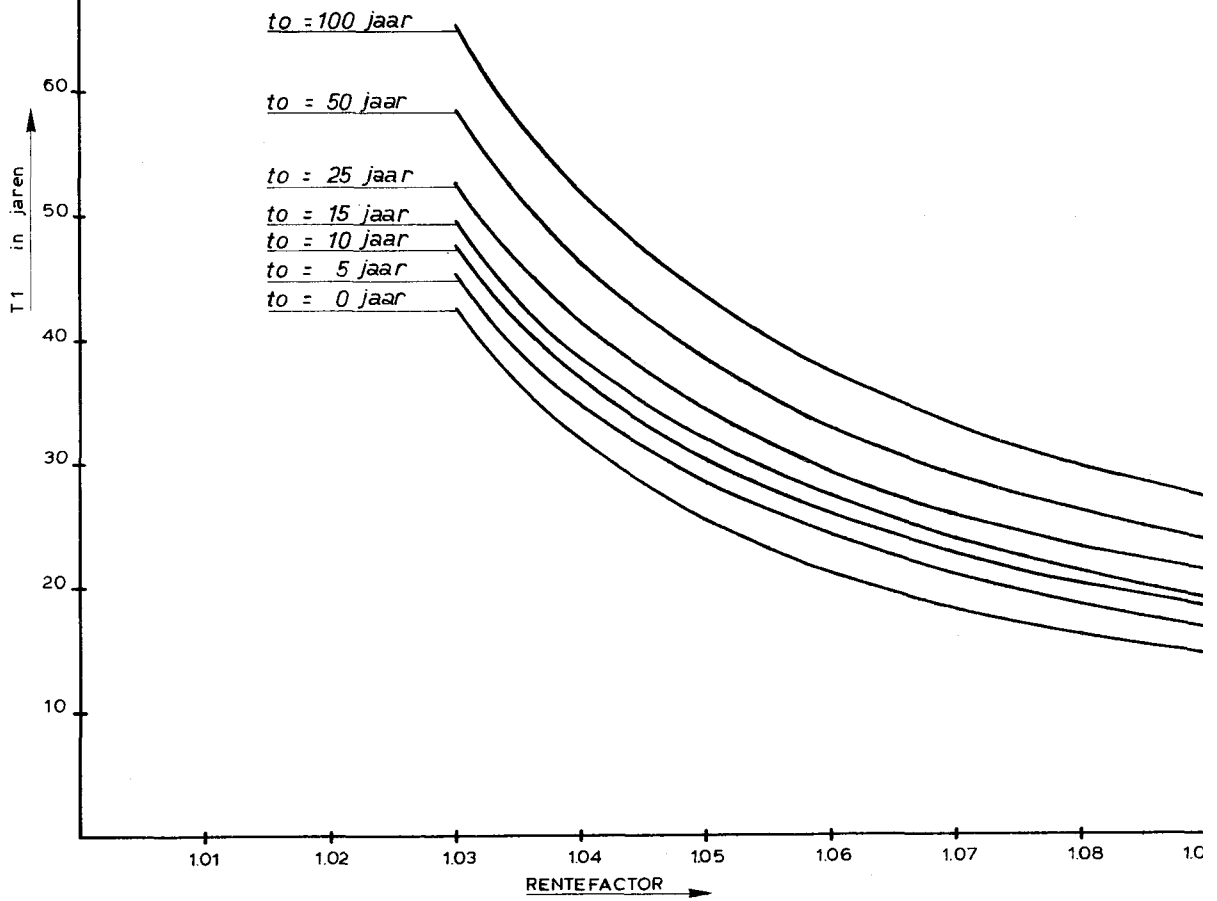
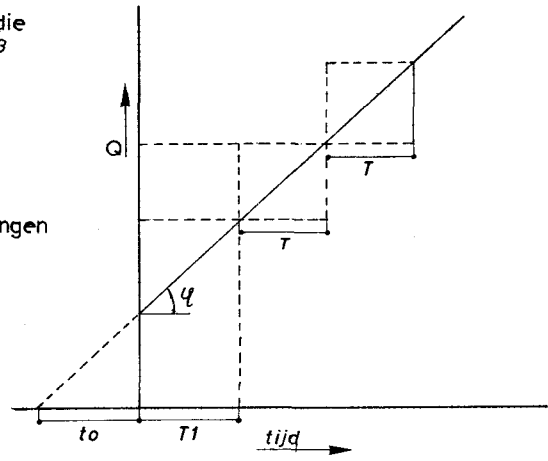


fig. 2:

$\beta = 0,6$

- 75 -

Ontwerpstermijnen voor investeringen die voldoen aan de vergelijking $I = \alpha C^{\beta}$

I = investering in guldens

α, β = coëfficiënten

C = capaciteit

T_1 = ontwerpstermijn 1^e investering

T = ontwerpstermijn volgende investeringen

$T = T_1$ voor $t_0 = 0$

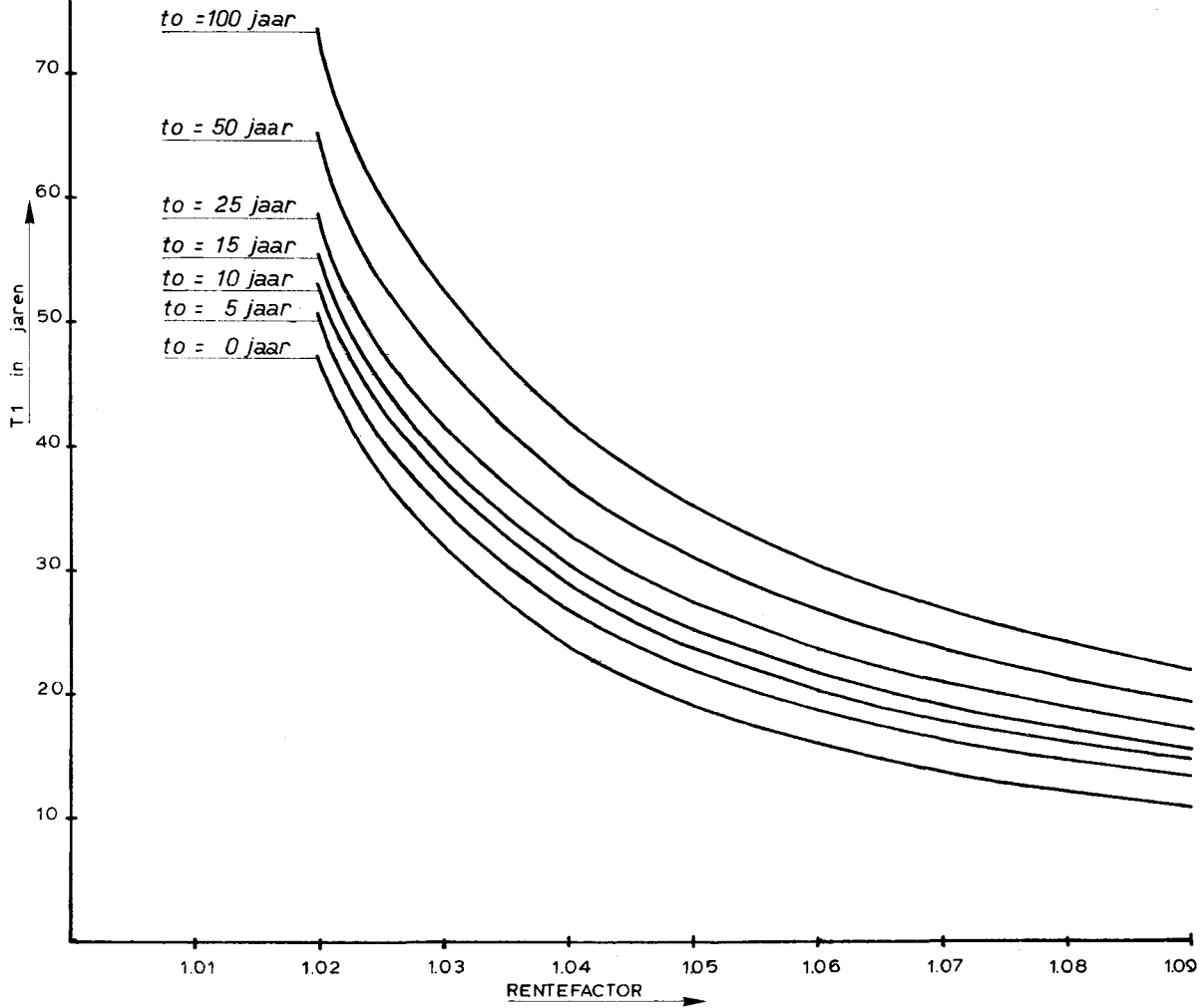
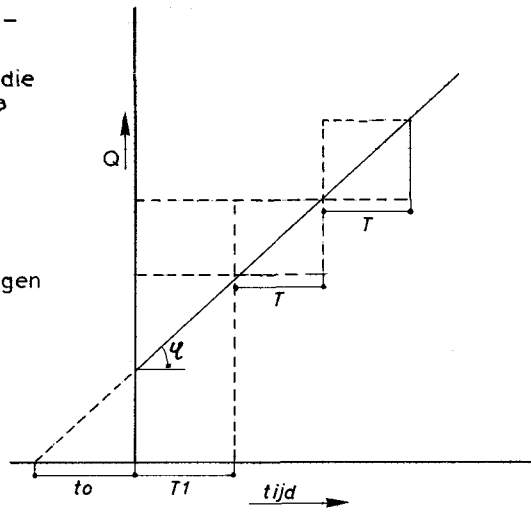


fig. 24

Ontwerptermijnen voor investeringen die voldoen aan de vergelijking $I = \alpha C^\beta$

- I = investering in guldens
- α, β = coëfficienten
- C = capaciteit
- T_1 = ontwerptermijn 1^e investering
- T = ontwerptermijn volgende investeringen
- $T = T_1$ voor $t_0 = 0$

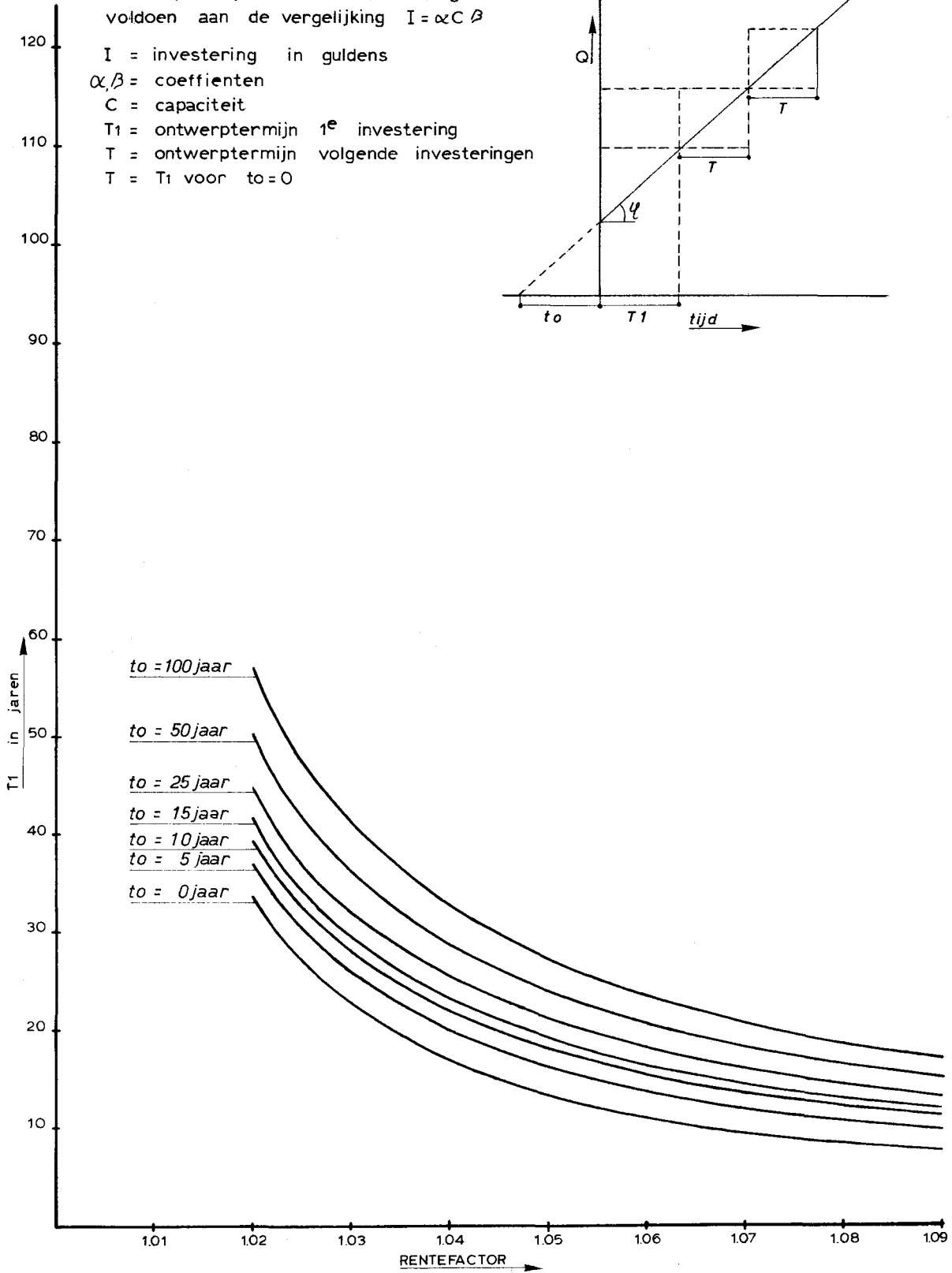
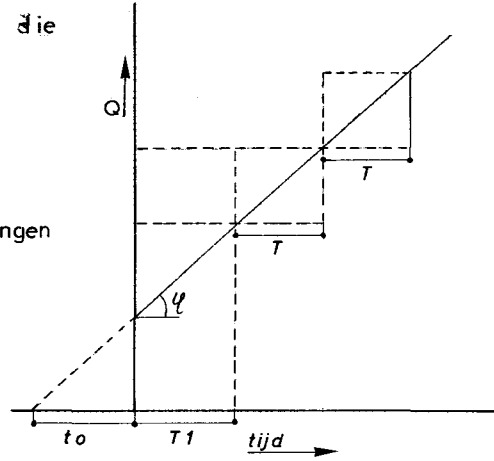


