stromingsweerstanden in leidingen

samengesteld door prof. ir. L. Huisman

mededeling nr. 14 van het

KEURINGSINSTITUUT VOOR WATERLEIDINGARTIKELEN KIWA N.V.

tweede druk – februari 1969

inhoud

Hoofdstuk 3 – Wrijvingsweerstanden in kanalen

Hoofdstuk 4 – Vertragingsverliezen in leidingen

Hoofdstuk 5 – Tabellen en tekeningen

voorwoord

Het verschijnen van de eerste druk van dit werkje voorzag in de behoefte aan een goed geordend overzicht van gegevens over stromingsweerstanden in buisleidingen. Met behulp van de gegeven formules en grafieken konden de wrijvingsweerstanden en vertragingsverliezen in leidingen op eenvoudige wijze worden bepaald. Hoewel dit boekje in het bijzonder gericht was op geïnteresseerden in de waterleidingtechniek, bleek er ook buiten deze sector veel belangstelling voor te bestaan. Het gevolg daarvan was dat de eerste oplage reeds enkele jaren geleden was uitverkocht. Enerzijds was dit voor velen een teleurstelling, anderzijds bood dit een goede gelegenheid de inhoud overeenkomstig de huidige stand van de techniek bij te werken en tegemoet te komen aan de wens, de stof op enkele punten iets uit te breiden.

Het is verheugend dat het KIWA de samensteller, Professor ir. L. Huisman, bereid heeft gevonden het vele werk, dat nu eenmaal verbonden is aan de vernieuwing en aanvulling van een dergelijke materie, op zich te nemen. Verheugend is het ook te constateren dat deze tweede druk niet alleen aan inhoud, maar ook aan presentatie heeft gewonnen, waardoor het de lezer nog gemakkelijker wordt gemaakt de stof te verwerken. Zo zijn enkele meer algemene begrippen thans in een inleidend hoofdstuk ondergebracht. De theorie is ruimschoots afgewisseld met praktijkvoorbeelden, waardoor de toepassing van de behandelde formules wordt vergemakkelijkt. Daarenboven werden enkele handige tabellen, onder andere ter bepaling van de kinematische viscositeit, toegevoegd.

De belangrijkste aanvulling van de stof omvat de wrijvingsweerstand in kanalen, waarbij we kennis maken met de hydraulische diameter om kanalen met van de cirkelvorm afwijkende doorsnede te beschrijven. Hierbij komen ook open kanalen en gedeeltelijk gevulde leidingen aan de orde. Verder zijn er aan het hoofdstuk over wrijvingsweerstanden in buisleidingen gegevens toegevoegd voor de werkwijze bij afwijkende temperatuur, tussenliggende wandruwheidswaarden en geheel verschillende viscositeit, terwijl ook aan de tijdinvloed op de wandruwheid en de benadering van de wrijvingsweerstand door een exponentiële formule aandacht wordt geschonken.

Het KIWA meent dit boekje warm te kunnen aanbevelen aan hen die te maken hebben met de berekening van drukverliezen in buisleidingen en kanalen en aan degenen die zich wat meer vertrouwd willen maken met de hydraulica die betrekking heeft op dit onderwerp.

IR. G. WIJNSTRA

hoofdstuk 1

inleiding

1.1 DEFINITIES

Stroomt door een geheel gevulde leiding een vloeistof zoals water, dan heerst hierin een druk welke kan worden gemeten door op de leiding een stijgbuis aan te sluiten (fig. 1.1). Een dergelijke buis heet een piezometer en in navolging hiervan wordt het niveau A-A tot waar de vloeistofspiegel stijgt het piezometrisch niveau en de hoogte h boven een zeker vergelijkingsvlak (straatniveau, N.A.P., enz.) de piezometrische stijghoogte genoemd. Het piezometrisch niveau stelt voor het arbeidsvermogen van plaats van de stromende vloeistof en kan nog worden onderscheiden in twee delen, de drukhoogte en de plaatshoogte. De vloeistofdruk p in een punt x van de buis komt overeen met het gewicht van een vloeistofkolom ter hoogte h_d, zodanig dat geldt $p = \rho g \, . \, h_d$, waarin ρg het soortelijk gewicht van de betrokken vloeistof. De hoogte $h_d = p/\rho g$ wordt nu de drukhoogte genoemd en de afstand z tussen het punt x en het vergelijkingsvlak de plaatshoogte:

piezometrische stijghoogte = plaatshoogte + drukhoogte

$$h = z + \frac{p}{\rho g}$$

Bij een rechte buis is het piezometrisch niveau onafhankelijk van de plaats van aanboring (fig. 1.1), mits deze aanboring loodrecht op de stroomdraden staat. Over het gehele oppervlak van de dwarsdoorsnede is het piezometrisch niveau derhalve constant. Door verandering van de plaatshoogte zal de druk echter wel van punt tot punt der doorsnede wisselen. In fig. 1.2 wijst manometer A dan ook een lagere druk aan (h_A) dan manometer B.
Volgens de vergelijking voor het piezometrisch niveau is de drukhoogte negatief, wanneer de plaatshoogte groter is dan de piezometrische stijghoogte. In de leiding heerst dan een onderdruk, waarvan de maximale waarde in fig. 1.3 door h_o wordt aangegeven. Waar water bij verminderde druk reeds bij lagere temperatuur kookt, kan deze onderdruk nimmer groter zijn dan de atmosferische druk ter plaatse en zal door het ontwijken van opgeloste gassen geen grotere waarde dan 6-8 m waterkolom op zeeniveau mogen worden toegelaten.
Wordt de piezometer van fig. 1.1 zodanig geconstrueerd, dat haar opening tegen de stroom

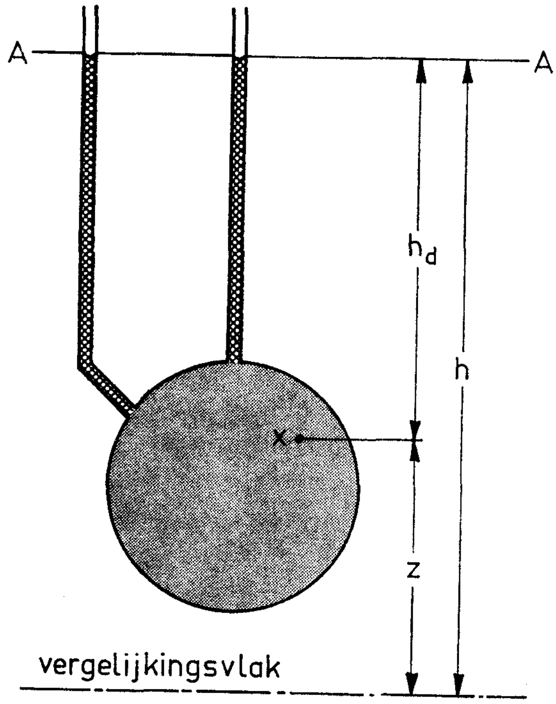


fig. 1.1 Piezometrisch niveau

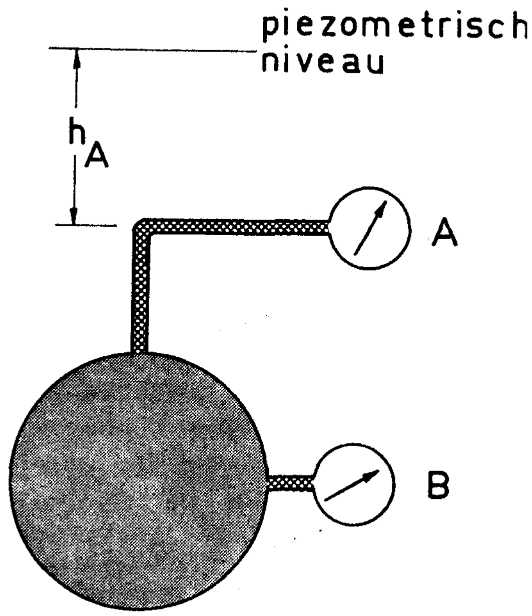


fig. 1.2 Drukmeting met manometers

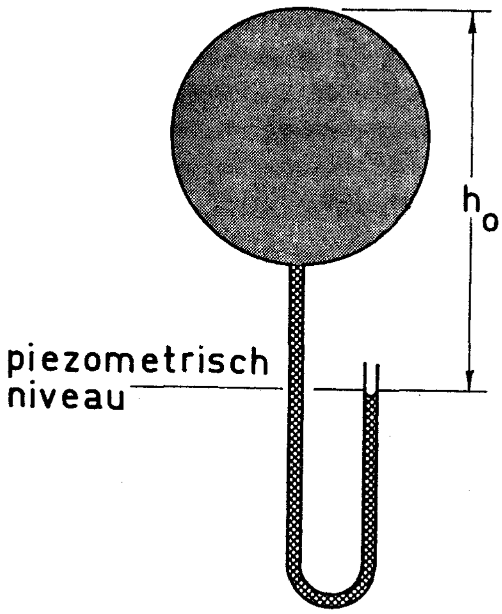


fig. 1.3 Onderdruk in leiding

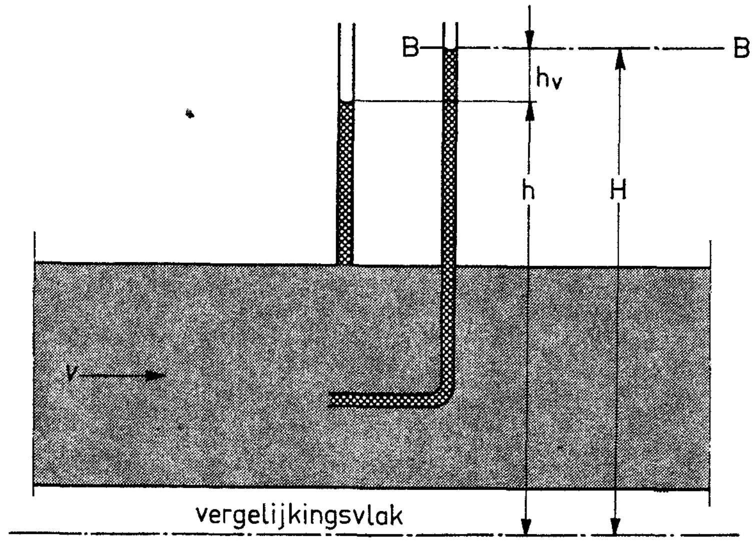


fig. 1.4 Snelheidshoogte en energiehoogte

in wijst (fig. 1.4), dan wordt naast de som van drukhoogte en plaatshoogte ook de z.g. snelheidshoogte gemeten. Een vloeistofdeeltje met een massa m en een snelheid v heeft immers een arbeidsvermogen van beweging gelijk $\frac{1}{2} m \,.\, v^2$, overeenkomende met $\frac{1}{2} \rho \,.\, v^2$ per eenheid van volume wanneer ρ de soortelijke dichtheid van de vloeistof voorstelt. Dit laatste arbeidsvermogen heeft de dimensie van een druk, de z.g. stuwdruk en komt overeen met een stijghoogte h_v gegeven door de betrekking $\rho g \,.\, h_v = \frac{1}{2} \rho \,.\, v^2$ of $h_v = v^2/2g$, waarin g gelijk aan de versnelling van de zwaartekracht (voor Nederland 9,81 m/sec²). De som van piezometrische stijghoogte en snelheidshoogte, d.w.z. de som van arbeidsvermogen van plaats en van beweging wordt nu de energiehoogte genoemd en doorgaans met de letter H aangeduid:

energiehoogte = plaatshoogte + drukhoogte + snelheidshoogte

$$H = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}$$

of

energiehoogte = piezometrische stijghoogte + snelheidshoogte

$$H = h + \frac{v^2}{2g}$$

In tegenstelling tot de piezometrische stijghoogte is de energiehoogte niet over de gehele doorsnede van de buis constant. In het midden van de buis is de snelheid immers groter dan langs de wand. Het energieniveau B-B in fig. 1.4 zal daarom voor een stroomdraad in het midden hoger liggen dan voor een stroomdraad nabij de wand en van een enkel energieniveau, geldend voor de gehele stroming kan dan ook niet worden gesproken. In de praktijk behelpt men zich door de snelheidshoogte op de gemiddelde snelheid $\bar{v}$ te betrekken en een correctiecoëfficiënt α in te voeren

$$H = h + \alpha \,.\, \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

Voor een gelijkmatig verdeelde snelheid is de coëfficiënt α gelijk aan 1,00, terwijl door de kwa-

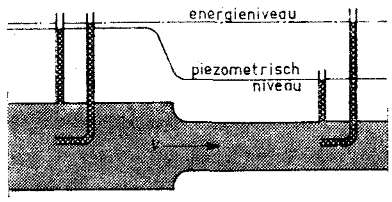


fig. 1.5 Daling piezometrisch niveau door buisvernauwing

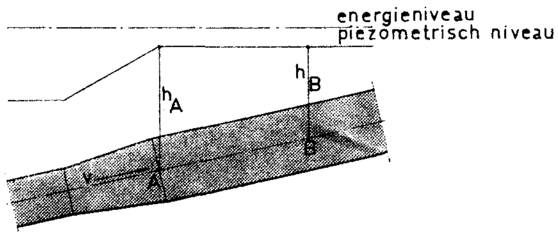


fig. 1.6 Stijging piezometrisch niveau door buisverwijding

dratische term in de snelheidshoogte haar waarde hoger ligt naarmate de snelheidsverdeling onregelmatiger is. Een normale waarde is 1,08, van geval tot geval echter variërend tussen ongeveer 1,05 en 1,15.

Wanneer geen energieverliezen optreden en geen energie van buitenaf aan de stromende vloeistof wordt toegevoerd (pomp), dan is langs een stroomlijn de energiehoogte constant (wet van Bernouilli). De piezometrische stijghoogte behoeft echter niet constant te zijn. Bij de buisvernauwing van fig. 1.5 wordt arbeidsvermogen van plaats in arbeidsvermogen van beweging omgezet en daalt het piezometrische niveau. Bij de buisverwijding van fig. 1.6 vindt het omgekeerde plaats en treedt een stijging van het piezometrisch niveau op. Alleen wanneer de buis dezelfde diameter behoudt (rechts van punt A in fig. 1.6), blijft ook het piezometrisch niveau constant. Ligt de leiding onder een helling naar boven toe, dan wordt de plaatshoogte groter en neemt de drukhoogte met eenzelfde bedrag af. In punt A van fig. 1.6 komt de druk overeen met het gewicht van een waterkolom ter hoogte h_A, in punt B ter hoogte h_B.

1.2 DALING VAN HET ENERGIENIVEAU

In tegenstelling tot de aanname van de vorige paragraaf, zullen bij de stroming van een vloeistof door een leiding steeds energieverliezen optreden en zal het energieniveau in stroomafwaartse richting voortdurend afnemen. Ten aanzien van deze verliezen aan energiehoogte kan nog een onderscheid worden gemaakt tussen:

a wrijvingsverliezen;

b verliezen in bochten, afsluiters, venturimeters, bij in- en uittrede, enz.

Door de wrijvingsverliezen zal het energieniveau niet horizontaal verlopen, doch onder een kleine helling continu dalen. Verliezen in bochten, afsluiters en dergelijke treden daarentegen plaatselijk op. Deze locale energieverliezen zijn het gevolg van de omstandigheid, dat bij vermindering van de stroomsnelheid de omzetting van arbeidsvermogen van beweging in arbeids-

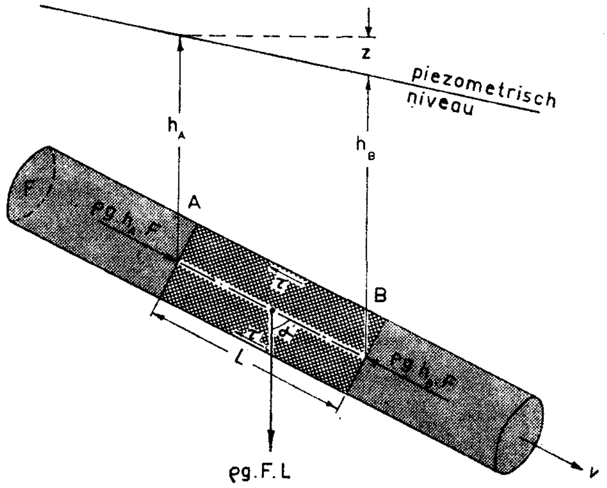


fig. 1.7 Wrijvingsweerstand in een buisleiding

vermogen van plaats niet volledig geschiedt. Deze verliezen treden dus op bij vertraging van de stroom, reden waarom zij onder de naam vertragingsverliezen worden samengevat. Voor lange transportleidingen zijn de wrijvingsverliezen overheersend en vergeleken hiermede de vertragingsverliezen nagenoeg verwaarloosbaar. Voor leidingen in filter- en pompgebouwen, op de terreinen van de pompstations en dergelijke, kunnen de vertragingsverliezen echter hoge waarden aannemen en belangrijk groter zijn dan de betreffende wrijvingsverliezen.
Wrijvingsverliezen ontstaan doordat bij de stroming van vloeistof langs een buiswand weerstand moet worden overwonnen. Wordt deze wrijvingsweerstand per eenheid van oppervlak τ genoemd, dan volgt uit het evenwicht van krachten, werkend langs de buisas, op de vloeistofkolom tussen de doorsneden A en B van fig. 1.7:

$$\rho g \,.\, h_A \,.\, F + \rho g \,.\, F \,.\, L \,.\, \cos\alpha = \tau \,.\, \Omega \,.\, L + \rho g \,.\, h_B \,.\, F$$

waarin F het oppervlak en Ω de natte omtrek van de leiding voorstelt. Voor een cirkelronde buis geldt $F = \frac{1}{4}\pi \,.\, D^2$ en $\Omega = \pi \,.\, D$, hetgeen na substitutie en vereenvoudiging geeft

$$h_A + L \,.\, \cos\alpha - h_B = \frac{\tau}{\rho g} \,.\, \frac{4L}{D}$$

Voor een leiding van gelijkblijvende doorsnede is de snelheidshoogte constant en de daling van het energieniveau gelijk aan de daling van het piezometrisch niveau. Volgens fig. 1.7 is de laatste daling gelijk

$$z = h_A + L \,.\, \cos\alpha - h_B$$

hetgeen tezamen met de voorgaande vergelijking geeft

$$z = \frac{\tau}{\rho g} \,.\, \frac{4L}{D}$$

Wordt nu aangenomen, dat de wrijvingsweerstand τ evenredig is met het kwadraat van de gemiddelde stroomsnelheid v

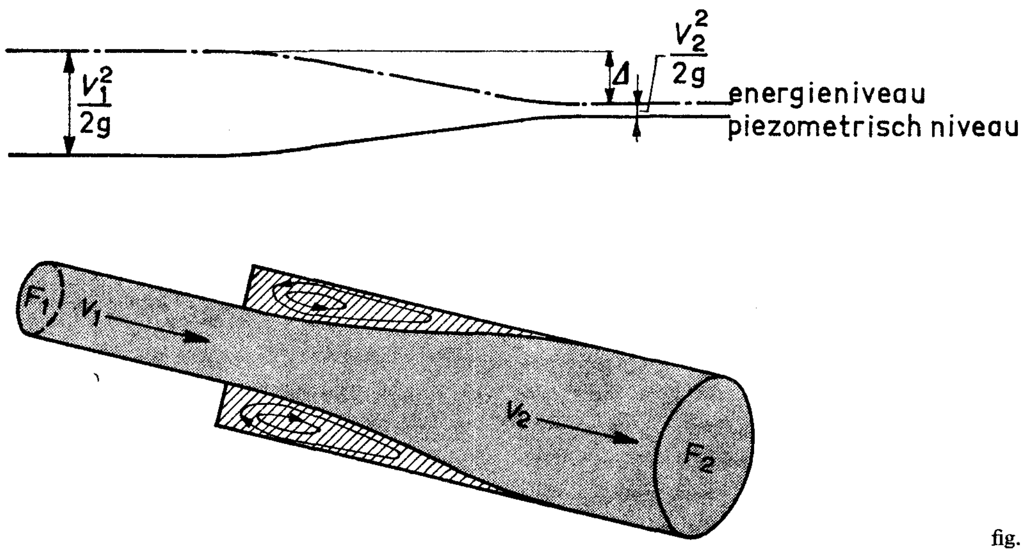


fig. 1.8
Vertragingsverlies bij buisverwijding

$\tau \sim \rho \, . \, v^2$

dan volgt voor het wrijvingsverlies uiteindelijk als formule:

$$z = \lambda \, . \, \frac{L}{D} \, . \, \frac{v^2}{2g} \qquad \text{(Darcy–Weisbach, 1845)}$$

waarin λ een evenredigheidsconstante voorstelt.
Vergeleken met de vroegere kennis omtrent de wrijvingsweerstand in buisleidingen, betekende de formule van Darcy-Weisbach een enorme vooruitgang. Het was echter nog lang niet het laatste woord op dit gebied. Voortgezette onderzoekingen toonden namelijk aan, dat de wrijvingscoëfficiënt λ niet constant is, maar nog afhangt van de buisdiameter en de ruwheid van de buiswand, alsmede van de snelheid en de viskositeit van de stromende vloeistof. Het verband tussen λ en deze grootheden zal in hoofdstuk 2 en 3 nader worden aangegeven.
Vertragingsverliezen ontstaan wanneer bij een verandering van de richting of van de doorsnede der leiding, de stroming de buiswand niet kan blijven volgen. Zeer duidelijk treedt dit op bij de plotselinge buisverwijding van fig. 1.8. De stroom laat hier los van de wand en tussen hoofdstroom en wand ontstaat een stelsel van neren. Deze neren worden aangedreven door de hoofdstroom, onttrekken hieraan energie, waardoor het energieniveau van de hoofdstroom zelf over een afstand Δ daalt. Dit energieverlies is langs mathematische weg gemakkelijk te berekenen. Het bedraagt volgens Carnot:

$$\Delta = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

Met de continuïteitsvergelijking

$$Q = v_1 \, . \, F_1 = v_2 \, . \, F_2$$

kan hiervoor ook worden geschreven

$$\Delta = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1\right)^2 . \, \frac{v_2^2}{2g}$$

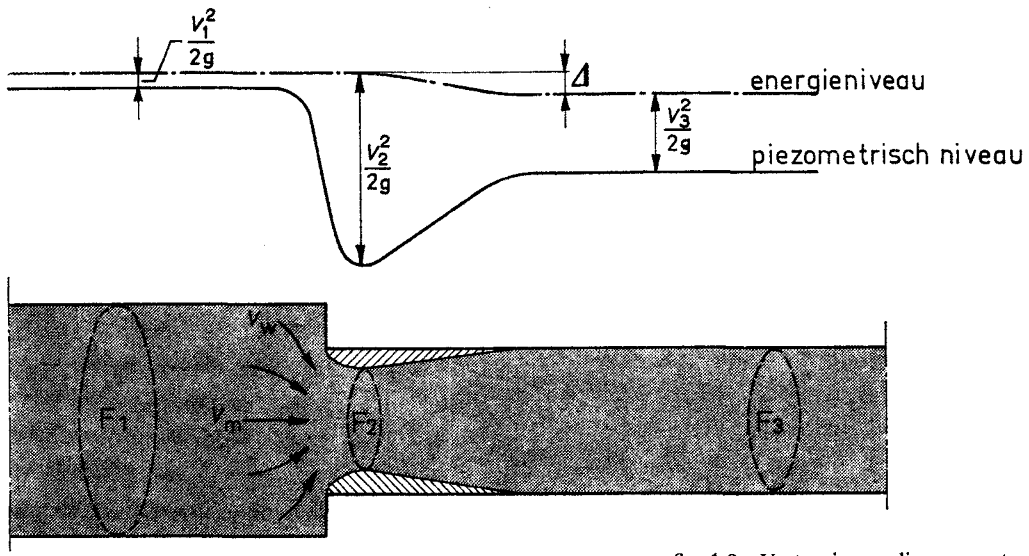


fig. 1.9 Vertragingsverlies na contractie

Wordt nu gesteld $F_1 = \mu \,.\, F_2$, waarin μ kleiner dan 1, dan geldt

$$\Delta = \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 . \frac{v_2^2}{2g} = \xi \,.\, \frac{v_2^2}{2g}$$

waarin de z.g. verliescoëfficiënt ξ een constante is. Volgens deze formule hangt het vertragingsverlies van de mate van buisverwijding af en is overigens evenredig met het kwadraat van de snelheid. Voor een 2 maal zo grote afvoer wordt het vertragingsverlies 4 maal zo groot (kwadratische weerstandswet).

Met behulp van de bovenafgeleide formule kunnen alle vertragingsverliezen worden berekend, zodra de grootte van de contractie-coëfficiënt μ bekend is. Bij de buisverwijding van fig. 1.8 staat de waarde van μ van te voren vast:

$$\mu = \frac{F_1}{F_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$$

Bij de buisvernauwing van fig. 1.9 treedt echter ook een vertragingsverlies op. Het water stroomt namelijk niet alleen evenwijdig aan de as het vernauwde buisgedeelte binnen, doch de uiterste stroomdraden treden loodrecht hierop in. Zij duwen de overige stroomdraden naar het midden en er ontstaat een stroomvernauwing, een contractie tot een profiel $F_2 = \mu \,.\, F_3$. Na deze contractie vindt vertraging plaats van de snelheid $v_2 = v_3/\mu$ op de snelheid v_3 en treedt een energieverlies op ter grootte van

$$\Delta = \frac{(v_2 - v_3)^2}{2g} = \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 . \frac{v_3^2}{2g} = \xi \,.\, \frac{v_3^2}{2g}$$

De grootte van de coëfficiënt μ kan voor dit geval niet langs mathematische weg worden afgeleid. Zij moet aan de hand van metingen worden bepaald. Voor de scherpe overgang van fig. 1.9 en voor $D_3 = 0{,}6 \,.\, D_1$ of $F_3 = 0{,}36 \,.\, F_1$ geldt voor niet te kleine snelheden bij voorbeeld:

$$\mu = 0{,}64\,,\ \xi = 0{,}31 \text{ en } \Delta = 0{,}31 \,.\, \frac{v_3^2}{2g}$$

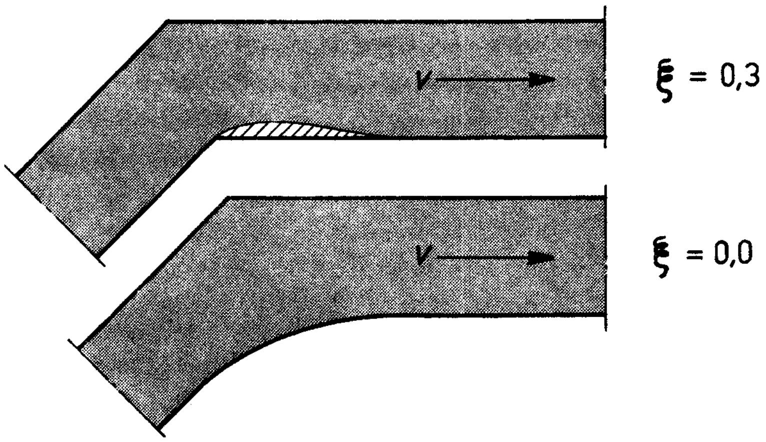


fig. 1.10 Vertragingsverlies bij knikken

Op soortgelijke wijze als bij buisvernauwing, ontstaat ook bij een knik in de buis een vertragingsverlies. De binnenste stroomdraad kan de plotselinge richtingsverandering nu niet volgen en laat los van de wand (fig. 1.10, bovenste helft). Er treedt contractie op tot een profiel $\mu \,.\, F$ en hierna vertraging van een snelheid v/μ op v. Voor een knik van 45° en een ruwe buiswand heeft de verliescoëfficiënt ξ de waarde van rond 0,3. Dit verlies kan worden ondervangen door de buiswand aan de binnenzijde van een goede afronding te voorzien (fig. 1.10, onderste helft). De stroom blijft nu de buiswand volgen, er treedt geen contractie op, dit wil zeggen $\mu = 1$ en $\xi = 0$.

Bij de buisvernauwing van fig. 1.9 is de grootte van de contractie intussen nog afhankelijk van de verhouding tussen de snelheid v_w langs de wand en de snelheid v_m in het midden van de buis. Hoe groter deze verhouding, dit wil zeggen hoe gelijkmatiger de snelheidsverdeling is, hoe meer de stroomdraden naar binnen worden geduwd en hoe sterker de contractie van de hoofdstroom zal zijn. De contractiecoëfficiënt μ wordt daarbij kleiner en de verliescoëfficiënt ξ groter. De grootte van de verliescoëfficiënt is dus niet alleen afhankelijk van de geometrische vorm van de buis, doch ook van de vorm van de snelheidsverdeling. Bij de bepaling van de coëfficiënten ξ voor de grootte van de vertragingsverliezen in hoofdstuk 4 zal hiermede zo goed mogelijk rekening worden gehouden.

Nadrukkelijk zij er nog op gewezen, dat de bovengenoemde wrijvings- en vertragingsverliezen betrekking hebben op de ligging van het energieniveau. Bij gelijkblijvende buisdoorsnede (fig. 1.10) verandert de snelheidshoogte uiteindelijk niet en is de daling van het energieniveau gelijk aan die van het piezometrisch niveau. Bij de buisverwijding van fig. 1.8 gaat de daling van het energieniveau echter met een stijging van het piezometrisch niveau gepaard, terwijl bij de buisvernauwing van fig. 1.9 de vermindering van de piezometrische stijghoogte veel groter is dan die van de energiehoogte.