fig. 25

$B = 0,8$

Ontwerptermijnen voor investeringen die voldoen aan de vergelijking $I = \alpha C^\beta$

I = investering in guldens

$\alpha \beta$ = coëfficiënten

C = capaciteiten

T_1 = ontwerptermijn 1^e investering

T = ontwerptermijn volgende investeringen

$T = T_1$ voor $t_0 = 0$

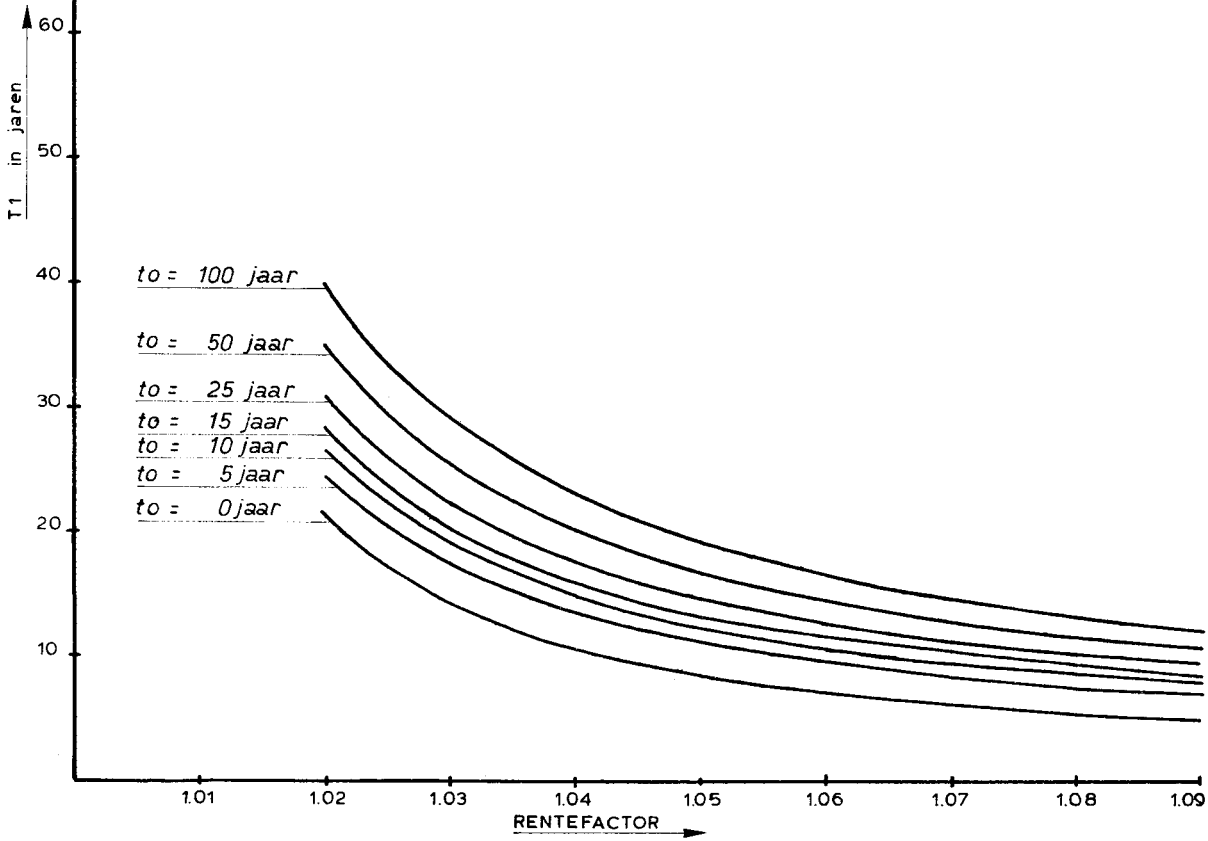
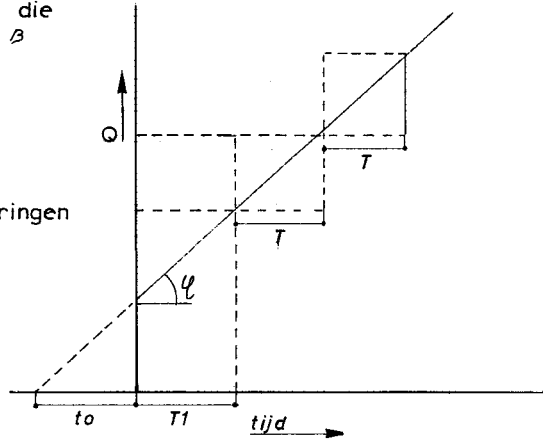
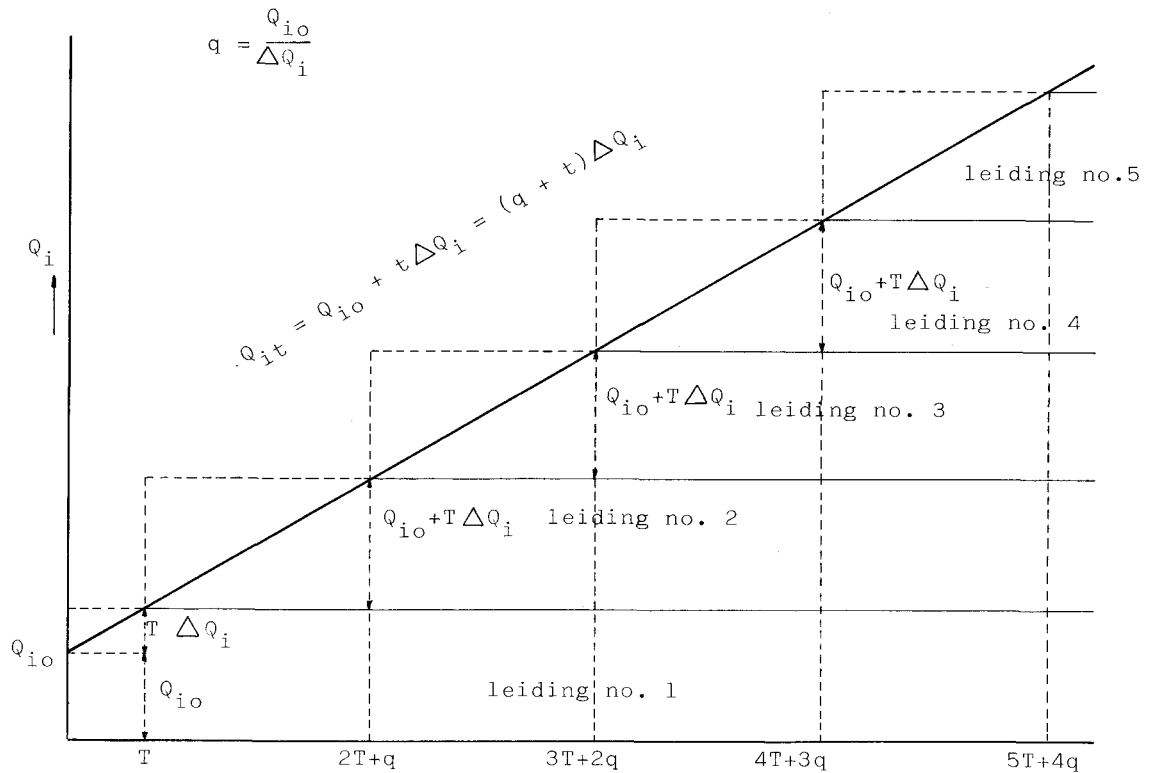


fig. 26

In hoofdstuk 9.3 werd voor één leiding de meest economische diameter bepaald bij een gegeven ontwerpstermijn T . Daarbij is het gearceerde deel van de verbruiken in rekening gebracht bij de bepaling van de contante waarde van de energiekosten.

Thans zal een berekening worden opgezet waarbij met eeuwig doorgaande toename van verbruiken rekening wordt gehouden en waarbij ook meerdere leidingen van overigens gelijke diameter zullen worden ingezet ter dekking van de behoefte. De minimale contante waarde bij eeuwigdurende financiering zal weer het criterium zijn voor de meest economische diameter en ontwerpstermijn. Iedere leiding zal een zelfde maximaal verbruik te verwerken krijgen (zie figuur 28).



Figuur 28 - Dekking waterbehoefte door meerdere transportleidingen van gelijke diameter

Het maximale ideële verbruik van iedere leiding is dus

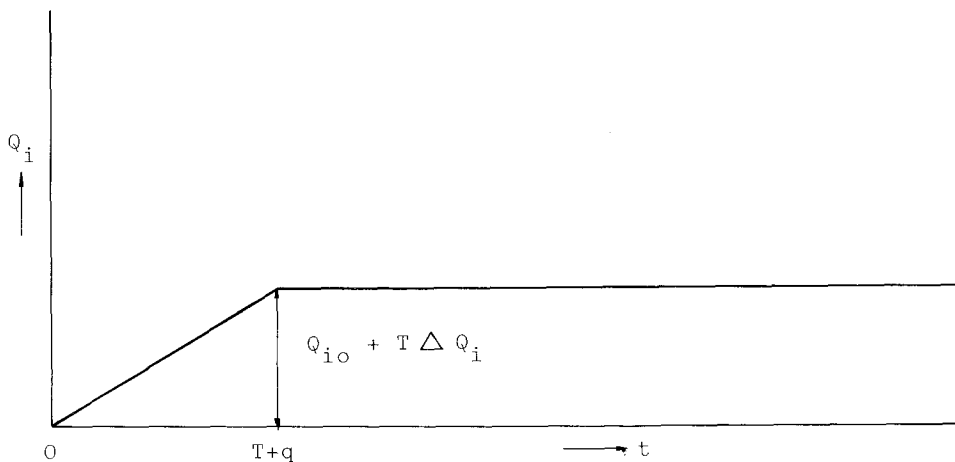
$$Q_{i0} + T \cdot \Delta Q_i = (q + t) \cdot \Delta Q_i$$

Het investeringsschema is dus als volgt:

jaar	investering leiding nr.	Q_{imax}
0	1	$Q_{i0} + T \cdot \Delta Q_i$
T	2	" "
2T+q	3	" "
3T+2q	4	" "
4T+3q	5	" "
5T+4q	6	" "
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.
$(j-1)T+(j-2)q$	j	" "

Voor verschillende ontwerpstermijnen T en verschillende diameters D worden de gesommeerde contante waarden volgens bovenstaand investeringsschema berekend.