De door wrijving en vertraging veroorzaakte energieverliezen worden uiteindelijk in warmte omgezet, waardoor de temperatuur van het water zal stijgen. Deze temperatuurstijging is echter uitermate gering en bedraagt voor een leiding met een totaal verval van 100 m nog slechts 0,23°C (1 kgcal = 427 kgm).

hoofdstuk 2

wrijvingsweerstanden in buisleidingen

2.1 STROMINGSTOESTANDEN

Wanneer water door een buis van doorzichtig materiaal stroomt, kunnen de stroomdraden door het toevoegen van kleurstof zichtbaar worden gemaakt. Deze stroomdraden blijken dan recht en evenwijdig te zijn zolang het water zich met geringe snelheid voortbeweegt. Nabij de wand stroomt het water weliswaar langzamer dan in het midden van de buis en er kunnen dan ook vloeistoflagen met verschillende snelheden worden onderscheiden, doch deze vloeistoflagen glijden over elkaar heen, schijnbaar zonder elkaar te beïnvloeden. Dit is de reden dat in dit geval van een gelaagde, een z.g. laminaire stroming wordt gesproken (fig. 2.1).
Wordt de afvoer door de buis geleidelijk opgevoerd, waarbij ook de snelheden van de verschillende stroomdraden langzaam toenemen, dan zal op een bepaald ogenblik dit stroombeeld plotseling veranderen. De oorspronkelijk rechte en evenwijdige stroomdraden worden warrelig en schieten kris-kras door elkaar heen. Een waterdeeltje nabij de wand bevindt zich een ogenblik later in het midden van de buis en moet dus worden versneld, een waterdeeltje uit het midden een volgend ogenblik bij de buiswand en moet dus worden vertraagd. Door deze vertragingen treedt menging op en kunnen geen afzonderlijke stroomdraden meer worden onderscheiden. Er wordt nu gesproken van een warrelige, een z.g. turbulente stroming (fig. 2.2).
De overgang van laminaire naar turbulente stroming hangt intussen niet alleen van de stroomsnelheid af. Bij nauwe buizen, waar de wanden een betere geleiding geven, is voor deze overgang een hogere snelheid nodig dan voor wijde buizen. Wordt een taaiere, een meer viskeuze vloeistof gebruikt, dan is zelfs een nog hogere snelheid vereist om turbulente stroming te verkrijgen. Uit theoretische beschouwingen en practische metingen is nu gebleken, dat de overgang van laminaire naar turbulente stroming wordt bepaald door de betrekking:

$$\frac{v \,.\, D}{\upsilon} = 2300$$

waarin v de gemiddelde snelheid, D de buisdiameter en υ (nu) de kinematische viscositeit van de betrokken vloeistof voorstelt. Naar de Amerikaanse onderzoeker Reynolds wordt het linkerlid van bovenstaande vergelijking het getal van Reynolds genoemd:

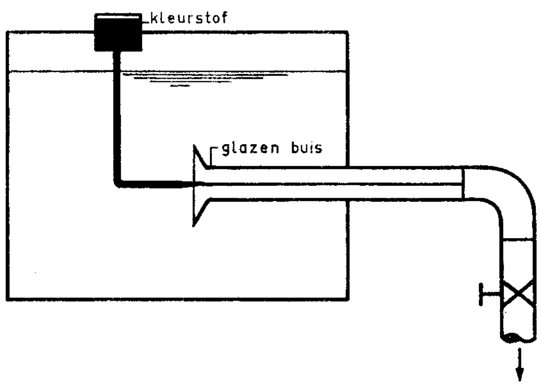


fig. 2.1 Laminaire stroming

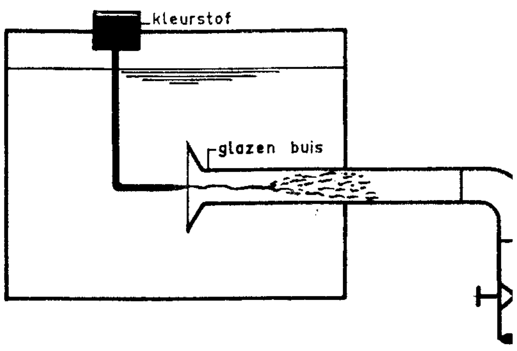


fig. 2.2 Turbulente stroming

$$Re = \frac{v \cdot D}{\upsilon}$$

welke parameter dimensieloos is en voor een bepaald stromingsgeval dan ook steeds dezelfde waarde zal hebben, mits slechts een consistent eenhedenstelsel wordt gebruikt.
Uit voortgezette onderzoekingen is intussen gebleken, dat de overgang van laminaire naar turbulente stroming niet bij een scherp bepaald getal van Reynolds plaats vindt, doch meer van een overgangsgebied moet worden gesproken. Bij de bovengegeven definitie van het getal van Reynolds geldt namelijk dat voor Re < 2300 geen turbulente stroming mogelijk is en kunstmatig opgewekte warrelingen door de viscositeit van de vloeistof worden uitgedempt. Voor $Re > 2300$ kan echter nog wel degelijk een laminaire stroming optreden. Het stroombeeld is dan wel labiel en zal bij evenwichtsverstoring in een turbulente stroming omslaan. In de praktijk is bij waarden van het getal van Reynolds tussen 5000 en 10.000 deze omslag voltooid, doch in het laboratorium is het mogelijk een laminaire stroming te behouden tot waarden van het getal van Reynolds van 50.000 en zelfs 100.000.

De grootte van de kinematische viscositeitscoëfficiënt hangt af van de gebruikte vloeistof en van de temperatuur. Voor schoon water geldt bij voorbeeld (vergelijk tabel 5.1):

$t =$	0	5	10	15	20	25	30	°C
$\upsilon =$	1,79	1,52	1,31	1,15	1,01	0,89	0,80	x 10^{-6} m^2/sec

Voor afvalwater ligt de kinematische viscositeit 10 tot 25% boven die van schoon water. Voor olie kan deze kinematische viscositeit één tot enkele orden van grootte hoger zijn.
Voor een buis met een inwendige diameter van 0,02 m en schoon water van 10°C is de stroming laminair voor $v < 0{,}14$ m/sec of $Q < 0{,}16$ m^3/uur, terwijl voor een dieselolie met een kinematische viscositeitscoëfficiënt van 1,50. 10^{-4} m^2/sec de stroming in een 0,30 m wijde leiding nog laminair is voor $v = 1{,}20$ m/sec of $Q = 300$ m^3/uur. De stroming van water door leidingen zal dus altijd wel turbulent zijn, die van olie door kleinere leidingen daarentegen laminair.

Werd in het voorgaande slechts onderscheid gemaakt tussen laminaire en turbulente stromingen, waarbij voor de waterleidingpraktijk de laatste slechts van betekenis zouden zijn, de

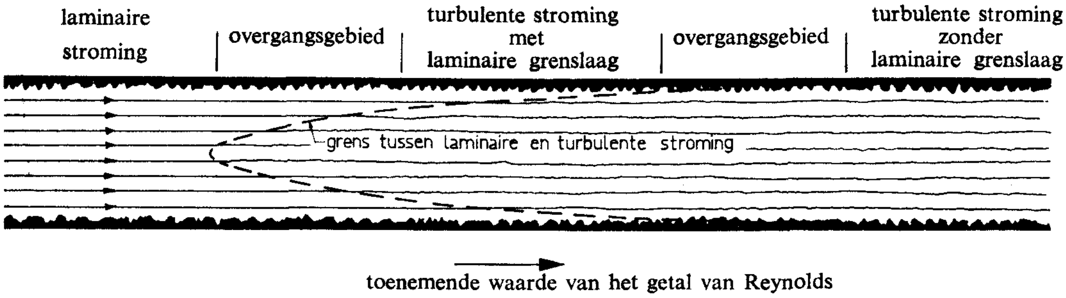


fig. 2.3 Stromingstoestanden

moderne onderzoekingen hebben geleerd, dat ook ten aanzien van de turbulente stromingen een nadere onderverdeling noodzakelijk is. Het is namelijk niet zo, dat bij de overgang van laminaire op turbulente beweging, de stroming over de gehele buisdoorsnede turbulent wordt. Vlak bij de wand is de leidende invloed van deze wand op de stroming zo groot, dat bij toenemende waarde van het getal van Reynolds de stroming hier nog geruime tijd laminair blijft (fig. 2.3). Weliswaar is de dikte van dit laminaire grenslaagje gering, het heeft toch een zeer grote invloed op de stroming. Zolang immers de dikte van dit laminaire laagje groter is dan de hoogte der wandoneffenheden, worden deze hierdoor geheel bedekt. De turbulente hoofdstroom wordt nu niet begrensd door een willekeurige ruwe wand, maar door dit laminaire laagje en kan dus geen enkele invloed van deze wandoneffenheden ondervinden. De ruwe wand gedraagt zich als een gladde wand, welke paradox wordt uitgedrukt door te spreken van een hydraulisch gladde wand. Bij grotere snelheid, bij hogere waarden van het getal van Reynolds worden de warrelingen in de hoofdstroom sterker en kan de stabiliserende invloed van de wand zich nog slechts tot op korte afstand doen gevoelen. De dikte van het laminaire grenslaagje neemt af en bij een bepaald getal van Reynolds is dit zo gering geworden, dat een enkele grote wandoneffenheid er doorheen steekt. Achter deze oneffenheden vormen zich dan wervelingen, welke door de daarmede gepaard gaande vertragingsverliezen extra wrijvingsweerstanden veroorzaken. Bij nog hogere snelheden, bij nog grotere waarden van het getal van Reynolds is dit laminaire grenslaagje tenslotte zo dun geworden, dat alle oneffenheden er doorheen steken. De ruwe wand gedraagt zich thans geheel als een ruwe wand en in analogie met het voorgaande wordt nu van een hydraulisch ruwe wand gesproken.

Bij het onderzoek van de stroming, welke in een bepaalde buisleiding bij het opvoeren van de snelheid optreedt, kwamen in het voorgaande de volgende stromingstypen naar voren:

a laminaire stroming;
b overgang naar turbulente stroming;
c turbulente stroming langs hydraulisch gladde wand;
d overgang naar hydraulisch ruwe wand;
e turbulente stroming langs hydraulisch ruwe wand.

Bij laminaire stroming wordt de wrijvingsweerstand alleen veroorzaakt door de taaiheid, door de viscositeit van de vloeistof welke zich tegen beweging verzet. Bij turbulente stroming treedt hiernaast nog een weerstand op, welke het gevolg is van de voortdurende versnelling en vertraging van de vloeistofdeeltjes. Bij opvoeren van de snelheid overheerst in de hoofdstroom deze vertragingsweerstand reeds spoedig ten opzichte van de viskeuze weerstand. Wordt de turbulente hoofdstroom echter door een hydraulisch gladde wand begrensd, dan heeft de taaiheid van de vloeistof in het laminaire grenslaagje nog een grote invloed op de wrijvingsweerstand. Bij hydraulisch ruwe wand daarentegen is het laminaire grenslaagje geheel verdwenen en wordt de wrijvingsweerstand uitsluitend bepaald door vertragingsverliezen, in de hoofdstroom zowel als in de wervelingen achter de wandoneffenheden.
Onafhankelijk van het stromingstype, wordt voor de berekening van de wrijvingsweerstand in buisleidingen gebruik gemaakt van de reeds in paragraaf 1.2 afgeleide formule

$$z = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

waarin z het verval over een lengte L van een stroming met een gemiddelde snelheid v ($= Q/F$) door een buis met diameter D, g de versnelling van de zwaartekracht (in Nederland 9,81 m/sec^2) en λ (lambda) een nader te bepalen coëfficiënt. Gezien de bovenbeschreven grote verschillen in het weerstandsmechanisme van de onderscheiden stromingstypen, zal het intussen wel duidelijk zijn dat de coëfficiënt λ niet alleen telkens andere waarden zal aannemen, maar zelfs dat de wetmatigheid welke de afhankelijkheid van λ bepaalt, van geval tot geval moet verschillen. In de volgende paragrafen zal deze afhankelijkheid nader worden aangegeven.

2.2 LAMINAIRE STROMING

Voor laminaire stroming in cirkelronde buizen is reeds in het midden van de vorige eeuw door

Poiseuille de grondvergelijking afgeleid en door talloze metingen bevestigd. In de thans gebruikelijke notaties luidt zij:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \qquad \text{met } Re = \frac{v \, . \, D}{\upsilon}$$

voorbeeld

Door een 2″ leiding, lang 150 m, stroomt stookolie met een kinematische viscositeit van $5{,}0 . 10^{-4}$ m²/sec. Gevraagd de druk nodig voor het verpompen van 3000 l/uur.
De berekening verloopt als volgt:

$Q = 3000$ l/uur $= 8{,}33 . 10^{-4}$ m³/sec

$F = 1/4 \, . \, \pi \, . \, 0{,}0508^2 = 2{,}03 . 10^{-3}$ m²

$v = Q/F = 0{,}410$ m/sec

$$\frac{v^2}{2g} = \qquad = 0{,}00860 \text{ m}$$

$$\frac{L}{D} = \frac{150}{0{,}0508} \qquad = 2950$$

$$Re = \frac{0{,}410 . 0{,}0508}{5{,}0 . 10^{-4}} = 41{,}6$$

$$\lambda = \frac{64}{41{,}6} \qquad = 1{,}53$$

x

$$z = \lambda \, . \, \frac{L}{D} \, . \, \frac{v^2}{2g} \qquad = 38{,}8 \text{ m}$$

Bij een soortelijk gewicht van 800 kg/m³ bedraagt de vereiste druk 38,8.800 = 31000 kg/m² of 3,1 atmosfeer.

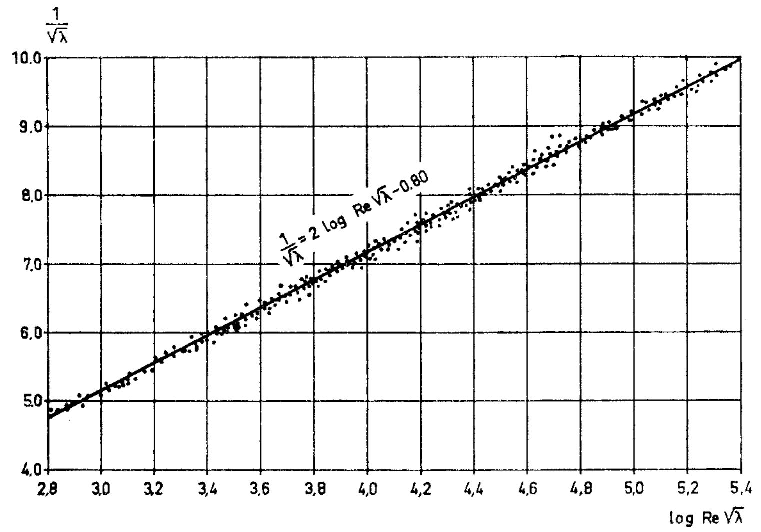


fig. 2.4
Turbulente stroming langs hydraulisch gladde wand

De volledige formule voor de wrijvingsweerstand bij laminaire stroming luidt:

$$z = \frac{64}{Re} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Bij invullen van de waarde van het getal van Reynolds volgt na omwerking:

$$z = \frac{32\ \upsilon}{g} \cdot \frac{L}{D^2} \cdot v$$

dit wil zeggen dat de wrijvingsweerstand recht evenredig met de snelheid toeneemt (lineaire weerstandswet) en dus bij verdubbeling van de afvoer twee maal zo groot wordt.