Voor leiding nr. 1 zijn de contante waarden reeds in de voorgaande hoofdstukken berekend; zie de vergelijkingen (9.2) en (9.16). Voor de 2e en volgende leidingen verloopt de berekening van de contante waarde van de energiekosten ten opzichte van het jaar waarin de investering plaatsvindt als volgt (zie figuur 29):



Figuur 29 - Verbruikslijn voor de 2e, 3e en volgende leidingen

Stel $T_* = T + q$

$$\left. \begin{array}{l} \text{voor } 0 < t < T_* \\ t \geq T_* \end{array} \right\} \begin{array}{l} k_e = A \cdot \Delta Q_i \cdot t^3 \\ k_e = A \cdot \Delta Q_i^3 \cdot T_*^3 \end{array}$$

$$k_{we} = A \cdot \Delta Q_i^3 \left\{ \int_0^{T_*} t^3 p^{-t} \cdot dt + \int_{T_*}^{\infty} T_*^3 \cdot p^{-t} \cdot dt \right\} =$$

$$A \cdot \Delta Q_i^3 \left\{ \frac{6}{\ln^4 p} - \frac{T_*^3 \cdot p^{-T_*}}{\ln p} - \frac{3T_*^2 \cdot p^{-T_*}}{\ln^2 p} - \frac{6T_* \cdot p^{-T_*}}{\ln^3 p} - \frac{6 p^{-T_*}}{\ln^4 p} + \frac{T_*^3 \cdot p^{-T_*}}{\ln p} \right\} =$$

$$k_{we} = A \cdot \Delta Q_i^3 \cdot \frac{p^{-T_*}}{\ln^4 p} \left\{ 6 p^{T_*} - 3 T_*^2 \cdot \ln^2 p - 6 T_* \cdot \ln p - 6 \right\} \quad (10.14)$$

Met behulp van de formules (10.14), (9.2) en (9.16) kan nu de totale contante waarde volgens het investeringsschema van figuur 28 worden berekend.

Aanlegkosten stel $k_a = 460 D^{1,60}$ (10.15)

leiding nr. 1 $k_{wa} = \frac{p^n}{p^{n-1}} k_a$

leiding nr. 2 $k_{wa} = \frac{p^n}{p^{n-1}} k_a \cdot p^{-T}$

leiding nr. 3 $k_{wa} = \frac{p^n}{p^{n-1}} k_a \cdot p^{-(T+T_*)}$

leiding nr. 4 $k_{wa} = \frac{p^n}{p^{n-1}} k_a \cdot p^{-(T+2T_*)}$

leiding nr. j $k_{wa} = \frac{p^n}{p^{n-1}} k_a \cdot p^{-\{T+(j-2)T_*\}}$

$$\sum k_{wa} = \frac{p^n}{p^{n-1}} k_a \left(1 + \frac{p^{T_*}}{p^{T_*-1}} p^{-T} \right) +$$

$$\sum k_{wa} = 460 \frac{p^n}{p^{n-1}} D^{1,60} \cdot \left(\frac{p^{T_*} + p^{q-1}}{p^{T_*-1}} \right) \quad (10.16)$$

energiekosten

$$\sum k_{we} = A \cdot \Delta Q_i^3 \left\{ F + (q + T)^3 \cdot \frac{p^{-T}}{\ln p} + \frac{p^{-T}}{(p^{T_*} - 1) \ln^4 p} (6 p^{T_*} - 3 T_*^2 \cdot \ln^2 p - 6 T_* \cdot \ln p - 6) \right\} \quad (10.17)$$

zodat voor de totale contante waarde van vaste lasten en energiekosten bij eeuwigdurende investering en financiering volgens figuur 28 geldt:

$$k_{w \text{ tot}} = 460 \frac{p^n}{p^{n-1}} D^{1,60} \cdot \left(\frac{p^{T_*} + p^{-1}}{p^{T_*} - 1} \right) + A \cdot \Delta Q_i^3 \left\{ F + (q + T)^3 \frac{p^{-T}}{\ln p} + \frac{p^{-T}}{(p^{T_*} - 1) \ln^4 p} (6 p^{T_*} - 3 T_*^2 \cdot \ln^2 p - 6 T_* \cdot \ln p - 6) \right\} \quad (10.18)$$

waarin $F = \int_0^T (q + t)^3 \cdot p^{-t} \cdot dt$

$$A = 1,521 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{e}{\eta_i} \cdot \frac{\lambda}{D^5}$$

p = rentefactor

T = ontwerptermijn (jaren)

D = diameter van de leiding (in m)

Q_{i0} = ideële verbruik voor t = 0 (m³/h)

Q_i = toename ideële verbruik per jaar (m³/h.jaar)

$$q = \frac{Q_{i0}}{\Delta Q_i}$$

$$T_* = T + q$$

λ = weerstandscoefficiënt volgens Colebrook

e = kWh-prijs

η_i = ideëel rendement

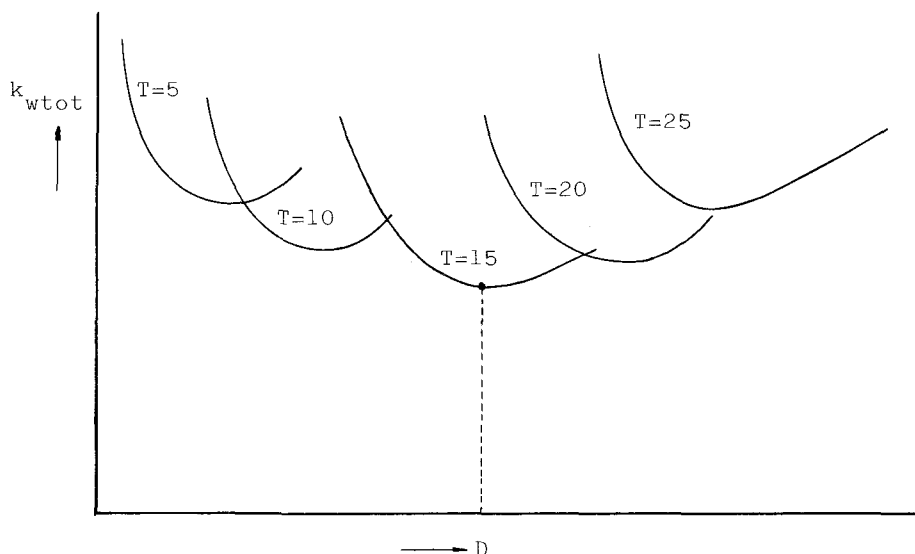
k_{w tot} = totale contante waarde in gld/m'

n = afschrijvingstermijn

De bepaling van de meest economische diameter en ontwerptermijn verloopt nu als volgt:

voor T = 5 jaar reken uit volgens (10.18) k_{w tot} bij
D = 0,1, 0,2, 0,31,0 m.

Breng deze gegevens in grafiek (zie figuur 30).



Figuur 30 - Schematische weergave van gelijktijdige berekening van meest economische diameter + ontwerp-terlijn

Herhaal de procedure voor $T = 10, 15, 20$ etc. jaren.

Die grafiek, die het laagste minimum heeft (in figuur 30 is dit dus de lijn van $T = 15$ jaar) levert de meest economische ontwerp-terlijn + de meest economische diameter.

De grote hoeveelheid rekenwerk, die dit vereist vooral als men een aantal gevallen wil doorrekenen, maakt inschakeling van de computer bijna onvermijdelijk. Wanneer bijvoorbeeld grafieken worden samengesteld voor $T = 5, 10 \dots 50$ jaar en steeds $D = 0,1 \dots 1,0$ (met stappen van $0,05$ m) dan moet formule (10.18) 190 x worden uitgerekend.

De berekening is tweemaal uitgevoerd, eenmaal bij een rentepercentage van 3% en eenmaal bij 9% terwijl overigens de volgende gegevens zijn ingevoerd:

$$Q_{i0} = 547 \text{ m}^3/\text{h} \text{ resp. } 315 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$\Delta Q_i = 21,88 \text{ m}^3/\text{h}/\text{jaar} \text{ resp. } 12,6 \text{ m}^3/\text{h}/\text{jaar}$$