2.3 TURBULENTE STROMING LANGS HYDRAULISCH GLADDE WAND

Door Prandtl en von Kármán is onafhankelijk van elkaar het probleem van de turbulente wrijvingsweerstand langs mathematische weg tot oplossing gebracht. De gevonden formule:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log Re\sqrt{\lambda} - 0{,}80$$

of

$$\lambda = \frac{0{,}25}{(\log 0{,}4\ Re\sqrt{\lambda})^2}$$

is door de klassieke metingen van Nikuradse geheel bevestigd (fig. 2.4).

voorbeeld

Door een gladde koperen 2″ leiding, lang 150 m, stroomt water met een temperatuur van 0°C. Gevraagd de druk nodig voor het verpompen van 3000 l/uur.

De berekening verloopt als volgt:

$$Q = 3000 \text{ l/uur} = 8{,}33.10^{-4} \text{ m}^3\text{/sec}$$

$$F = 1/4 \,.\, \pi \,.\, 0{,}0508^2 = 2{,}03.10^{-3} \text{ m}^2$$

$$v = Q/F = 0{,}410 \text{ m/sec}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \qquad = 0{,}00860 \text{ m}$$

$$\frac{L}{D} = \frac{150}{0{,}0508} \qquad = 2950$$

$$Re = \frac{0{,}410.0{,}0508}{1{,}79.10^{-6}} = 11600$$

$$\lambda = \frac{0{,}25}{(\log 0{,}4.11600.\sqrt{\lambda})^2} \qquad = 0{,}0297$$

$$z = \lambda \,.\, \frac{L}{D} \,.\, \frac{v^2}{2g} \qquad = 0{,}753 \quad \text{m}$$

De vereiste druk bedraagt 753 kg/m² of 0,075 atmosfeer.

2.4 OVERGANG VAN LAMINAIRE OP TURBULENTE STROMING

De waarde van het getal van Reynolds waarbij en de wijze waarop de overgang van laminaire naar turbulente stroming zich voltrekt, hangt af van de mate waarin storende invloeden aanwezig zijn. Deze maat is onmogelijk in een wet weer te geven en een formule voor λ is dan ook niet op te stellen. Het enige wat nu met zekerheid kan worden gezegd, is dat de waarde van λ voor dit gebied inligt tussen de overeenkomstige waarden bij laminaire en bij turbulente stroming.

voorbeeld

Voor het transport van bunkerolie in een hoeveelheid van 750 m^3/uur over een afstand van 10 km zal gebruik worden gemaakt van een gladde stalen leiding met een inwendige diameter van 500 mm. Welke wrijvingsweerstand moet daarbij worden overwonnen wanneer de betrokken olie een kinematische viscositeit heeft van 190 centistokes (1 Stokes = 1 cm^2/sec = 10^{-4} m^2/sec, 1 centistokes = 10^{-6} m^2/sec)?
De berekening verloopt als volgt:

$$Q = 750 \text{ m}^3/\text{uur} \qquad = 0{,}208 \text{ m}^3/\text{sec}$$

$$F = 1/4 \,.\, \pi \,.\, 0{,}500^2 \qquad = 0{,}196 \text{ m}^2$$

$$v = Q/F \qquad = 1{,}06 \text{ m/sec}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \qquad\qquad = 0{,}0572 \text{ m}$$

$$\frac{L}{D} = \frac{10.000}{0{,}5} \qquad\qquad = 20.000$$

$$Re = \frac{1{,}06.0{,}500}{190.10^{-6}} \qquad = 2790$$

$$\text{laminair } \lambda = \frac{64}{2790} \qquad\qquad = 0{,}0229$$

$$\text{turbulent } \lambda = \frac{0{,}25}{(\log 0{,}4.2790.\sqrt{\lambda})^2} \qquad\qquad = \qquad 0{,}0445$$

x

$$z = \lambda \,.\, \frac{L}{D} \,.\, \frac{v^2}{2g} \qquad\qquad = 26 \qquad 51 \text{ m}$$

De wrijvingsweerstand bedraagt gemiddeld 39 m oliekolom, bij een soortelijk gewicht van

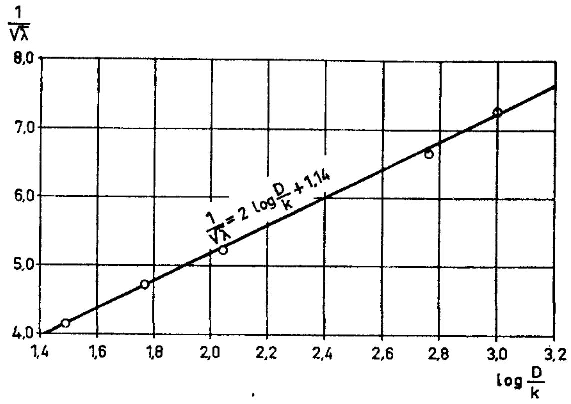


fig. 2.5 Turbulente stroming langs hydraulisch ruwe wand

860 kg/m^3 overeenkomende met 32 m waterkolom. Een pomp met een opvoerhoogte van 40 m waterkolom of 4,0 atmosfeer zal wel voldoende zijn voor het gevraagde transport.

2.5 TURBULENTE STROMING LANGS HYDRAULISCH RUWE WAND

Door het ontbreken van een laminair grenslaagje heeft de viscositeit en daarmede het getal van Reynolds alle invloed verloren. De weerstandscoëfficiënt λ wordt nu alleen bepaald door vertragingsverliezen en heeft voor een bepaalde buis een constante waarde. Deze waarde zal des te lager zijn naarmate de diameter D van de buis groter is ten opzichte van de hoogte k der oneffenheden. Volgens Prandtl en von Kármán en geheel bevestigd door de proeven van Nikuradse (fig. 2.5) geldt:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{D}{k} + 1{,}14$$

of

$$\lambda = \frac{0{,}25}{\left(\log 3{,}7 \frac{D}{k}\right)^2}$$

De ruwheidsmaat k in deze formule is gedefinieerd als de diameter van de tussen nauwe grenzen gezeefde nagenoeg ronde zandkorrels, waarmede Nikuradse de binnenwand van zijn proefbuizen aaneengesloten heeft beplakt (fig. 2.6). Voor technische buizen is het de equivalente zandruwheid, dit wil zeggen de diameter van de zandkorrels die hetzelfde wrijvingsverlies zou veroorzaken. De grootte van deze wandruwheid is gedetailleerd in tekening 5.1 weergegeven. Zij varieert in de waterleidingpraktijk tussen 0,01 mm voor getrokken buizen van messing, koper, lood en plastiek tot 2 à 5 mm voor ruwe betonleidingen en gietijzeren buizen met sterke pokvorming.

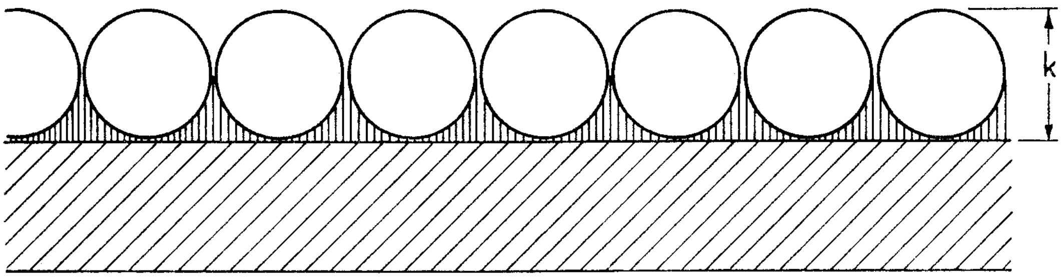


fig. 2.6 Zandruwheid volgens Nikuradse

voorbeeld

Een 2″ gietijzeren leiding is sterk door corrosie aangetast en de wandruwheid kan op 2 mm worden gesteld. Welke druk is nu nodig voor het verpompen van 3000 l/uur over een afstand van 150 m bij een temperatuur van 10°C?
De berekening luidt:

$Q = 3000$ l/uur $= 8{,}33.10^{-4}$ m²/sec

$F = 1/4\,.\,\pi\,.\,0{,}0508^2 = 2{,}03.10^{-3}$ m²

$v = Q/F = 0{,}410$ m/sec

$$\frac{v^2}{2g} = \qquad = 0{,}00860 \text{ m}$$

$$\frac{L}{D} = \frac{150}{0{,}0508} \qquad = 2950$$

$$\frac{D}{k} = \frac{0{,}0508}{0{,}002} = 25{,}4$$

$$\lambda = \frac{0{,}25}{(\log 3{,}7.25{,}4)^2} \qquad = 0{,}0642$$

$$z = \lambda\,.\,\frac{L}{D}\,.\,\frac{v^2}{2g} \qquad = 1{,}63 \text{ m}$$

De vereiste druk bedraagt 1630 kg/m² of 0,16 atmosfeer.
Bij turbulente stroming langs een hydraulisch ruwe wand, hangt de waarde van de weerstandscoëfficiënt λ uitsluitend van buisdiameter en wandruwheid af. Voor een gegeven leiding is λ dus een constante en neemt de wrijvingsweerstand met de tweede macht van de snelheid toe (kwadratische weerstandswet), dit wil zeggen dat de weerstand vier maal zo groot wordt bij verdubbeling van de afvoer.

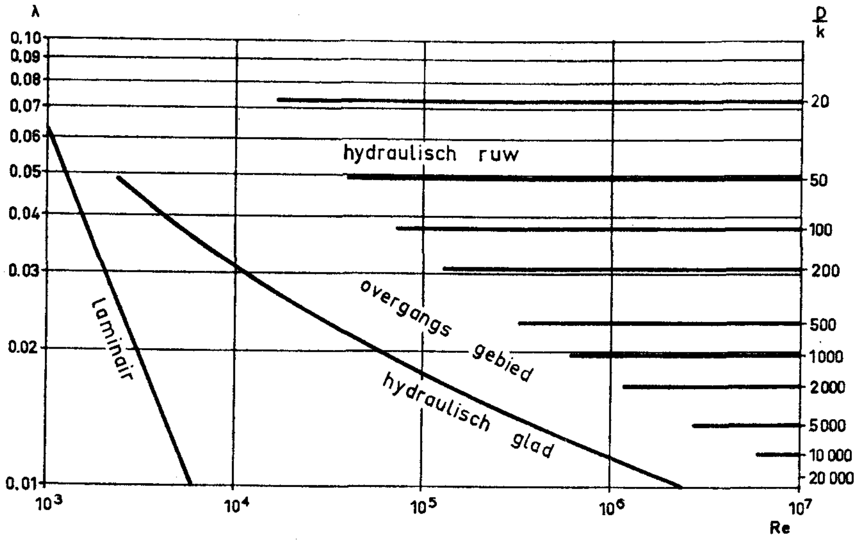


fig. 2.7 Wrijvingscoëfficiënt λ voor buisleidingen

2.6 TURBULENTE STROMING IN HET OVERGANGSGEBIED TUSSEN HYDRAULISCH GLAD EN HYDRAULISCH RUW BIJ GELIJKMATIGE WANDONEFFENHEDEN

In fig. 2.7 is het in de vorige paragrafen gevonden verband tussen de wrijvingscoëfficiënt λ en het getal van Reynolds *Re* voor laminaire stroming en voor turbulente stroming langs hydraulisch gladde wand nog eens getekend. In deze figuur zijn tevens aangegeven de grootte van λ voor verschillende waarden van de relatieve ruwheid D/k bij stroming langs een hydraulisch ruwe wand. Omtrent de waarde van λ in het overgangsgebied tussen hydraulisch glad en hydraulisch ruw, zijn wederom door Nikuradse de eerste systematische metingen verricht. Het resultaat verkregen met zijn door zandkorrels kunstmatig ruw gemaakte buizen is weergegeven in fig. 2.8. Volgens deze figuur is het overgangsgebied betrekkelijk kort en wordt hierin een minimum waarde van λ, een minimum waarde van de door viskeuze en vertragingsverliezen veroorzaakte wrijvingsweerstand bereikt.

Bij de beoordeling van de door Nikuradse verkregen resultaten mag echter niet worden vergeten, dat hij met kunstmatig ruw gemaakte buizen heeft gewerkt, waarbij de wandoneffenheden alle precies dezelfde hoogte bezitten. Wanneer nu bij vergroting van het getal van Reynolds de dikte van de laminaire grenslaag afneemt, dan zullen alle oneffenheden op hetzelfde moment hier doorheen prikken. Een dergelijke volkomen gelijke hoogte van de wandoneffenheden zal in de praktijk echter nimmer voorkomen. Zelfs wanneer het fabricageproces der buizen zodanig is, dat een gelijkmatige wandruwheid mag worden verwacht, dan zullen naast het merendeel der oneffenheden van dezelfde hoogte, toch altijd ook enkele grotere oneffenheden aanwezig zijn. Bij toename van het getal van Reynolds prikken deze grotere oneffenheden op een eerder tijdstip door de laminaire grenslaag heen, waardoor het door wervelvorming achter de blootgekomen oneffenheden veroorzaakte energieverlies meer geleidelijk zal stijgen. Een minimum waarde voor λ in het overgangsgebied tussen hydraulisch glad en hydraulisch ruw is dan ook niet te verwachten en voor zulke buizen wordt de werkelijkheid dan ook beter benaderd wanneer de voor hydraulisch ruwe wand gevonden waarde van λ tot de lijn voor stroming langs hydraulisch gladde wand wordt geëxtrapoleerd (fig. 2.7). Bij berekeningen waar van te voren

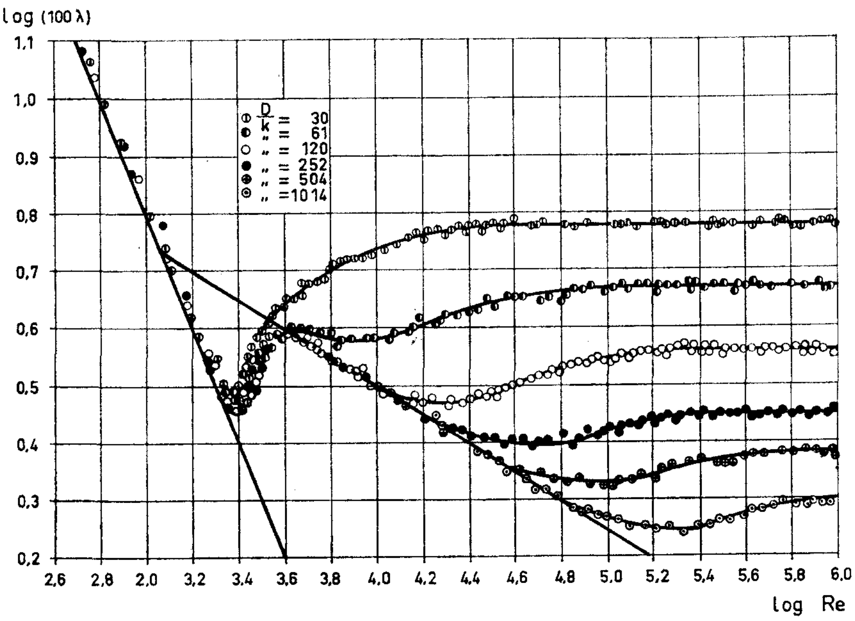


fig. 2.8
Wrijvingscoëfficiënt
λ voor zandruwe
buizen

niet bekend is of de leiding zich als hydraulisch glad of hydraulisch ruw zal gedragen, komt dit hierop neer, dat voor beide onderstellingen de waarde van λ wordt bepaald en de grootste waarde wordt aangehouden.

voorbeeld

Door een verzinkt stalen 2″ leiding ($k = 0{,}2$ mm), lang 150 m, stroomt water bij een temperatuur van 15°C. Gevraagd de druk nodig voor het verpompen van 3000 l/uur. De berekening luidt nu:

$Q = 3000$ l/uur $= 8{,}33.10^{-4}$ m³/sec

$F = 1/4\,.\,\pi\,.\,0{,}0508^2 = 2{,}03.10^{-3}$ m²

$v = Q/F = 0{,}410$ m/sec

$\dfrac{v^2}{2g} = \quad = 0{,}00860$ m

$\dfrac{L}{D} = \dfrac{150}{0{,}0508} = 2950$

$Re = \dfrac{0{,}410.0{,}0508}{1{,}15.10^{-6}} = 18100$

$\dfrac{D}{k} = \dfrac{0{,}0508}{0{,}0002} = 254$

$\lambda_{glad} = \dfrac{0{,}25}{(\log 0{,}4.18100\sqrt{\lambda})^2} = 0{,}0265$

$\lambda_{ruw} = \dfrac{0{,}25}{(\log 3{,}7.254)^2} = 0{,}0283 \qquad = 0{,}0283$

$\qquad\qquad\qquad\qquad$ ——————— x

$z = \lambda\,.\,\dfrac{L}{D}\,\dfrac{v^2}{2g} \qquad = 0{,}72$ m

De vereiste druk bedraagt 720 kg/m² of 0,072 atmosfeer.

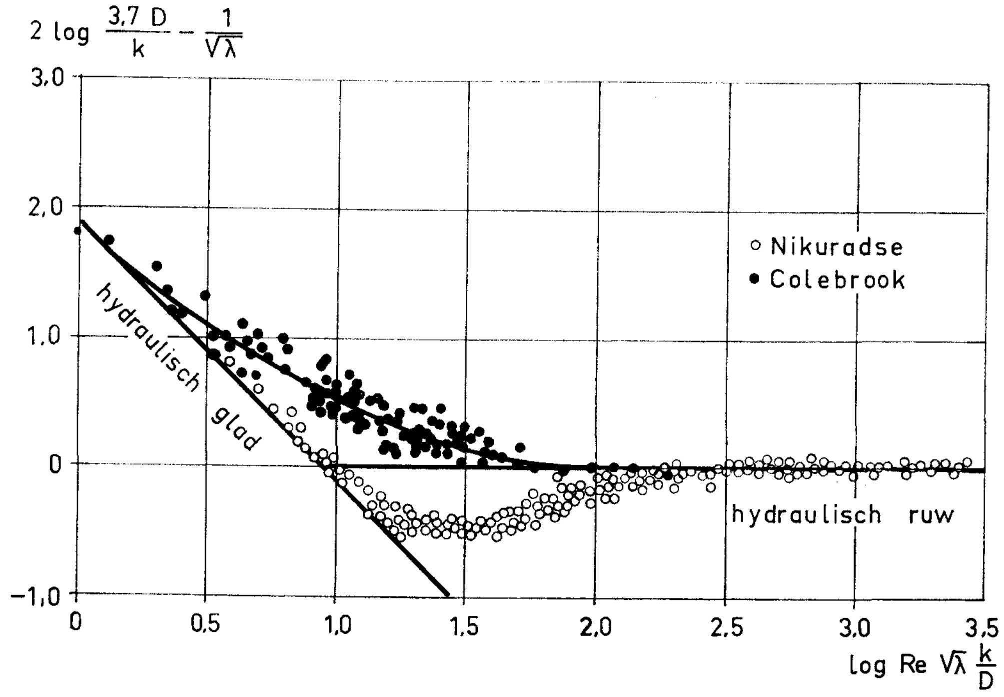


fig. 2.9 Stroming in zandruwe buizen (Nikuradse) en in gegalvaniseerde ijzeren buizen (Colebrook)

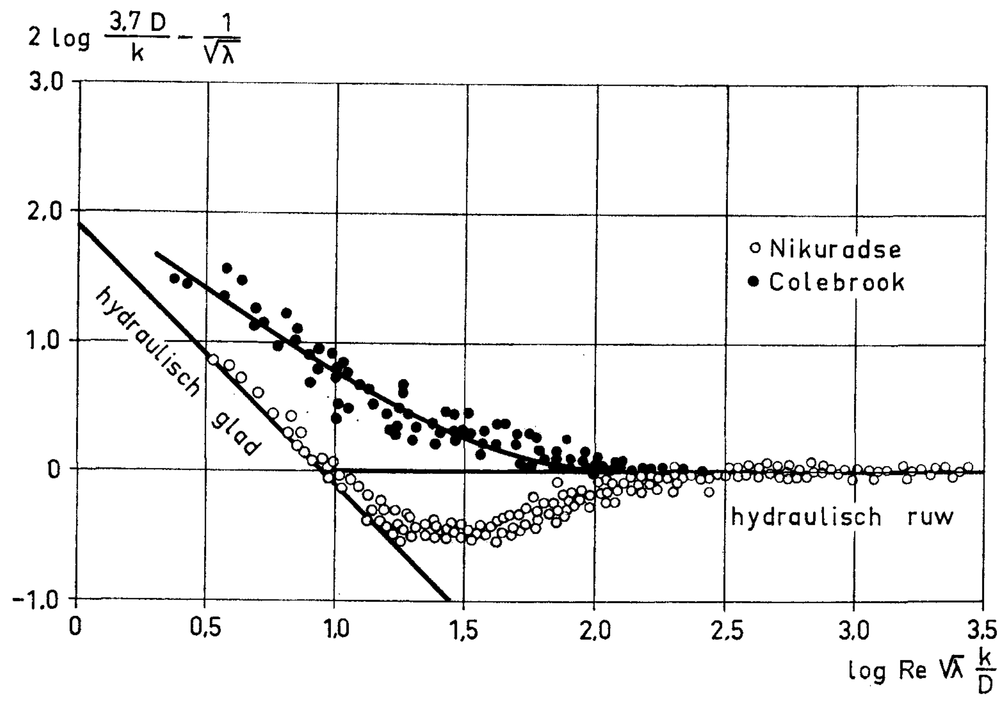


fig. 2.10 Stroming in zandruwe buizen (Nikuradse) en in geasfalteerde gietijzeren buizen (Colebrook)

2.7 TURBULENTE STROMING IN HET OVERGANGSGEBIED TUSSEN HYDRAULISCH GLAD EN HYDRAULISCH RUW BIJ ONGELIJKMATIGE WANDONEFFENHEDEN

Bij zijn metingen aan zandruwe buizen vond Nikuradse voor het verloop van de weerstandscoëfficiënt λ als functie voor het getal van Reynolds een schaar van krommen (fig. 2.8). Al deze krommen kunnen intussen door één enkele lijn worden weergegeven wanneer de factor (2 log 3,7 $D/k - 1/\sqrt{\lambda}$) wordt uitgezet tegen log $Re\sqrt{\lambda}\,.\,k/D$. Voor stroming langs een hydraulisch gladde wand geldt immers (vergelijk 2.3):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log Re\sqrt{\lambda} - 0{,}80 \text{ , waaruit volgt}$$

$$2 \log \frac{3{,}7\,D}{k} - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log Re\sqrt{\lambda}\,.\,\frac{k}{D} + 1{,}94$$

dit wil zeggen bij de bovengenoemde voorstellingswijze een hellende rechte lijn, terwijl voor stroming langs hydraulisch ruwe wand geldt (vergelijk 2.5):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{D}{k} + 1{,}14 \text{ of}$$

$$2 \log 3{,}7\frac{D}{k} - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0$$

dit wil zeggen een horizontale rechte lijn. In de figuren 2.9 en 2.10 is deze voorstellingswijze gevolgd en zijn de metingen van Nikuradse met open cirkeltjes weergegeven.
De metingen van Nikuradse voor kunstmatig ruw gemaakte buizen zijn door Colebrook voor normaal in de praktijk toegepaste buizen herhaald. Enkele van zijn meetseries zijn eveneens in de figuren 2.9 en 2.10 weergegeven en laten nu een totaal ander beeld zien, waarbij de overgang van stroming langs hydraulisch gladde wand op die langs hydraulisch ruwe wand veel geleide-

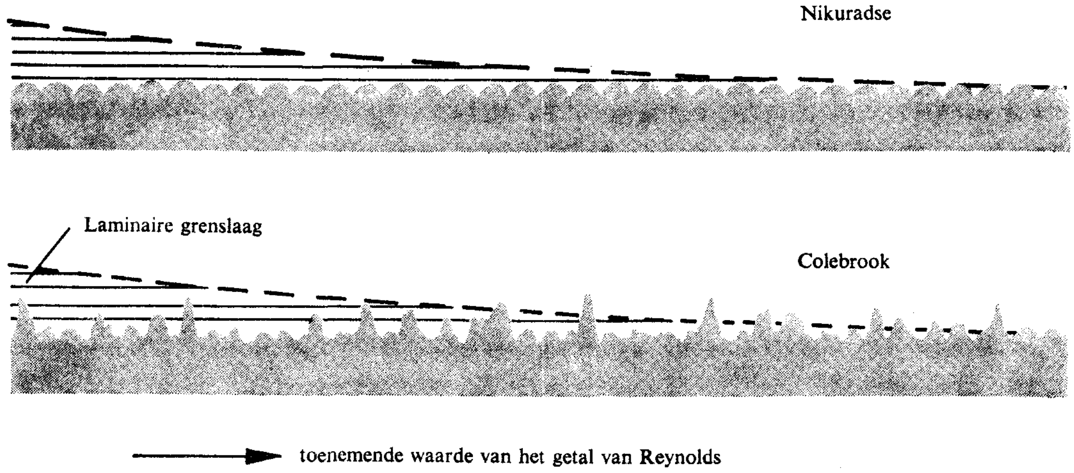


fig. 2.11 Verhouding tussen de dikte der laminaire grenslaag en de hoogte der oneffenheden bij zandruwe buizen (Nikuradse) en bij technische buizen (Colebrook)

lijker verloopt. Treedt bij de zandruwe buizen van Nikuradse een afwijking van de stromingswet met hydraulisch gladde wand eerst op voor $Re\sqrt{\lambda}\,.\,k/D > 10$, bij de technische buizen van Colebrook is dit reeds het geval voor $Re\sqrt{\lambda}\,.\,k/D > 1$. Ongetwijfeld moet dit worden toegeschreven aan de omstandigheid, dat de door Colebrook onderzochte buizen naast oneffenheden van gemiddelde grootte ook een klein aantal zeer hoge oneffenheden bezaten. Wanneer bij toeneming van het getal van Reynolds, de dikte van de laminaire grenslaag afneemt, prikken deze oneffenheden hier eerder doorheen dan dit met de geheel gelijkmatige ruwheid van Nikuradse het geval is (fig. 2.11). De variatie in de hoogte van de oneffenheden heeft intussen weinig invloed op de overgang naar de stroming langs hydraulisch ruwe wand. Zowel Colebrook als Nikuradse vonden bij hun proeven deze overgang voor $Re\sqrt{\lambda}\,.\,k/D = 200$. De allerbelangrijkste conclusie welke uit de in fig. 2.9 en 2.10 weergegeven meetresultaten kan worden getrokken, betreft intussen het verloop in het overgangsgebied zelf. Voor de kunstmatig ruw gemaakte buizen van Nikuradse werd in dit gebied een éénduidig verband tussen de aangegeven grootheden verkregen, terwijl bij de technische buizen van Colebrook telkens een ander verloop werd gevonden. Waar bij technische buizen de frequentieverdeling van vorm en grootte der wandoneffenheden voor elk buismateriaal verschillend zal zijn, was ook weinig anders te verwachten. Voor de praktijk brengt dit echter de moeilijkheid met zich, dat voor het overgangsgebied geen algemeen geldende formule kan worden opgesteld. Colebrook gaf het gemiddelde resultaat van zijn proefnemingen zo goed mogelijk weer met de empirische formule:

$$2 \log \frac{3{,}7\,D}{k} - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log Re\sqrt{\lambda}\,.\,\frac{k}{D} + 2 \log \left(Re\sqrt{\lambda}\,.\,\frac{k}{D} + 9{,}3\right)$$

Is in deze formule de waarde van $Re\sqrt{\lambda}\,.\,k/D$ klein, dan kan deze factor ten opzichte van 9,3 worden verwaarloosd en ontstaat met $2 \log 9{,}3 = 1{,}94$ de formule voor stroming langs hydraulisch gladde wand. Voor grote waarden van $Re\sqrt{\lambda}\,.\,k/D$ kan omgekeerd de factor 9,3 worden verwaarloosd en wordt de formule voor stroming langs hydraulisch ruwe wand verkregen.