$$q = 25 \text{ jaar}$$

$$\lambda = 0,015$$

$$e = 0,07 \text{ gld}/\text{kWh}$$

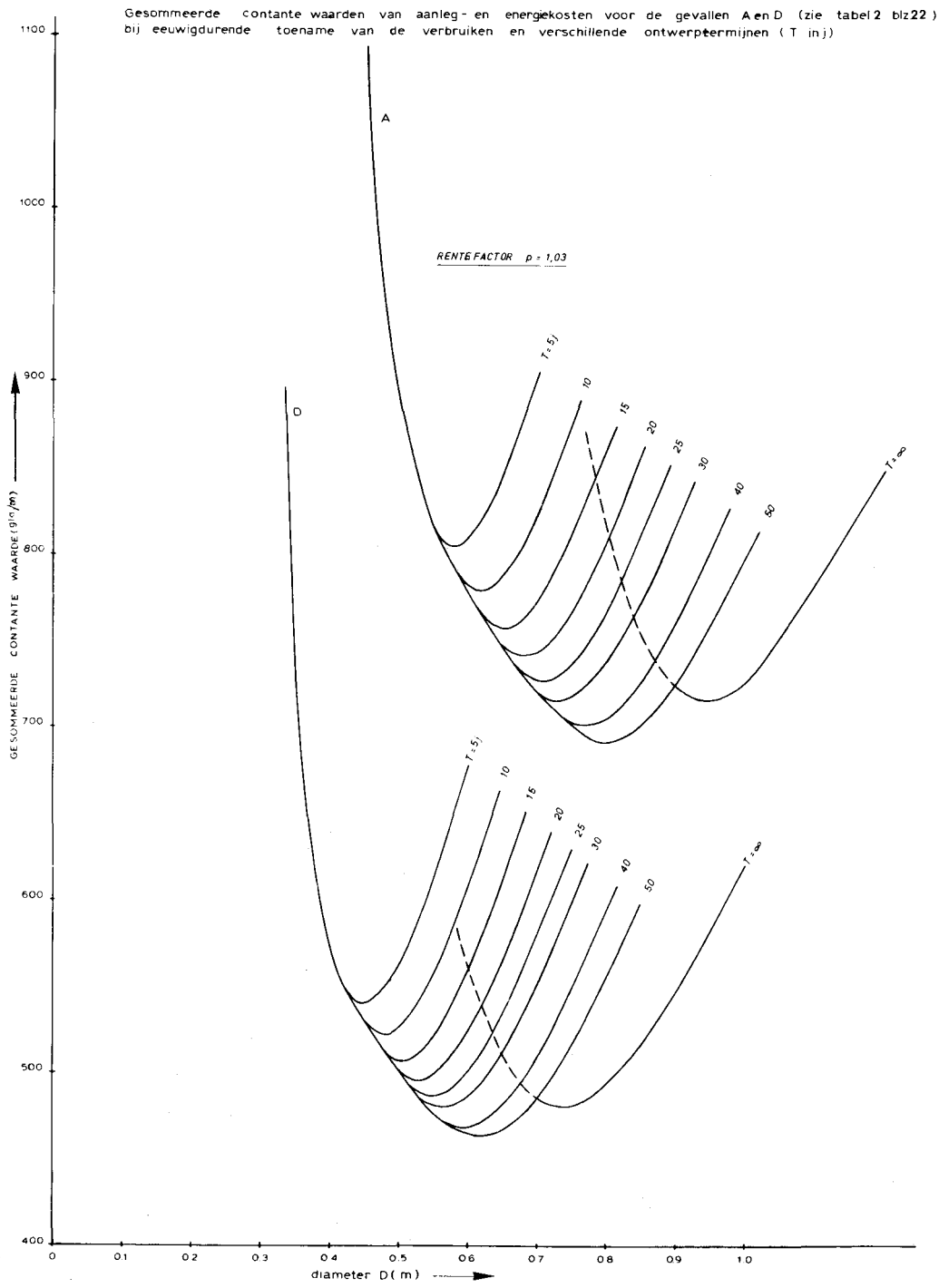


fig. 31

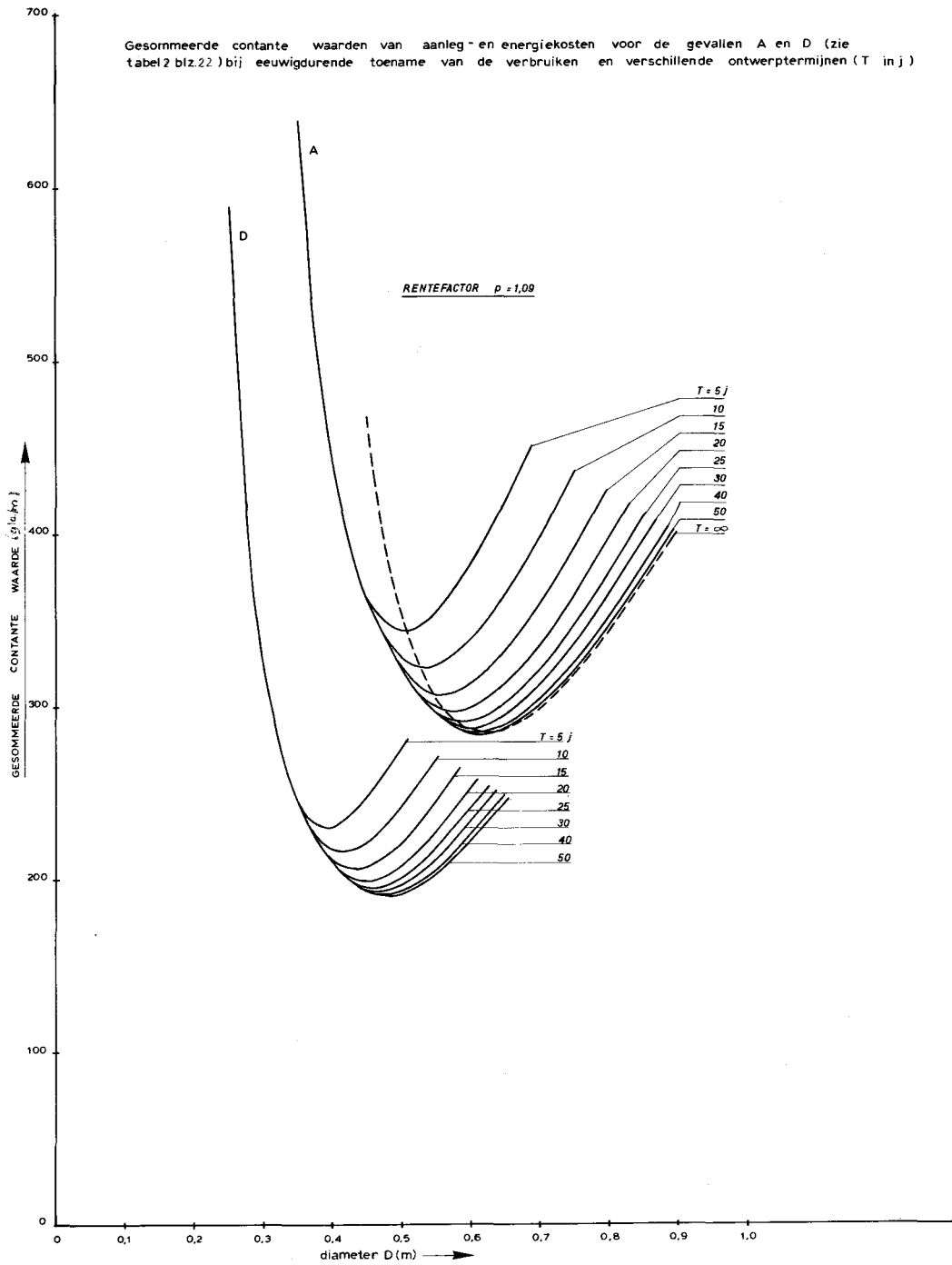


fig. 32

$$\eta_i = 0,21$$

$$n = 50$$

De resultaten zijn weergegeven in de figuren 31, 32, 33 en 34.

Opvallend is dat in geen der berekende gevallen de minimale contante waarde bereikt is bij een ontwerpstermijn van 50 jaar. De veranderingen in de contante waarden bij ontwerpstermijnen groter dan 20 jaar zijn overigens minimaal zoals uit onderstaande tabel blijkt.

geval	minimale gesommeerde contante waarde voor verschillende ontwerpstermijnen T (in gld/m')			
	T = 10 j	T = 20 j	T = 50 j	T = ∞
A p = 1,03	780 (109)	740 (103)	690 (96)	716 (100)
A p = 1,09	320 (112)	295 (103)	283 (99)	286 (100)
D p = 1,03	520 (108)	495 (103)	465 (97)	480 (100)
D p = 1,09	215 (113)	200 (105)	190 (100)	190 (100)

(tussen haakjes geplaatste getallen: in % t.o.v. T = ∞)

De op bladzijde 61 berekende ontwerpstermijnen zijn met een pijltje aangegeven in figuur 33 ($T_1 = 17$ respectievelijk 29 jaar).

Bij 9% rente geeft de eenvoudige methode zonder energiekosten een alleszins bevredigende keuze van ontwerpstermijn.

Bij 3% rente tendeert de invoering van energiekosten tot wat langere ontwerpstermijnen dan die welke uit de eenvoudige berekeningen volgen. De keuze van een 25-jarige ontwerpstermijn in hoofdstuk 9.3 lijkt ook alleszins redelijk.

Minimale gesommeerde contante waarden volgens fig.31 en 32 bij verschillende ontwerptermijnen

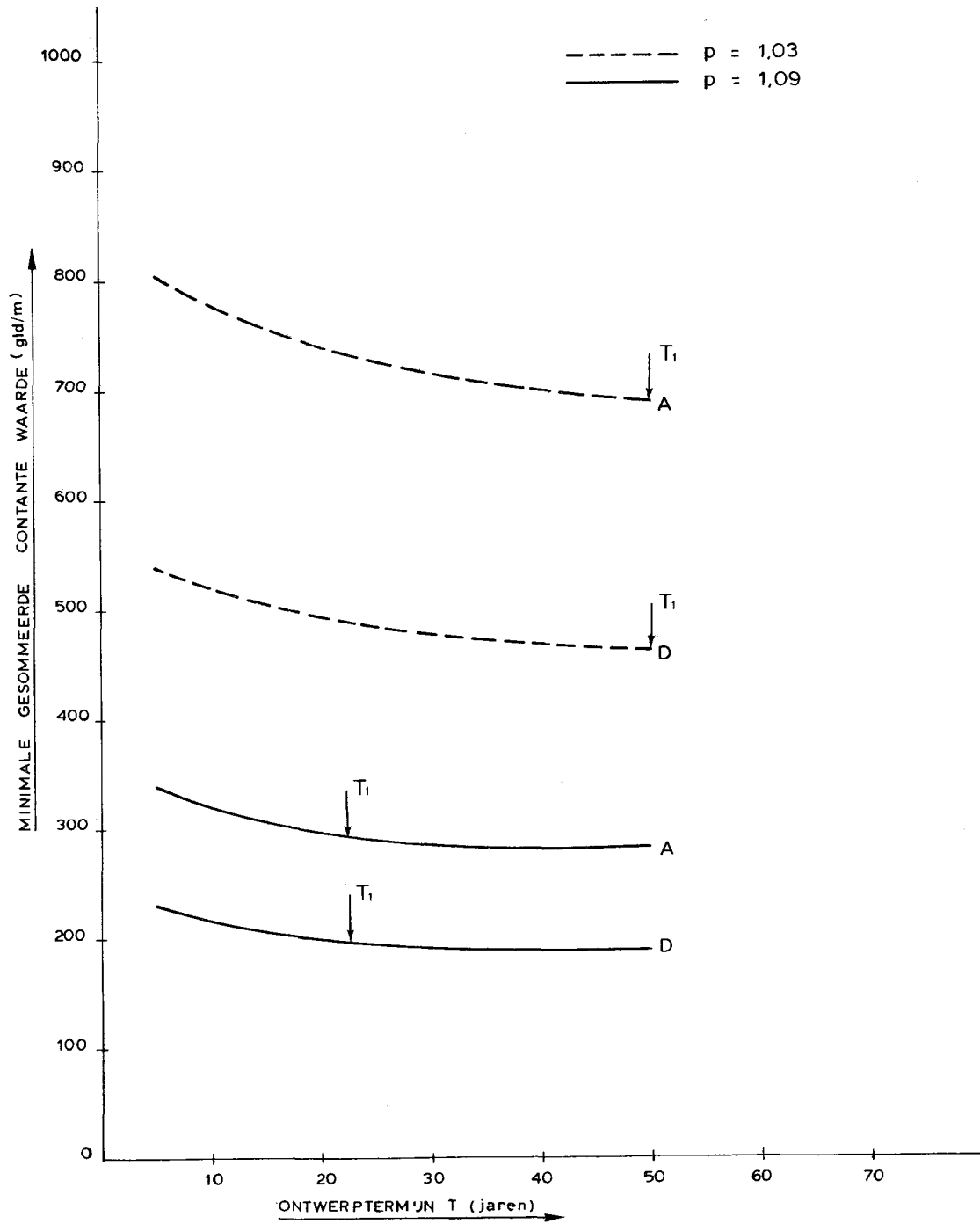


fig. 33

Meest economische diameter en ontwerpsnelheid (op basis van max uur na T jaren) als functie van de ontwerptermijn T

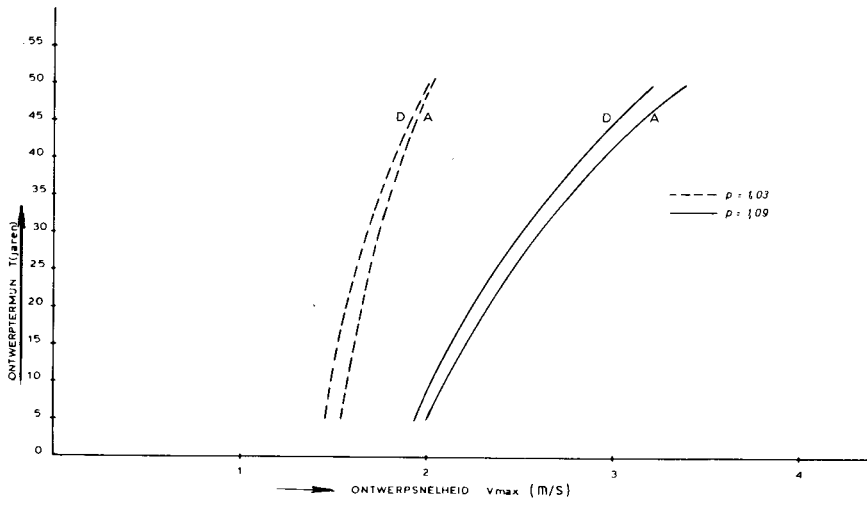
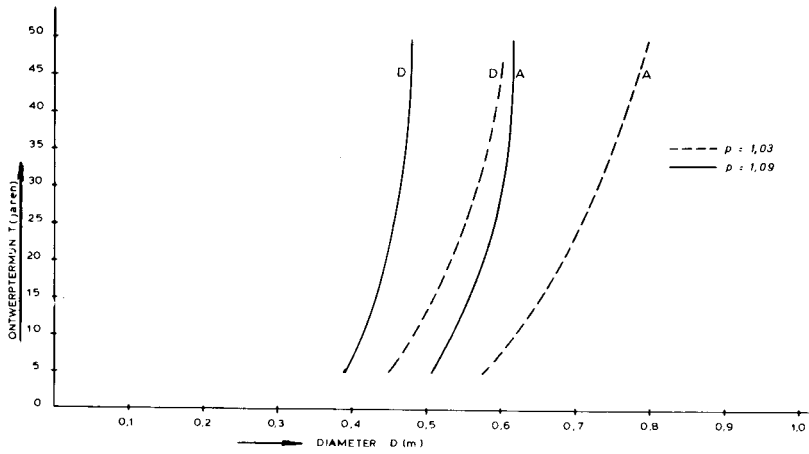


fig. 34

In het kort

- Het vraagstuk van de fasering van investeringen kan worden opgelost met de methode van de contante waarde bij eeuwigdurende financiering.
- Er is uitgegaan van investeringen die voldoen aan vergelijking (10.1), $I = \alpha C^\beta$.
- Bij een lineaire behoeftetoename en een aanvangsbehoefte nul moet de meest economische ontwerpperiode voldoen aan vergelijking (10.9). De oplossing van deze vergelijking is gegeven in figuur 16.
- Bij een lineaire behoeftetoename en een zekere aanvangsbehoefte en bij gelijke stapgrootte van de opeenvolgende investeringen moet de meest economische ontwerpstermijn voldoen aan vergelijking (10.11), een aantal oplossingen van deze vergelijking zijn gegeven in de figuren 18 t/m 21.
- Bij een lineaire behoeftetoename en een belangrijke aanvangsbehoefte ligt het voor de hand om de eerste investering groter te maken dan de daaropvolgende uitbreidingen. Aangenomen is dat de ontwerpstermijnen van de uitbreidingen voldoen aan vergelijking (10.9) en in dat geval moet de meest economische ontwerpstermijn (T_1) van de eerste investering voldoen aan vergelijking (10.13). Een aantal oplossingen van deze vergelijking zijn gegeven in de figuren 23 t/m 26.
- Bij fasering van leidingprojecten kunnen de energiekosten in rekening worden gebracht. Een methode werd aangegeven om in onderlinge afhankelijkheid de meest economische diameter en de meest economische ontwerpstermijn te berekenen. Daarbij dient de totale contante waarde volgens vergelijking (10.17) te worden geminimaliseerd. De werkwijze wordt geïllustreerd in de figuren 31, 32, 33 en 34.