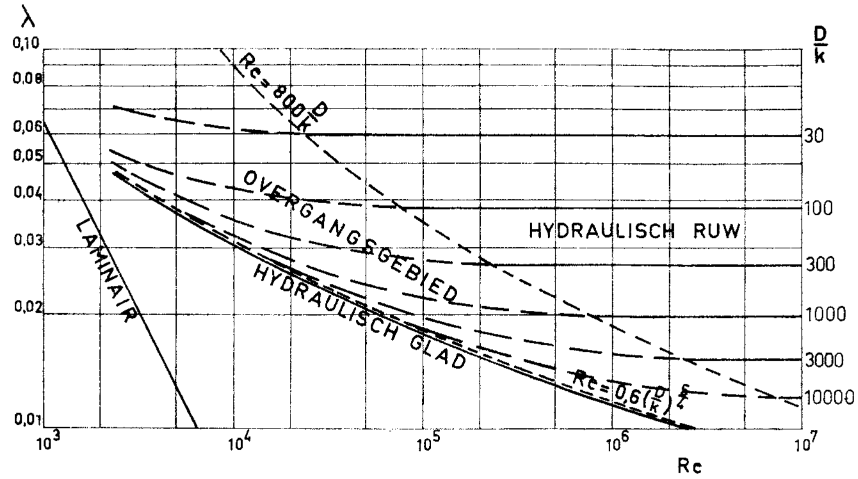


fig. 2.12 Weerstandscoëfficiënt λ voor technische buizen

Uit de door Colebrook gevonden betrekking kan de weerstandscoëfficiënt λ worden opgelost:

$$\lambda = \frac{0{,}25}{\left\{\log\left(\frac{1}{0{,}4\ Re\sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3{,}7\ D}\right)\right\}^2}$$

welk verband grafisch in figuur 2.12 is weergegeven. Uit deze figuur blijkt nog eens duidelijk, dat voor kleine waarden van het getal van Reynolds en een geringe wandruwheid, de formule van Colebrook asymptotisch tot de formule voor stroming in hydraulisch gladde buizen nadert. Bij grote waarden van het getal van Reynolds en een hoge wandruwheid wordt aan de andere kant een asymptotische overgang naar de formule voor stroming in hydraulisch ruwe buizen verkregen. De uitkomst van de formule van Colebrook wijkt meer dan 2% af van de formules voor stroming in hydraulisch gladde, c.q. hydraulisch ruwe buizen wanneer

$$0{,}6\,.\left(\frac{D}{k}\right)^{\frac{5}{4}} < Re < 800\,.\frac{D}{k}$$

Voor waarden van het getal van Reynolds tussen de bovengenoemde grenzen vindt de stroming in het overgangsgebied plaats en moet voor de berekening van de weerstandscoëfficiënt λ de formule van Colebrook worden gebruikt.

voorbeeld

Bij het in de vorige paragraaf gegeven voorbeeld voor stroming door een verzinkt stalen leiding gold $D/k = 254$. De stroming vindt nu plaats langs
hydraulisch gladde wand voor $Re < 0{,}6\,.\,(254)^{\frac{5}{4}} = 610$
hydraulisch ruwe wand voor $Re > 800.252 \quad = 202000$
In werkelijkheid was het getal van Reynolds gelijk 18100 en is de stroming dus in het overgangsgebied gelegen. De formule van Colebrook geeft nu voor de weerstandscoëfficiënt λ de waarde

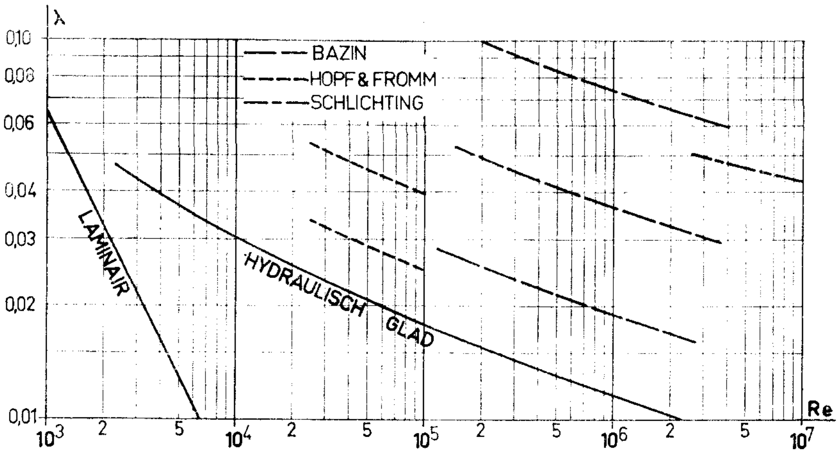


fig. 2.13 Stroming langs een gegolfde wand volgens diverse onderzoekers

$$\lambda = \frac{0{,}25}{\left\{\log\left(\frac{1}{0{,}4.18100\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3{,}7.254}\right)\right\}^2} = 0{,}0334$$

d.w.z. 18 % meer dan in de vorige paragraaf voor een gelijkmatige wandruwheid werd gevonden.

2.8 TURBULENTE STROMING LANGS EEN GEGOLFDE WAND

Zowel bij de zandruwheid van Nikuradse als bij de technische ruwheden van Colebrook, waren de oneffenheden willekeurig over de buiswand verdeeld. Bij gebruik van kunstmatige ruwheden is het uiteraard ook mogelijk om oneffenheden van constante vorm en grootte in een vast patroon aan te brengen. Bazin (1865) voorzag de wand van het door hem gebruikte proefkanaal van houten latjes loodrecht op de lengteas, Hopf en Fromm (1923) bekleedden de wand met in paraffine gebed gaas, Schlichting (1936) met enkele mm's hoge hoekprofielen, enz. Enkele van de door deze onderzoekers verkregen meetseries zijn in fig. 2.13 weergegeven en tonen bij dergelijke golfvormige wandoneffenheden een totaal ander verloop voor de weerstandscoëfficiënt λ als functie van het getal van Reynolds. Voor de wrijvingscoëfficiënt blijkt nu te gelden

$$\lambda = W \,.\, \lambda_g$$

waarin W een factor groter dan één en λ_g de waarde van λ voor turbulente stroming langs hydraulisch gladde wand (vergelijk 2.3). De waarde van W is echter zoveel groter dan één, dat de wrijvingsweerstand bij deze wijze van stromen onmogelijk uit de hoogte der wandoneffenheden kan worden verklaard. Het lijkt alsof een resonantie optreedt, welke de wrijvingsweerstand aanzienlijk doet toenemen en inderdaad doet dit verschijnsel zich alleen voor zolang de verhouding tussen afstand en hoogte der oneffenheden tussen 4 en 10 is gelegen.

Hoewel het verschijnsel van turbulente stroming langs een gegolfde wand (wall waviness,

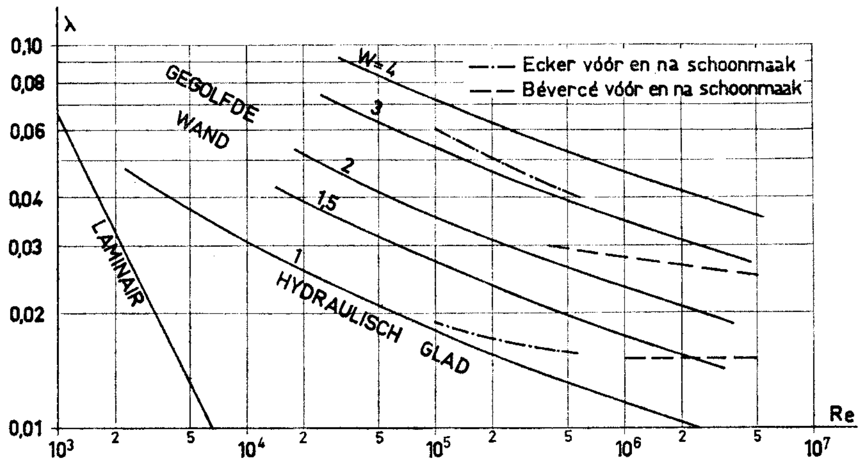


fig. 2.15 Weerstandscoëfficiënt λ bij stroming langs een gegolfde wand

Wandwelligkeit) reeds lang bekend is, werd in de praktijk hieraan weinig aandacht besteed. Bij de normaal toegepaste buizen zijn immers de oneffenheden niet in een vaste regelmaat aanwezig en al schijnt dit thans bij plastieken buizen wel enigermate het geval te zijn, de waarde van W is hierbij gering, meestal kleiner dan 1,1 en veelal zelfs kleiner dan 1,05. Het is echter gebleken, dat hetzelfde resonantieverschijnsel zich ook kan voordoen wanneer zwevende stof in het water zich op de buiswand afzet. Na verloop van kortere of langere tijd ontstaat dan een regelmatig patroon van slibafzettingen met ribbels loodrecht op de buisas (fig. 2.14), welke zelfs bij uiterst geringe dikten een grote toeneming van de wrijvingsweerstand kunnen veroorzaken. Bij verschillende leidingen is dit verschijnsel reeds geconstateerd (fig. 2.15), doch het meest markante voorbeeld blijft nog altijd de Harzwaterleiding naar Bremen. Voor de drinkwatervoorziening van deze stad is in de rivier de Ecker in de Harz een stuwdam gebouwd. Het aan het stuwmeer onttrokken water wordt gezuiverd door middel van coagulatie en filtratie en vervolgens door een geasfalteerde stalen leiding met een inwendige diameter van 500 mm naar Bremen gevoerd. Als coagulatiemiddel werd oorspronkelijk natriumaluminaat gebruikt, doch toen dit in 1943 door de oorlogsomstandigheden niet meer beschikbaar was, werd op aluminiumsulfaat overgeschakeld. De hiermede verkregen resultaten waren echter minder gunstig met als gevolg dat het reine water zeer geringe hoeveelheden uiterst fijn verdeeld aluminiumhydroxide bevatte. Dit aluminiumhydroxide zette zich als een zachte slijmerige laag op de buiswand af, die bij inspectie in 1946 een ribbelvormig uiterlijk bleek te bezitten. De hoogte van de ribbels bedroeg 0,7 mm en hun onderlinge afstand 5 mm. De gemiddelde dikte van de sliblaag was minder dan 0,5 mm en deze laag was zo zacht, dat zij met de vingers kon worden weggeveegd. Toch had deze dunne zachte sliblaag in de periode 1943–1946 geleid tot een teruggang van de capaciteit van 0,600 tot 0,343 m^3/sec., dit wil zeggen tot een toeneming van de wrijvingsweerstand tot 310% (W = 3,1) van de oorspronkelijke waarde. Deze wrijvingsweerstand kwam overeen met een wandruwheid k in de formule van Colebrook gelijk 6,3 mm of 9 maal de hoogte van de ribbels! Gelukkig voor Bremen liet deze sliblaag zich gemakkelijk verwijderen, waarmede nagenoeg de oorspronkelijke capaciteit weer kon worden bereikt, terwijl gebruik van natriumaluminaat als coagulatiemiddel verdere moeilijkheden voorkwam.

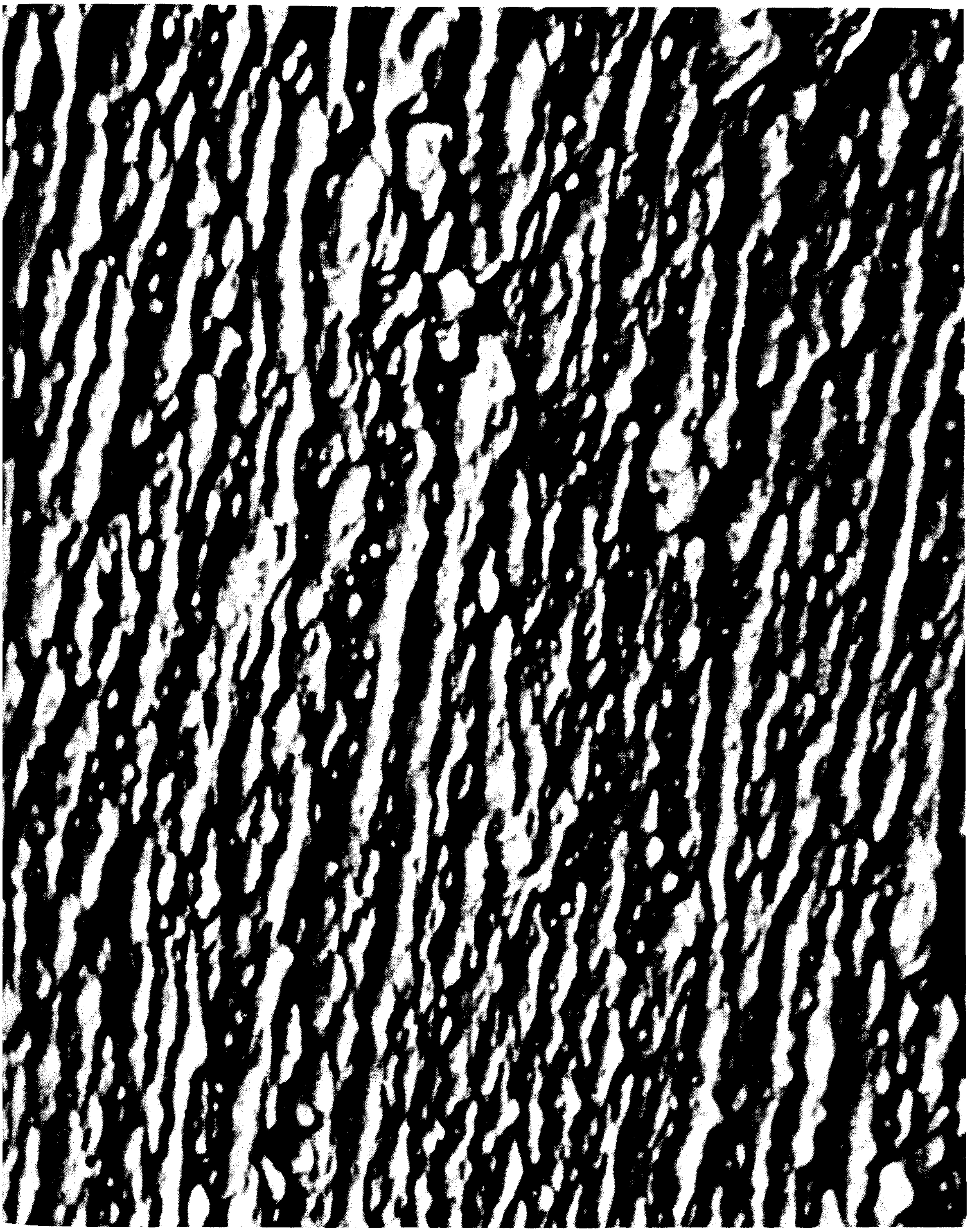


fig. 2.14 Slibafzetting in de buisleiding van de N.V. Watertransportmaatschappij Rijn-Kennemerland
(stroomrichting van links naar rechts)

Over het mechanisme dat zwevende stof ertoe brengt om zich in de vorm van ribbels op de buiswand af te zetten, is zeer weinig bekend. De praktijk zal zich voorlopig tevreden moeten stellen met de wetenschap, dat dit verschijnsel zich kan voordoen en dat daarbij een sterke stijging van de wrijvingscoëfficiënt λ kan optreden. Wanneer in langere leidingen de hiermede gepaard gaande vergroting van de wrijvingsweerstand niet kan worden aanvaard, zullen maatregelen moeten worden getroffen om te verzekeren dat het te transporteren water geen zwevende stof bevat, deze zwevende stof niet tot afzetting kan komen of afgezette zwevende stof op niet al te bezwaarlijke wijze weer kan worden verwijderd.

2.9 BEREKENING VAN DE WRIJVINGSWEERSTAND BIJ TURBULENTE STROMING

De reeds in 2.7 genoemde formule van Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{1}{0{,}4\, Re \, . \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3{,}7\, D} \right)$$

is strikt genomen slechts een empirische formule, alleen bedoeld om de resultaten van metingen aan technische buizen in het overgangsgebied van turbulente stroming langs hydraulisch gladde wand op die langs hydraulisch ruwe wand zo goed mogelijk weer te geven. Deze formule heeft echter de bekoring dat zij voor kleine waarden van het getal van Reynolds nadert tot de formule van turbulente stroming langs hydraulisch gladde wand en voor grote waarden van het getal van Reynolds tot die van turbulente stroming langs hydraulisch ruwe wand:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{glad}}} = 2 \log 0{,}4\, Re \, . \sqrt{\lambda} \qquad \frac{1}{\sqrt{\lambda_{ruw}}} = 2 \log 3{,}7 \frac{D}{k}$$

Zonder al te grote fouten te maken kan de formule van Colebrook dan ook voor het gehele gebied der turbulente stroming worden gebruikt. Waar in de praktijk de stroomsnelheid en daarmede het getal van Reynolds voor een bepaalde leiding slechts weinig wisselt, kan zij zelfs worden toegepast om de door ribbelvormige slibafzettingen toegenomen wrijvingsweerstand te karakteriseren.

De universele toepasbaarheid van de formule van Colebrook heeft er toe geleid, dat althans in West-Europa deze formule algemeen wordt gebruikt om de wrijvingsweerstand van buisleidingen te berekenen. De formule van Colebrook heeft intussen wel het nadeel, dat zij ingewikkeld van bouw is en de grootte van de wrijvingscoëfficiënt λ slechts door proberen kan worden gevonden. Bij de berekening van de wrijvingsweerstand voor een gegeven watertransport, kan dit bezwaar intussen worden ondervangen door gebruik van een grafiek, waarin λ direct als functie van het getal van Reynolds en van de reciproke waarde $\frac{D}{k}$ van de relatieve wandruwheid kan worden afgelezen. Deze grafiek is hiertoe op grotere schaal in tekening 5.2 weergegeven.

voorbeeld 1

Door een asbest-cementleiding met een diameter van 400 mm en een wandruwheid van 0,02 mm stroomt water bij een temperatuur van 10°C. Gevraagd de wrijvingsweerstand voor een transport van 800 m³/uur over een afstand van 12 km.

De berekening luidt:

$$Q = 800 \text{ m}^3/\text{uur} = 0{,}222 \text{ m}^3/\text{sec}$$

$$F = 1/4 \,.\, \pi \,.\, 0{,}400^2 = 0{,}126 \text{ m}^2$$

$$v = Q/F = 1{,}76 \text{ m/sec}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \qquad = 0{,}159 \text{ m}$$

$$\frac{R}{D} = \frac{12000}{0{,}400} = 30000$$

$$Re = \frac{v \,.\, D}{\upsilon} = \frac{1{,}76.0{,}4}{1{,}31.10^{-6}} = 5{,}4.10^{5} \quad \lambda = 0{,}0137$$

$$\frac{D}{k} = \frac{400}{0{,}02} = 20000$$

$$z = \lambda \,.\, \frac{L}{D} \,.\, \frac{v^2}{2g} \qquad\qquad \underline{}\; x \qquad = 65{,}4 \quad \text{m}$$

Wordt echter omgekeerd bij gegeven verval de afvoer gevraagd, dan moet de oplossing weer door proberen worden gevonden, waarbij het diagram van tekening 5.2 wederom goede diensten kan bewijzen teneinde de waarde van λ als functie van Re en $\frac{D}{k}$ snel te kunnen bepalen.

voorbeeld 2

Voor een 8000 m lange spanbetonleiding met een inwendige diameter van 1000 mm en een wandruwheid van 0,5 mm staat een verval van 15 meter waterkolom ter beschikking. Hoeveel water wordt nu getransporteerd bij een temperatuur van 10°C?
De berekening verloopt nu als volgt:

$$\frac{L}{D} = \frac{8000}{1{,}00} \qquad = 8000$$

Stel v = 1,00 m, dan geldt $\qquad \frac{v^2}{2g} = 0{,}0509$ m

$$Re = \frac{v \,.\, D}{\upsilon} = \frac{1{,}00.1{,}00}{1{,}31.10^{-6}} = 7{,}6.10^{5} \quad \lambda = 0{,}0173$$

$$\frac{D}{k} = \frac{1000}{0{,}5} = 2000$$

$$z = \lambda \,.\, \frac{L}{D} \,.\, \frac{v^2}{2g} \qquad\qquad \underline{}\; x \qquad = 7{,}05 \quad \text{m}$$

Globaal is $z \sim v^2$ hetgeen als tweede benadering voor de snelheid geeft

$$v = 1{,}00 \, . \sqrt{\frac{15}{7{,}05}} = 1{,}46 \text{ m/sec en dus}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \qquad\qquad = 0{,}109 \quad \text{m}$$

$$\left.\begin{array}{l} Re = \dfrac{v \, . \, D}{\upsilon} = \dfrac{1{,}46.1{,}00}{1{,}31.10^{-6}} = 1{,}1.10^6 \\ \dfrac{D}{k} = \qquad\qquad\qquad = 2000 \end{array}\right\} \lambda = 0{,}0170$$

$$\underline{\qquad\qquad\qquad} \; x$$

$$z = \lambda \, . \, \frac{L}{D} \, . \, \frac{v^2}{2g} \qquad\qquad = 14{,}8 \quad \text{m}$$

Dit verval verschilt zo weinig van het gegeven verval ad 15 m, dat de werkelijke snelheid kan worden gesteld op $1{,}46 . \sqrt{\frac{15}{14{,}8}} = 1{,}47$ m/sec. Hieruit volgt een afvoer van $1{,}47.0{,}785 =$ $1{,}15$ m^3/sec of 4150 m^3/uur.

2.10 BEPALING VAN DE WRIJVINGSWEERSTAND MET BEHULP VAN GRAFIEKEN

De berekeningen omtrent de turbulente wrijvingsweerstand in buisleidingen kunnen aanzienlijk worden vereenvoudigd door gebruik te maken van grafieken, welke rechtstreeks het verband tussen de afvoer Q, de buisdiameter D en het verhang I aangeven. Volgens de formule van Darcy-Weisbach

$$z = \lambda \, . \, \frac{L}{D} \, . \, \frac{v^2}{2g} \text{ geldt}$$

$$I = \frac{z}{L} = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0826 \,.\, \lambda \,.\, \frac{Q^2}{D^5} = f_1\,(\lambda\,,\,Q\,,\,D)$$

waarin de waarde van λ voor het gehele gebied der turbulente stroming wordt gegeven door de formule van Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{1}{0{,}4Re\sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3{,}7D}\right) = -2 \log \left(\frac{1{,}96 \,.\, \upsilon \,.\, D}{Q \,.\, \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3{,}7D}\right)$$

of $\lambda \;= f_2\,(Q, D, k, \upsilon)$

Uit beide formules volgt

$I = f\;(Q, D, k, \upsilon)$

dit wil zeggen dat het gezochte wrijvingsverhang afhankelijk is van vier grootheden, van de afvoer Q, de buisdiameter D, de wandruwheid k en de kinematische viscositeit υ. Worden de beschouwingen voorlopig echter beperkt tot één vloeistof, water van 10°C, dan is υ constant (gelijk $1{,}31.10^{-6}$ m²/sec) en kunnen voor verschillende ronde waarden van de wandruwheid k grafieken worden getekend, welke voor diverse diameters het verband tussen afvoer en verhang aangeven. In deze grafieken, welke als tekening 5.3 tot en met 5.11 zijn opgenomen, kan met één oogopslag worden afgelezen welk verhang nodig is voor een bepaalde afvoer door een gegeven buis, welke hoeveelheid door een gegeven buis onder een bepaald verhang wordt getransporteerd en welke diameter voor een bepaalde hoeveelheid onder een gegeven verhang moet worden toegepast. Voor het berekenen van de wrijvingsweerstand in binnenleidingen van koper of plastiek geeft tekening 5.12 deze afhankelijkheid nog eens op grotere schaal weer.
Voor het transport van water met een andere temperatuur dan 10°C, moeten de gevonden resultaten worden gecorrigeerd op de wijze als in 2.11 zal worden aangegeven. Voor een andere wandruwheid dan de gekozen ronde waarden zijn de correctiefactoren in 2.12 vermeld, terwijl 2.13 laat zien hoe bij een totaal verschillende viscositeit, b.v. voor olieleidingen en bij een geheel willekeurige wandruwheid de gezochte resultaten kunnen worden verkregen.

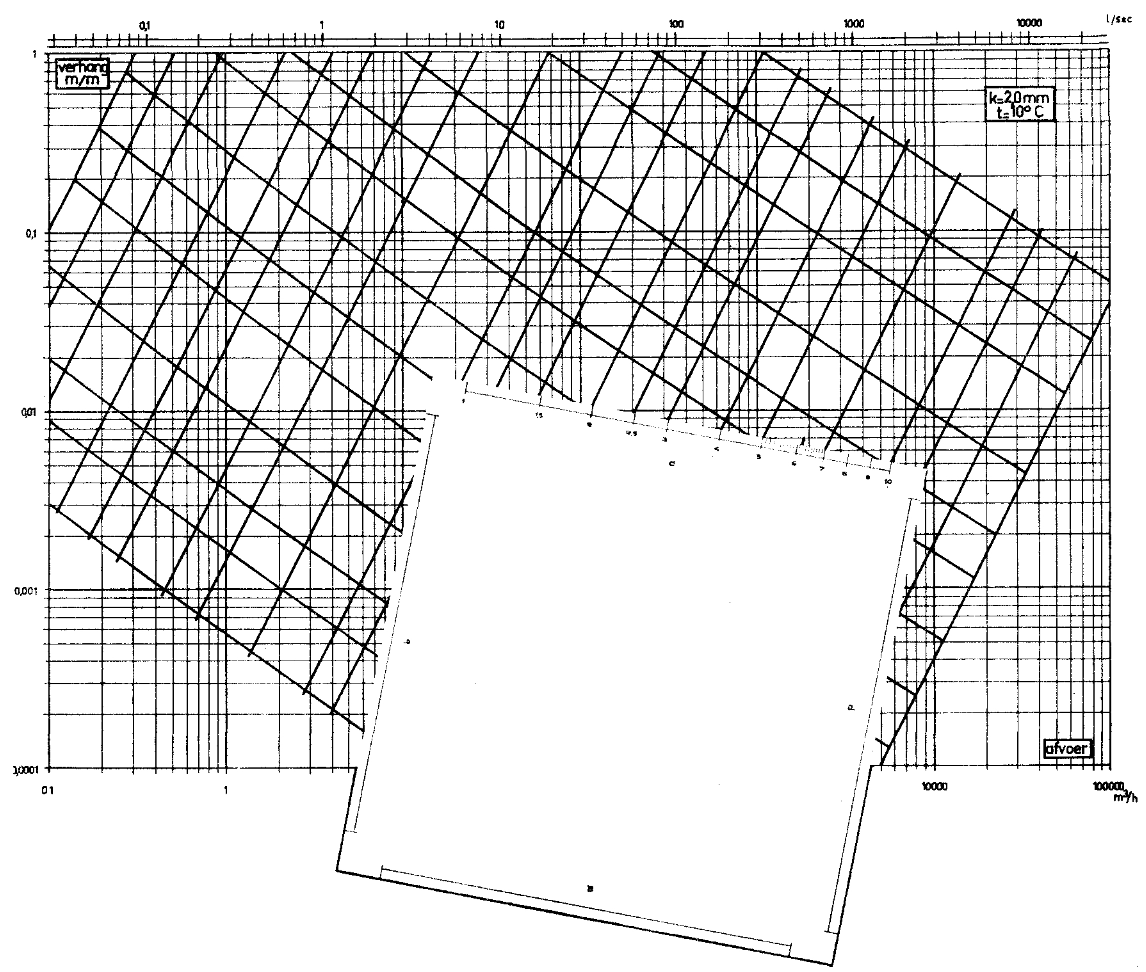


fig. 2.16 Gebruik van de plastic maatstrook voor interpolatie

Gebruik van de plastic maatstrook

1. Zie voorbeeld 1 van paragraaf 2.10.
$D = 618$ mm; $Q = 1800$ m³/uur.

2. Neem tekening 5.10. De gezochte diameter is in deze tekening niet aangegeven. De twee dichtstbijzijnde diameters, die wel zijn aangegeven zijn 500 en 700 mm.

3. Op de plastic strook moet nu dat maatlijntje worden gekozen, waarop de afstand van deelstreep 5 tot deelstreep 7 iets groter is dan de afstand tussen de lijnen voor 500 en 700 mm op de tekening. In dit geval dus maatlijntje c.

4. De maatstrook wordt nu zodanig over de tekening geschoven, dat de deelstrepen 5 en 7 op het maatlijntje c zich resp. bewegen over de lijnen voor $D = 500$ mm en $D = 700$ mm.

5. Wanneer nu de denkbeeldige deelstreep 6,18 samenvalt met de verticale lijn $Q = 1800$ m³/h op de tekening, leest men af: een verhang 0,0064.

Om de weerstandsdiagrammen van de tekeningen 5.3 tot en met 5.11 overzichtelijk te houden, zijn intussen slechts een beperkt aantal diameters vermeld. De overige diameters zijn aangegeven op het bijgevoegde plastic maatstrookje met logarithmische verdeling. Zoals in fig. 2.16 aangegeven, moet dit strookje in een zodanig schuine stand op de betrokken tekening worden gelegd, dat in de omgeving van de gezochte diameter beide verdelingen samen vallen.

voorbeeld 1

Door een oude 24″ gietijzeren leiding met een lengte van 5000 m moet een hoeveelheid van 500 liter per secunde worden getransporteerd. Welke wrijvingsweerstand treedt daarbij op, wanneer de inwendige diameter 618 mm, de wandruwheid 2 mm en de watertemperatuur 10°C bedraagt? Voor een wandruwheid van 2 mm geldt tekening 5.10, waarin met behulp van het plastic maatstrookje bij een afvoer van 1800 m^3/uur en een diameter van 618 mm een wrijvingsverhang van 0,0064 wordt afgelezen. De gezochte weerstand bedraagt dus 5000 . 0,0064 of 32 meter waterkolom.

voorbeeld 2

Voor een 8000 m lange spanbetonleiding met een inwendige diameter van 1000 mm en een wandruwheid van 0,5 mm staat een verval van 15 m waterkolom ter beschikking. Hoeveel water wordt nu getransporteerd bij een temperatuur van 10°C?
Dit is hetzelfde voorbeeld als voorbeeld 2 van 2.9, maar direct kan nu uit tekening 5.8 bij een verhang van 15/8000 = 0,001875 voor een diameter van 1000 mm een afvoer van 4100 m^3/uur worden afgelezen.

voorbeeld 3

Voor het transport van 20 m^3/uur onder een wrijvingsverhang van ten hoogste 10 meter per kilometer bij een temperatuur van 10°C, zal gebruik worden gemaakt van een plastieken leiding met een wandruwheid van 0,01 mm. Welke diameter moet nu worden toegepast? Door interpolatie met het plastic maatstrookje volgt uit tekening 5.3 voor een verhang van 0,01 en een afvoer van 20 m³/uur een diameter van 87 mm. Als eerstvolgende diameter zal 100 mm moeten worden gebruikt, waarvoor het verhang bij de gegeven afvoer daalt tot 5,3 meter per kilometer of omgekeerd bij het gegeven verhang een hoeveelheid van ruim 28 m³/uur kan worden getransporteerd.

voorbeeld 4

Voor het bepalen van de wandruwheid van een nieuwe geasfalteerde gietijzeren leiding met een inwendige diameter van 300 mm is voor een afvoer van 400 m³/uur bij een temperatuur van 10°C een verhang van 0,070 gemeten. De gezochte wandruwheid moet nu proberenderwijs worden gevonden. Voor een diameter van 300 mm en een afvoer van 400 m³/uur volgt bij:

$k = 0{,}02$ mm,	tekening 5,4,	$I = 0{,}0062$
$k = 0{,}05$ mm,	tekening 5.5,	$I = 0{,}0068$
$k = 0{,}10$ mm,	tekening 5.6,	$I = 0{,}0073$

De gezochte wandruwheid ligt dus in tussen 0,05 en 0,1 mm en bedraagt globaal 0,07 mm, een zeer redelijke waarde.