Uit de gegeven voorbeelden, waaruit overigens geen algemene conclusies kunnen worden getrokken, kwam naar voren dat met ontwerpstermijnen langer dan 20 à 30 jaar weinig of niets meer te verdienen valt.

Korte tabel van Laplace transformaties.

kontante waarde

kostenfunctie



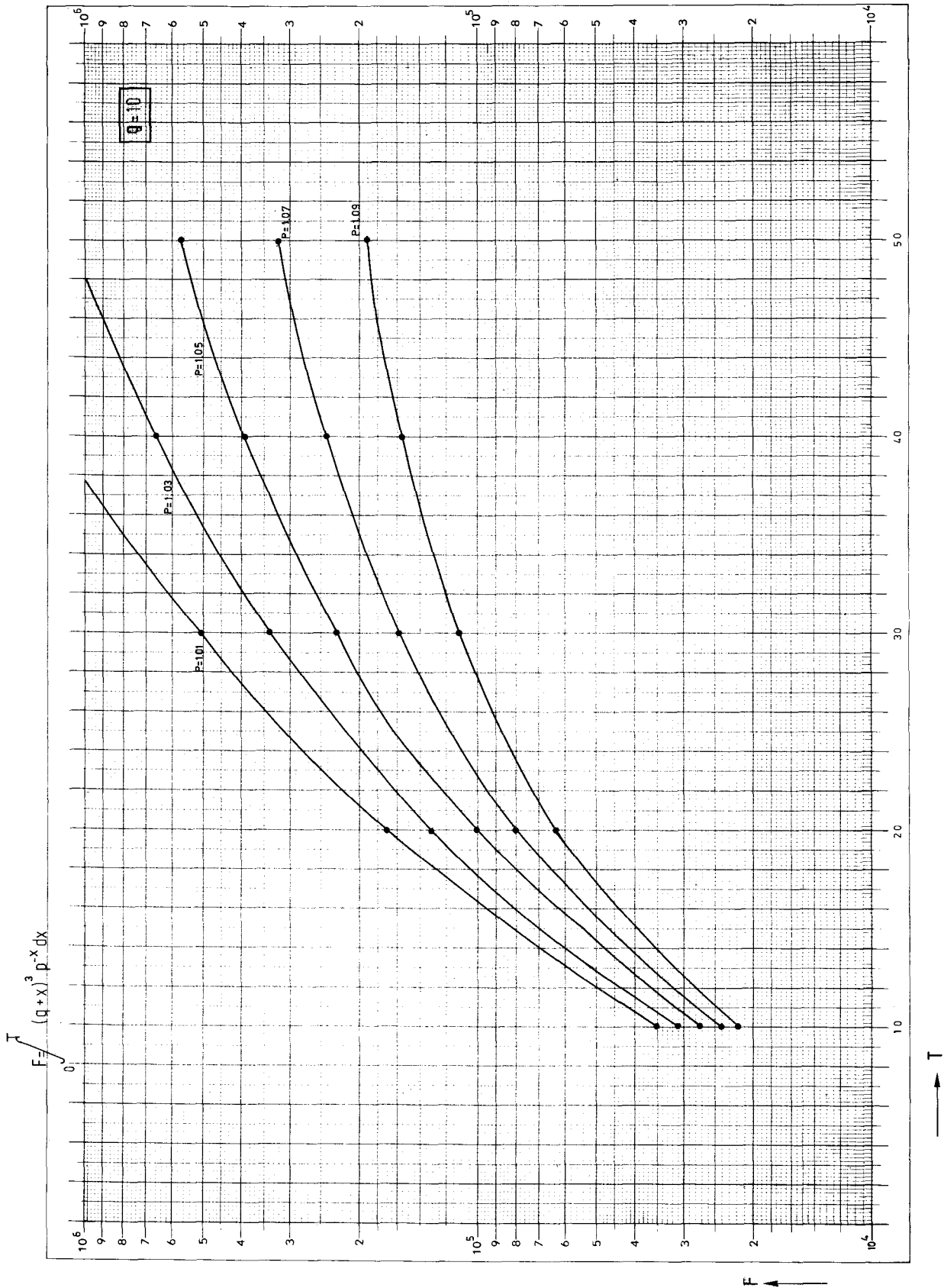
$s = \ln p$
 $p = \text{rentefactor}$

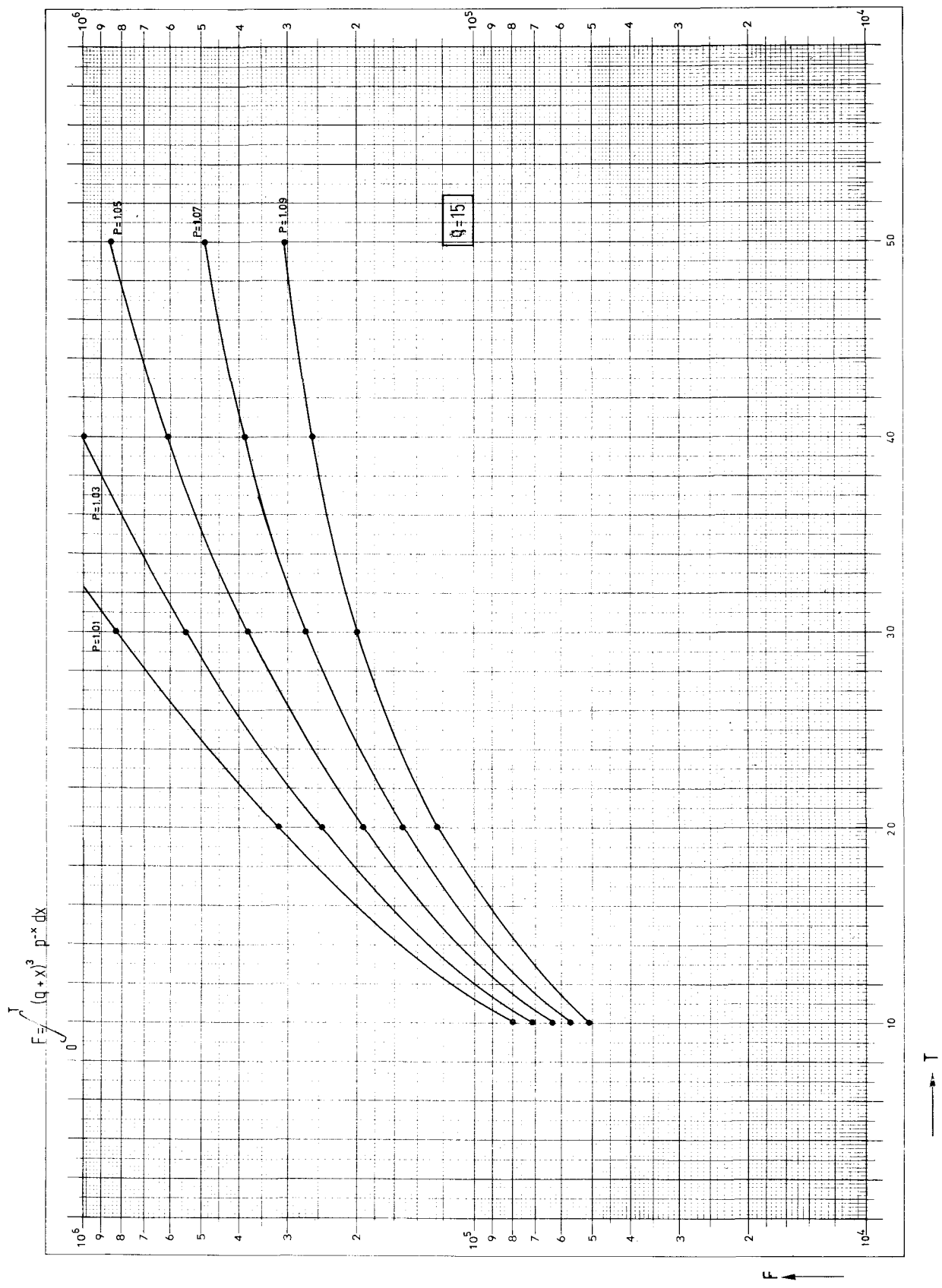


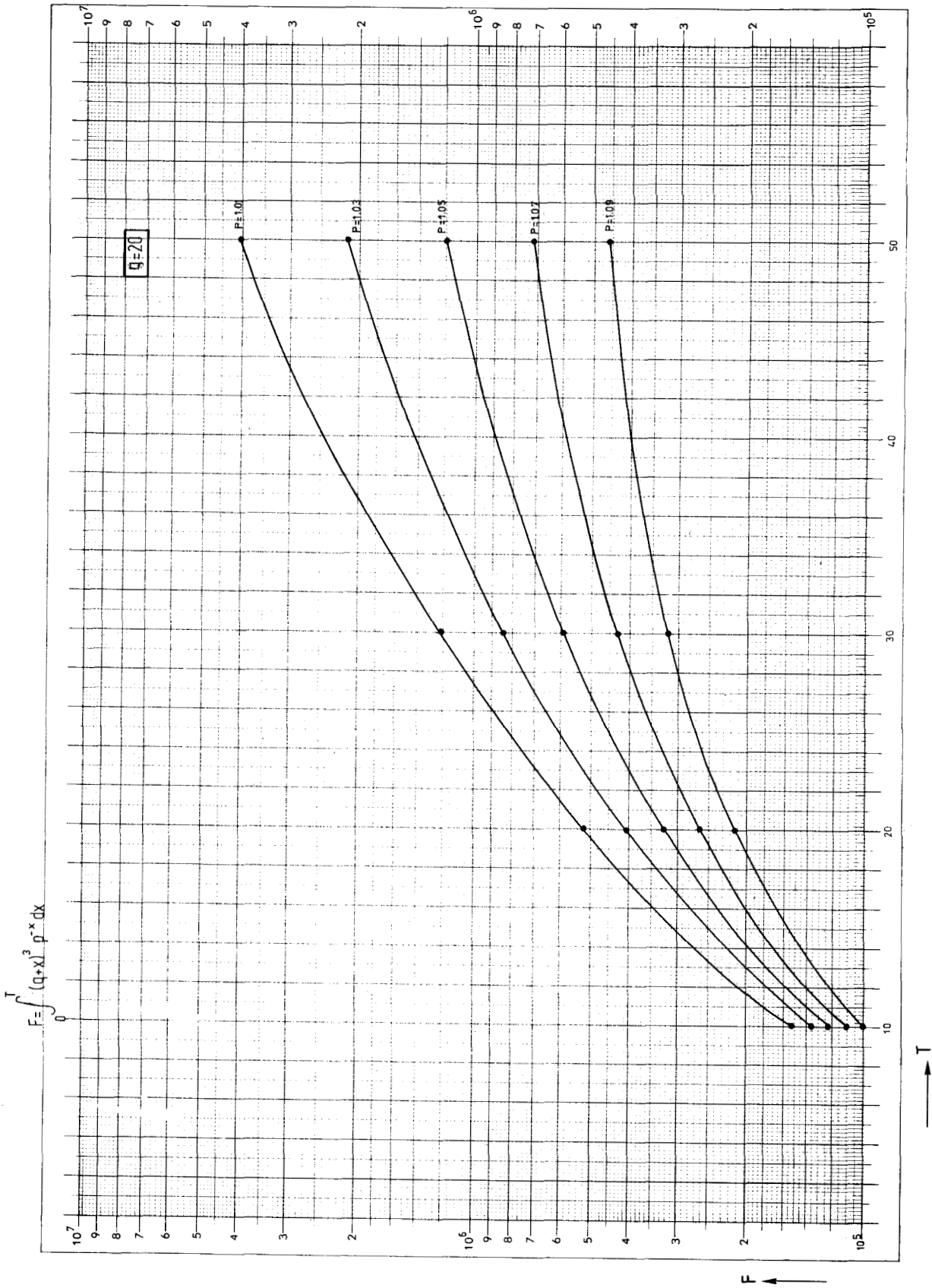
	$f(s)$	$F(t)$
1	$\frac{1}{s}$	1
2	$\frac{1}{s^2}$	t
3	$\frac{1}{s^n} (n=1,2,\dots)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
4	$\frac{1}{\sqrt{s}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
5	$s^{-\frac{3}{2}}$	$2\sqrt{\frac{t}{\pi}}$
6	$s^{-(n+\frac{1}{2})} (n=1,2,\dots)$	$\frac{2^n t^{n-\frac{1}{2}}}{1 \times 3 \times 5 \dots (2n-1) \sqrt{\pi}}$
7	$\frac{\Gamma(k)}{s^k} (k > 0)$	t^{k-1}
8	$\frac{1}{s-a}$	e^{at}
9	$\frac{1}{(s-a)^2}$	te^{at}
10	$\frac{1}{(s-a)^n} (n=1,2,\dots)$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{at}$
11	$\frac{\Gamma(k)}{(s-a)^k} (k > 0)$	$t^{k-1} e^{at}$
12	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$	$\frac{1}{a-b} (e^{at} - e^{bt})$
13	$\frac{s}{(s-a)(s-b)}$	$\frac{1}{a-b} (ae^{at} - be^{bt})$
14	$\frac{1}{(s-a)(s-b)(s-c)}$	$\frac{(b-c)e^{at} + (c-a)e^{bt} + (a-b)e^{ct}}{(a-b)(b-c)(c-a)}$
15	$\frac{1}{s^2+a^2}$	$\frac{1}{a} \sin at$
16	$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos at$
17	$\frac{1}{s^2-a^2}$	$\frac{1}{a} \sinh at$
18	$\frac{s}{s^2-a^2}$	$\cosh at$
19	$\frac{1}{s(s^2+a^2)}$	$\frac{1}{a^2} (1 - \cos at)$
20	$\frac{1}{s^2(s^2+a^2)}$	$\frac{1}{a^3} (at - \sin at)$

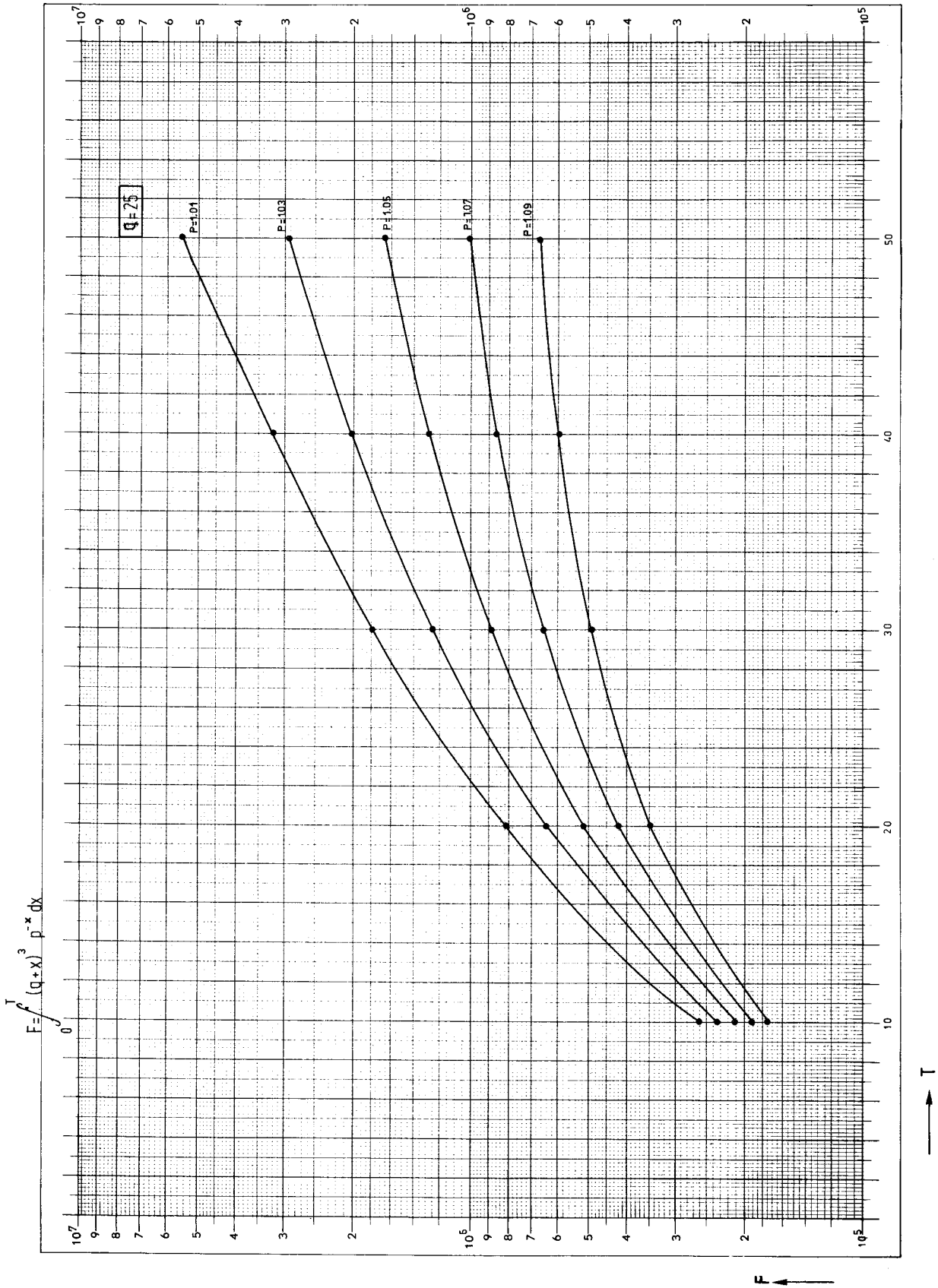
	f(s)	F(t)
21	$\frac{1}{(s^2+a^2)^2}$	$\frac{1}{2a^3} (\sin at - at \cos at)$
22	$\frac{s}{(s^2+a^2)^2}$	$\frac{t}{2a} \sin at$
23	$\frac{s^2}{(s^2+a^2)^2}$	$\frac{1}{2a} (\sin at + at \cos at)$
24	$\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$	$t \cos at$
25	$\frac{s}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)} (a^2 \neq b^2)$	$\frac{\cos at - \cos bt}{b^2 - a^2}$
26	$\frac{1}{(s-a)^2+b^2}$	$\frac{1}{b} e^{at} \sin bt$
27	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$	$e^{at} \cos bt$
28	$\frac{3a^2}{s^3+a^3}$	$e^{-at} e^{at/2} \left(\cos \frac{at\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \sin \frac{at\sqrt{3}}{2} \right)$
29	$\frac{4a^3}{s^4+4a^4}$	$\sin at \cosh at - \sinh at$
30	$\frac{s}{s^4+4a^4}$	$\frac{1}{2a^2} \sin at \sinh at$
31	$\frac{1}{s^4-a^4}$	$\frac{1}{2a^3} (\sinh at - \sin at)$
32	$\frac{s}{s^4-a^4}$	$\frac{1}{2a^2} (\cosh at - \cos at)$
33	$\frac{8a^3 s^2}{(s^2+a^2)^3}$	$(1+a^2 t^2) \sin at - at \cos at$
34	$\frac{s}{(s-a)^3}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{at} (1+2at)$
35	$\sqrt{s-a} - \sqrt{s-b}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}} (e^{bt} - e^{at})$
36	$\frac{e^{-ks}}{s}$	$S_k(t) = \begin{cases} 0 & \text{bij } 0 < t < k \\ 1 & \text{bij } t > k \end{cases}$
37	$\frac{e^{-ks}}{s^2}$	$\begin{cases} 0 & \text{bij } 0 < t < k \\ t-k & \text{bij } t > k \end{cases}$
38	$\frac{e^{-ks}}{s^\mu} (\mu > 0)$	$\begin{cases} 0 & \text{bij } 0 < t < k \\ \frac{(t-k)^{\mu-1}}{\Gamma(\mu)} & \text{bij } t > k \end{cases}$
39	$\frac{1-e^{-ks}}{s}$	$\begin{cases} 1 & \text{bij } 0 < t < k \\ 0 & \text{bij } t > k \end{cases}$
40	$\frac{1}{s(1-e^{-ks})} = \frac{1 + \coth \frac{1}{2} ks}{2s}$	$1 + [t/k] = n \quad \text{bij } (n-1)k < t < nk$ (n=1,2,...)
41	$\frac{1}{s(e^{ks}-a)}$	$\begin{cases} 0 & \text{bij } 0 < t < k \\ 1+a+a^2+\dots+a^{n-1} & \text{bij } nk < t < (n+1)k \quad (n=1,2,\dots) \end{cases}$
42	$\frac{k}{s^2+k^2} \coth \frac{\pi s}{2k}$	$ \sin kt $
43	$\frac{1}{(s^2+1)(1-e^{-\pi s})}$	$\begin{cases} \sin t & \text{bij } (2n-2)\pi < t < (2n-1)\pi \\ 0 & \text{bij } (2n-1)\pi < t < 2n\pi \end{cases}$
44	$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-(k/s)}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cos 2\sqrt{kt}$

	$f(s)$	$F(t)$
45	$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{k/s}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cosh 2\sqrt{kt}$
46	$\frac{1}{s^{\frac{3}{2}}} e^{-(k/s)}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi k}} \sin 2\sqrt{kt}$
47	$\frac{1}{s^{\frac{3}{2}}} e^{k/s}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi k}} \sinh 2\sqrt{kt}$
48	$e^{-k\sqrt{s}} (k > 0)$	$\frac{k}{2\sqrt{\pi t^3}} \exp\left(-\frac{k^2}{4t}\right)$
49	$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-k\sqrt{s}} (k \geq 0)$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \exp\left(-\frac{k^2}{4t}\right)$
50	$\log \frac{s-a}{s-b}$	$\frac{1}{t} (e^{bt} - e^{at})$



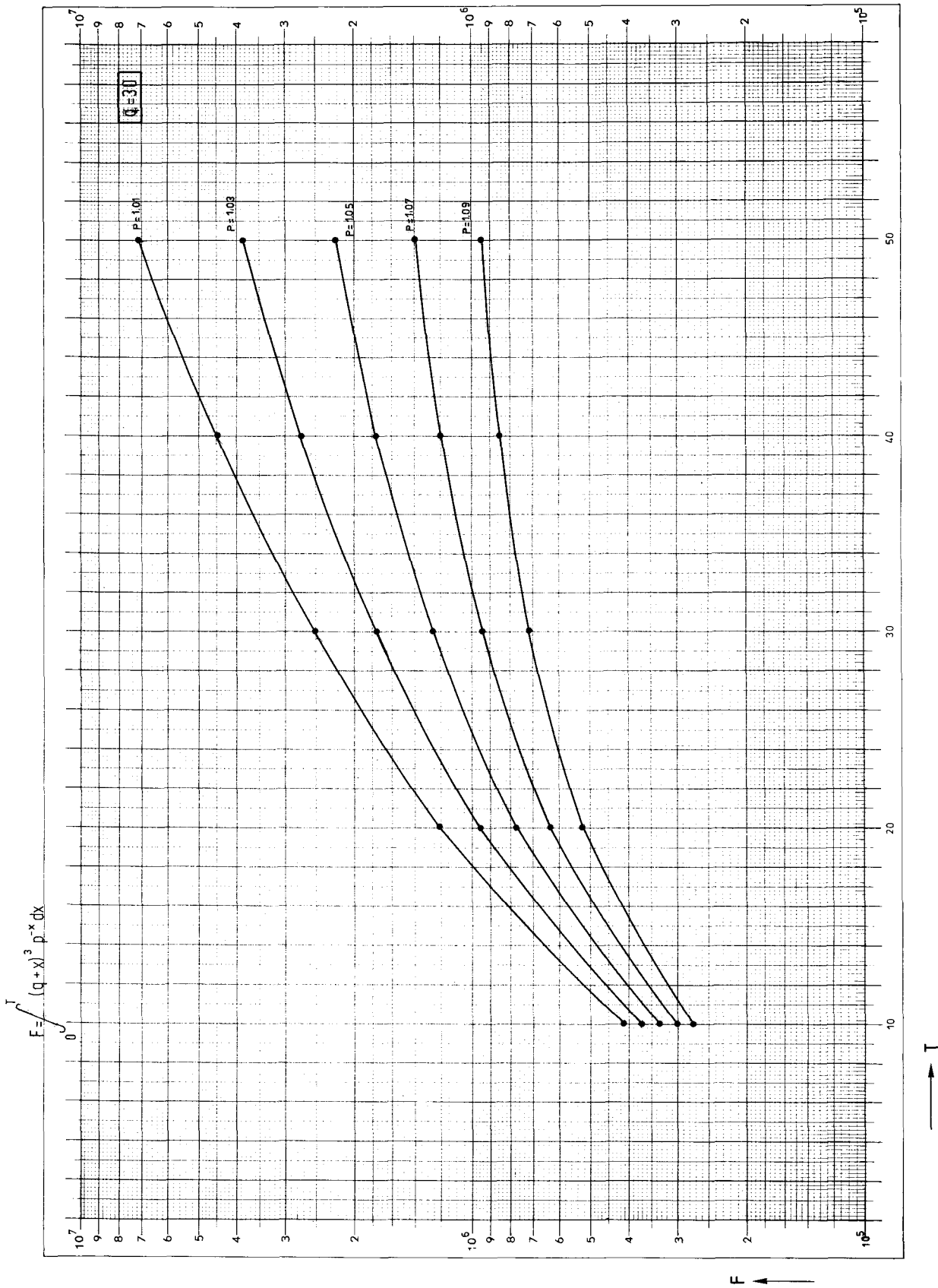


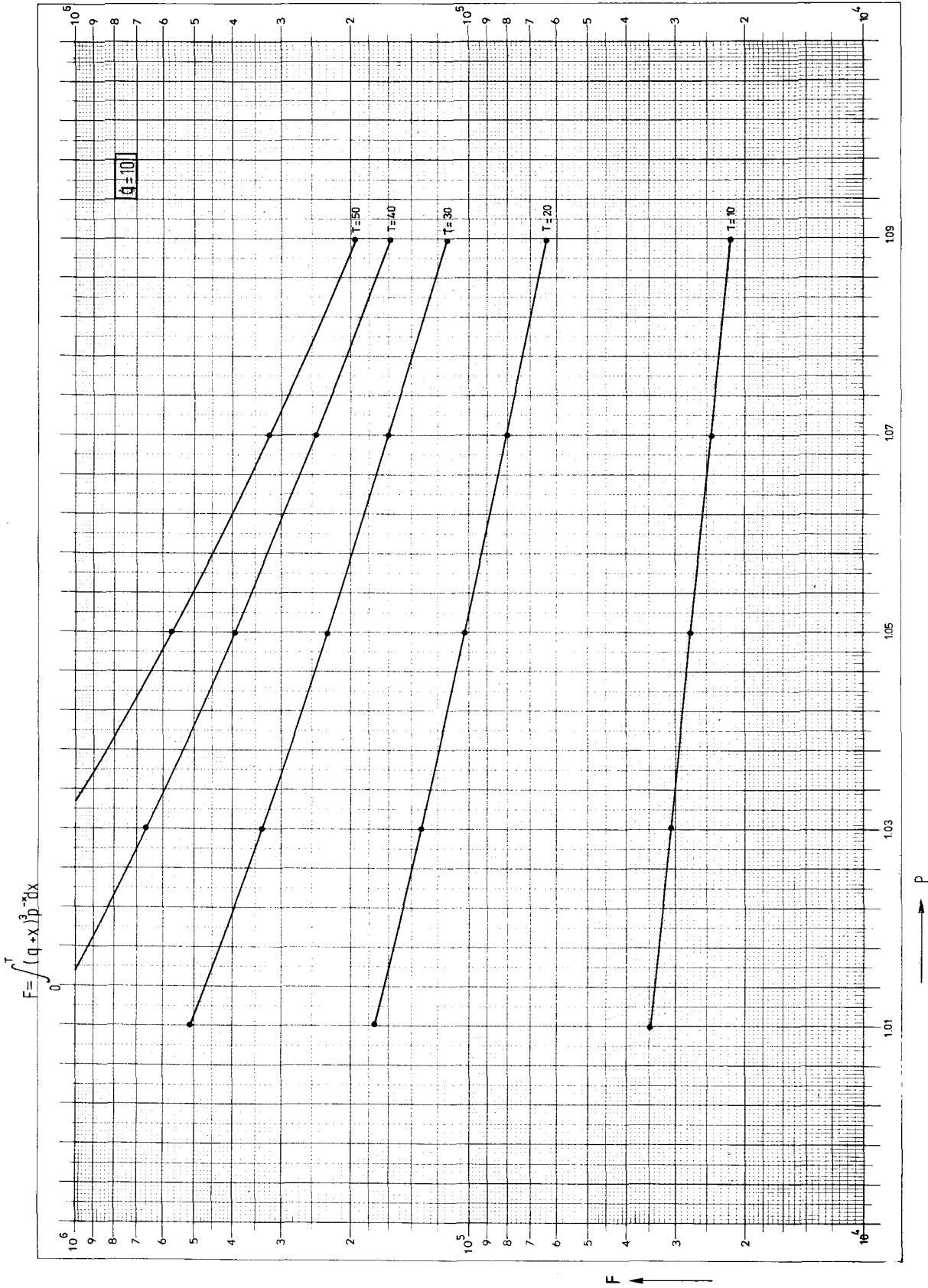


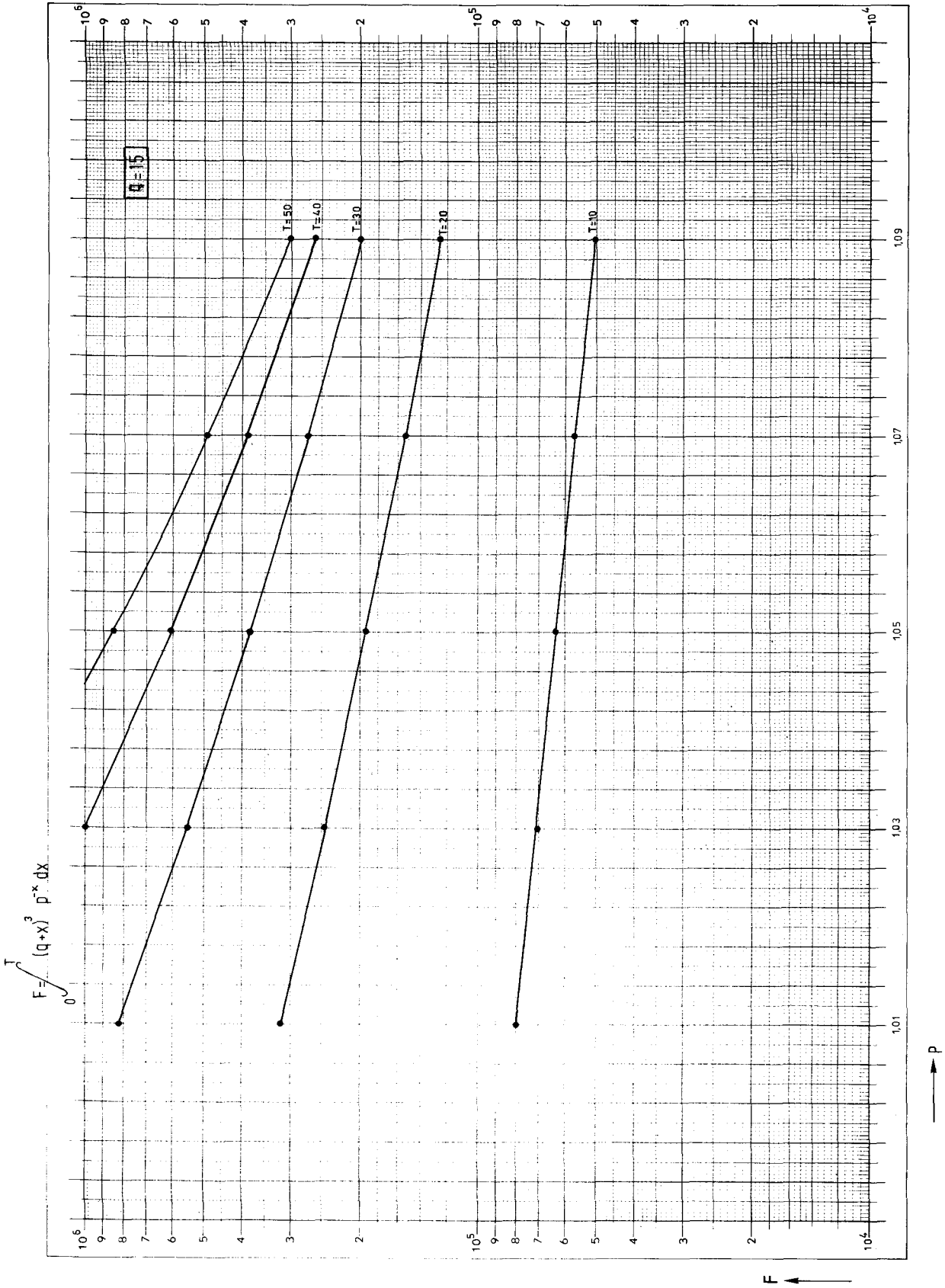


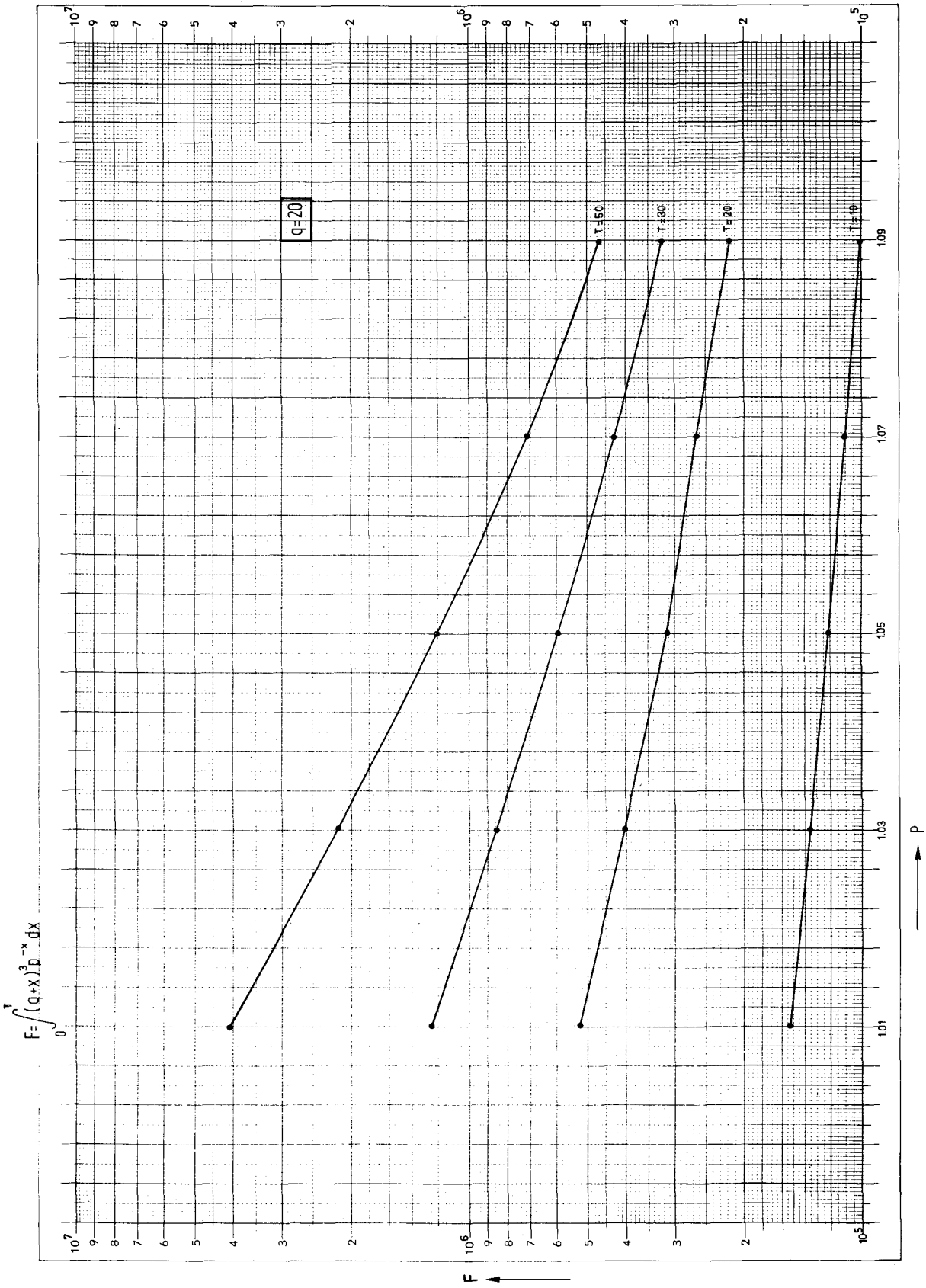
F ↑

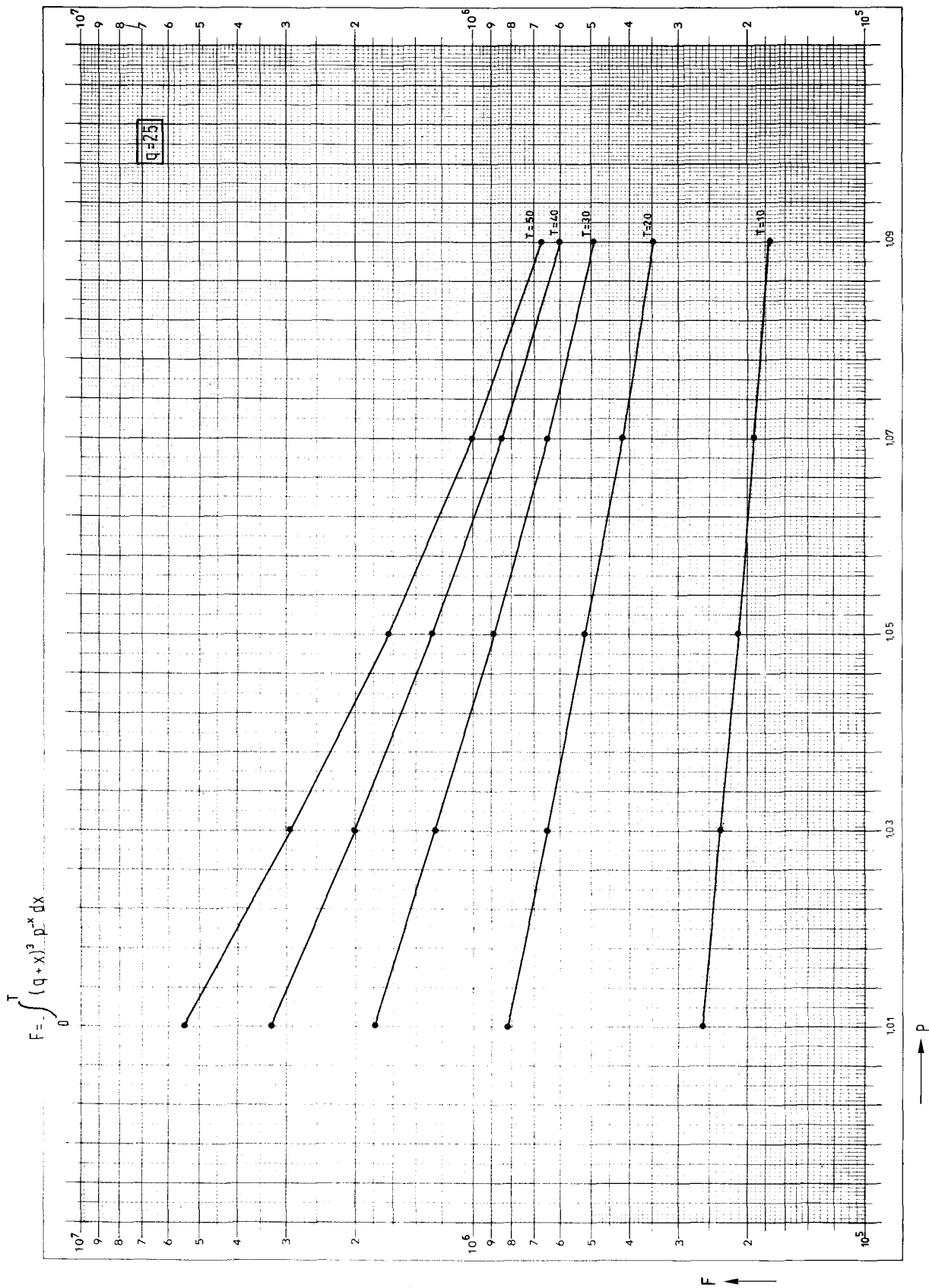
→ T

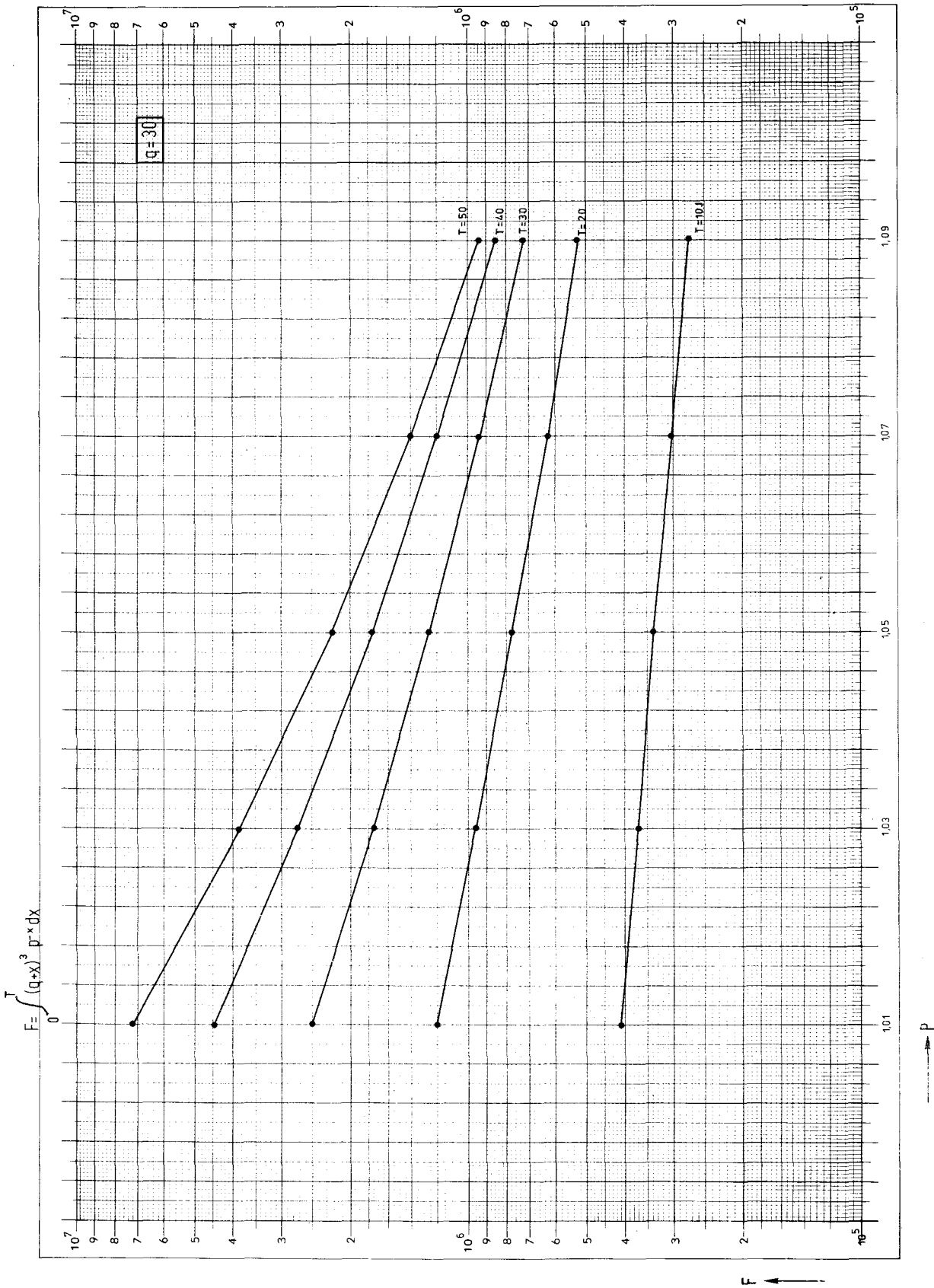


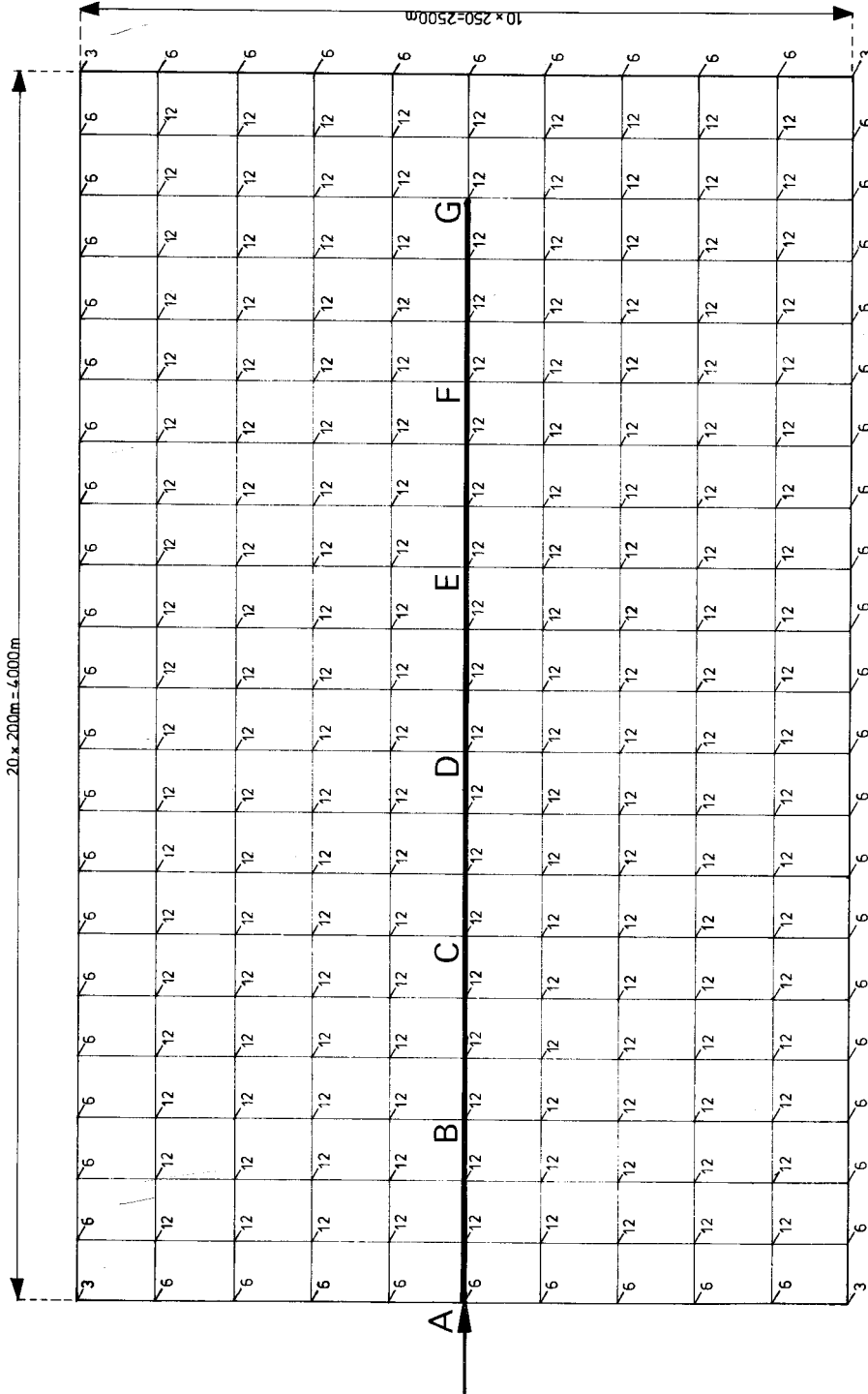












STAD VAN 100000 INWONERS

PER BLOK 500 INWONERS

VERBRUIK PER INW. OP MAX UUR $200 \times 1,5 \times 0,08 = 24 \text{ l/h}$

VERBRUIK PER BLOK OP MAX UUR $500 \times 24 = 12 \text{ m}^3/\text{h}$

VERBRUIKEN GECONCENTREERD IN DE KNOOPPUNTEN

TOTAAL MAX UURVERBRUIK NA 30 JAAR $2400 \text{ m}^3/\text{h}$

DE AANVOERLEIDINGEN KOMEN BIJ PUNT A DE STAD BINNEN