2.11 CORRECTIE OP DE WRIJVINGSWEERSTAND VOOR EEN VAN 10°C AFWIJKENDE WATERTEMPERATUUR

Is de temperatuur lager dan de waarde van 10°C welke aan de tekeningen 5.3 tot en met 5.12 ten grondslag is gelegd, dan is het water taaier en de wrijvingsweerstand groter, terwijl in het omgekeerde geval van een hogere temperatuur een geringere wrijvingsweerstand zal optreden.

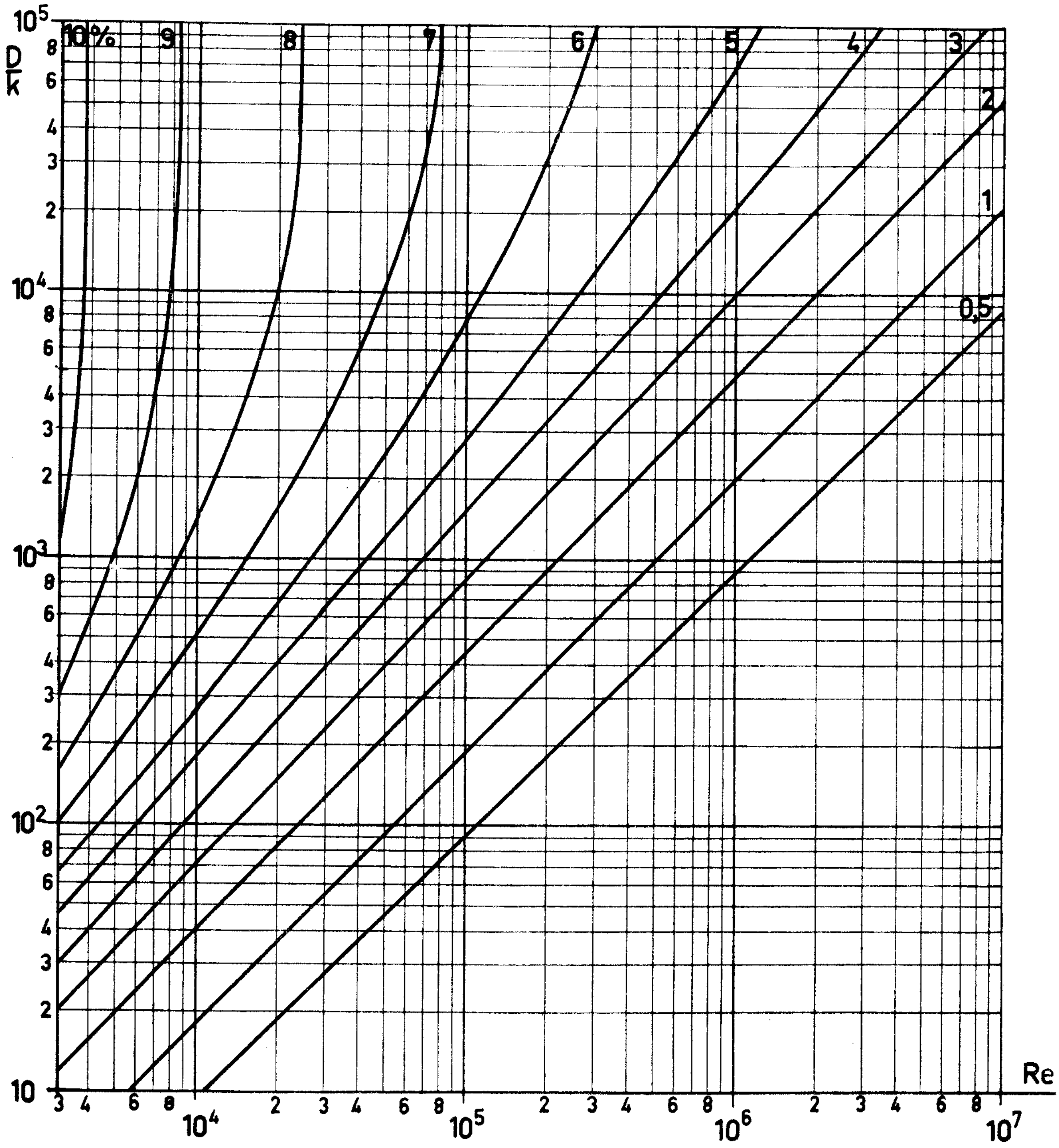


fig. 2.17 Toename van de wrijvingsweerstand in procenten bij een daling van de watertemperatuur van 10° naar 0°C

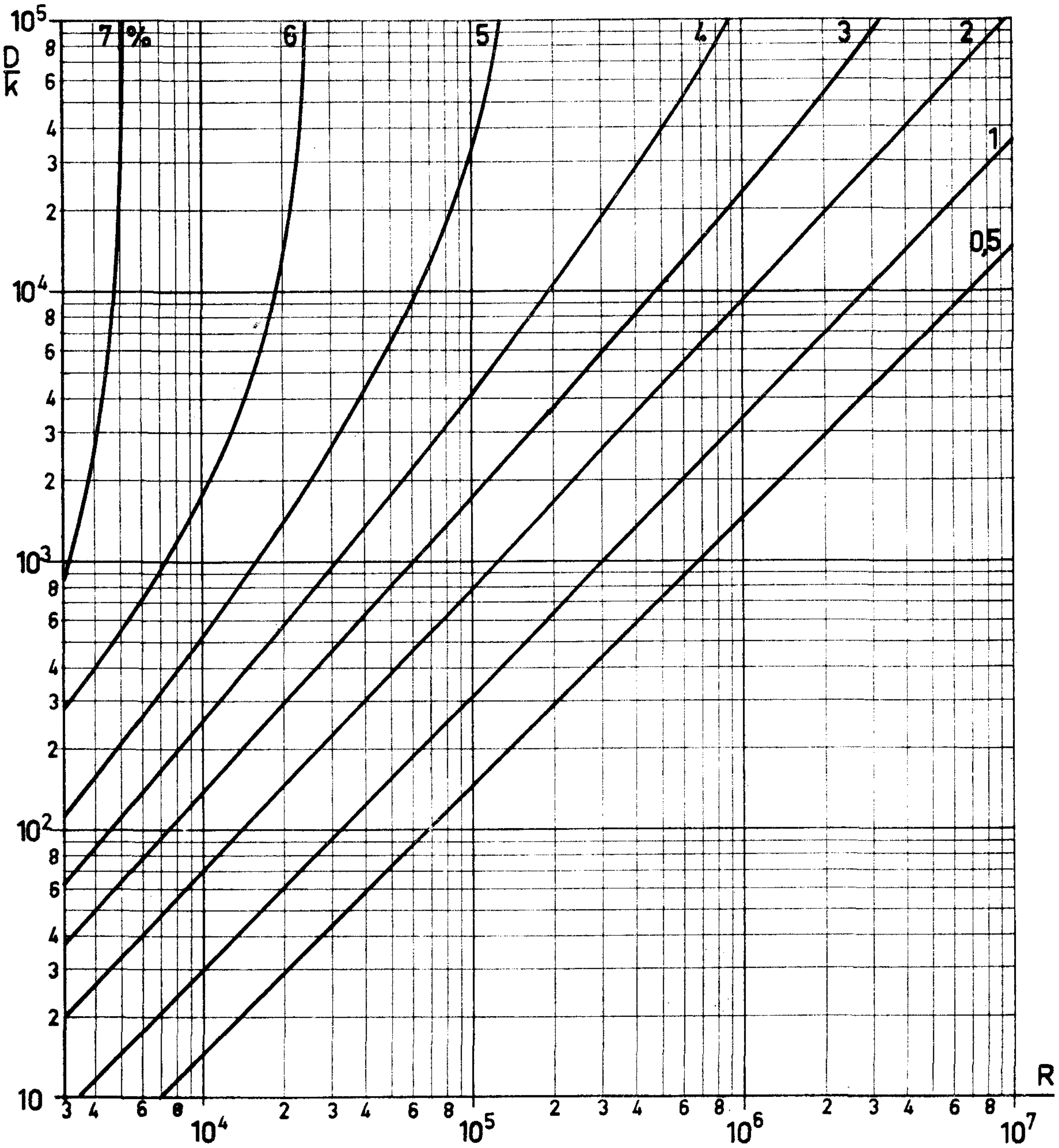


fig. 2.18 Afname van de wrijvingsweerstand in procenten bij een stijging van de watertemperatuur van 10° naar 20°C

Deze temperatuurinvloed is grafisch weergegeven in fig. 2.17 en 2.18, waarin voor watertemperaturen van 0 en 20 in plaats van 10°C de procentuele verandering van de wrijvingsweerstand als functie van het getal van Reynolds en de relatieve wandruwheid is aangegeven. Het getal van Reynolds kan in dit geval worden berekend met de formule

$$Re = 270 \,.\, \frac{Q}{D}$$

waarin Q de afvoer in m³/uur en D de buisdiameter in meters voorstelt. Voor andere dan de bovengenoemde temperaturen kan de correctie op de wrijvingsweerstand door lineaire interpolatie, c.q. extrapolatie worden gevonden. Voor $Re > 1000 \,.\, \frac{D}{k}$ is de temperatuurcorrectie kleiner dan 0,5% per 10°C en kan worden verwaarloosd.

voorbeeld 1

Voor een transport van 1800 m³/uur door een oude gietijzeren leiding met een inwendige diameter van 610 mm en een wandruwheid van 2 mm, bedraagt volgens voorbeeld 1 van paragraaf 2.10 de wrijvingsweerstand 6,4 m per kilometer bij een temperatuur van 10°C. Tot welke waarde stijgt deze weerstand indien de watertemperatuur tot 0°C daalt?
Voor de gegeven leiding geldt

$$Re = 270 \,.\, \frac{1800}{0{,}610} = 800.000 \qquad \text{en}\ \frac{D}{k} = \frac{610}{2} = 305$$

dit wil zeggen een verhouding tussen het getal van Reynolds en de relatieve wandruwheid van 800.000/305 of rond 2600. Deze verhouding is veel groter dan de grenswaarde van 1000 waarbij nog een temperatuursinvloed merkbaar is en de wrijvingsweerstand bij 0°C zal dan ook dezelfde zijn als bij 10°C: 6,4 meter per kilometer.

voorbeeld 2

Door een 6 kilometer lange leiding van asbest-cement met een inwendige diameter van 300 mm en een wandruwheid van 0,02 mm moet worden getransporteerd een hoeveelheid van 400 m^3/uur. Welke wrijvingsweerstanden moeten daarbij worden overwonnen, indien de watertemperatuur tussen 2 en 22°C varieert?
Voor een wandruwheid van 0,02 mm geldt tekening 5.4, waarin bij een diameter van 300 mm en een afvoer van 400 m^3/uur een verhang van 0,0062 wordt afgelezen. Voor een watertemperatuur van 10°C bedraagt de wrijvingsweerstand dus 6000.0,0062 of 37 meter waterkolom.
Voor de gegeven leiding geldt voorts

$$Re = 270 \cdot \frac{400}{0{,}300} = 360000 \qquad \text{en } \frac{D}{k} = \frac{300}{0{,}02} = 15000$$

waarmede uit fig. 2.17 en 2.18 als correcties op de wrijvingsweerstand volgt

voor 0 i.p.v. 10°C : + 5%
voor 20 i.p.v. 10°C : — 4%

Voor watertemperaturen van 2 en 22°C bedragen de correcties derhalve 0,8.5 = + 4%, respectievelijk - 1,2.4 = — 5%, waarmede de uiterste waarden van de wrijvingsweerstand 35 en 39 m waterkolom zullen bedragen.

voorbeeld 3

Voor een PVC leiding met een inwendige diameter van 200 mm, een wandruwheid van 0,05 mm en een lengte van 5 km staat een verval van 40 m waterkolom ter beschikking. Welke hoeveelheden water voert deze leiding af bij temperatuur van 0 en 25°C?
Uit tekening 5.5 volgt voor een verhang van 0,008 in een leiding Ø 200 mm een afvoer van 15 m^3/uur bij een temperatuur van 10°C.

Met $Re = 270 \cdot \frac{15}{0{,}2} = 20000$ en $\frac{D}{k} = \frac{200}{0{,}05} = 4000$ bedragen de correcties op de wrijvingsweerstand voor een temperatuur

van 0 i.p.v. 10°C: + 8%
van 20 i.p.v. 10°C: — 6%, d.w.z.
van 25 i.p.v. 10°C: — 9%

De wrijvingsafstand is globaal evenredig met het kwadraat van de afvoer, waardoor de correcties op de afvoer half zo groot zijn als hierboven voor de wrijvingsweerstand vermeld. Hiermede varieert het gezochte transport tussen 14,4 m^3/uur bij 0°C en 15,7 m^3/uur bij 25°C.

2.12 CORRECTIE OP DE WRIJVINGSWEERSTAND VOOR EEN AFWIJKENDE WANDRUWHEID

In de tekeningen 5.3 tot en met 5.12 is het verband tussen verhang, buisdiameter en afvoer voor discrete waarden van de wandruwheid aangegeven. Voor tussenliggende wandruwheden kan het gezochte antwoord door interpolatie worden gevonden. Een eenvoudiger methode biedt echter fig. 2.19, waarin voor een 1,5 maal zo grote wandruwheid de procentuele stijging van de wrijvingsweerstand als functie van het getal van Reynolds en de relatieve wandruwheid is vermeld. Wederom geldt voor het getal van Reynolds

$$Re = 270 \cdot \frac{Q}{D}$$

wanneer Q in m^3/uur en D in m wordt uitgedrukt. De in fig. 2.19 aangegeven correcties zijn kleiner dan 0,5%, dit wil zeggen de invloed van de wandruwheid op de stromingsweerstand kan worden verwaarloosd, wanneer

$$Re < 0{,}3\left(\frac{D}{k}\right)^{\frac{5}{4}}$$

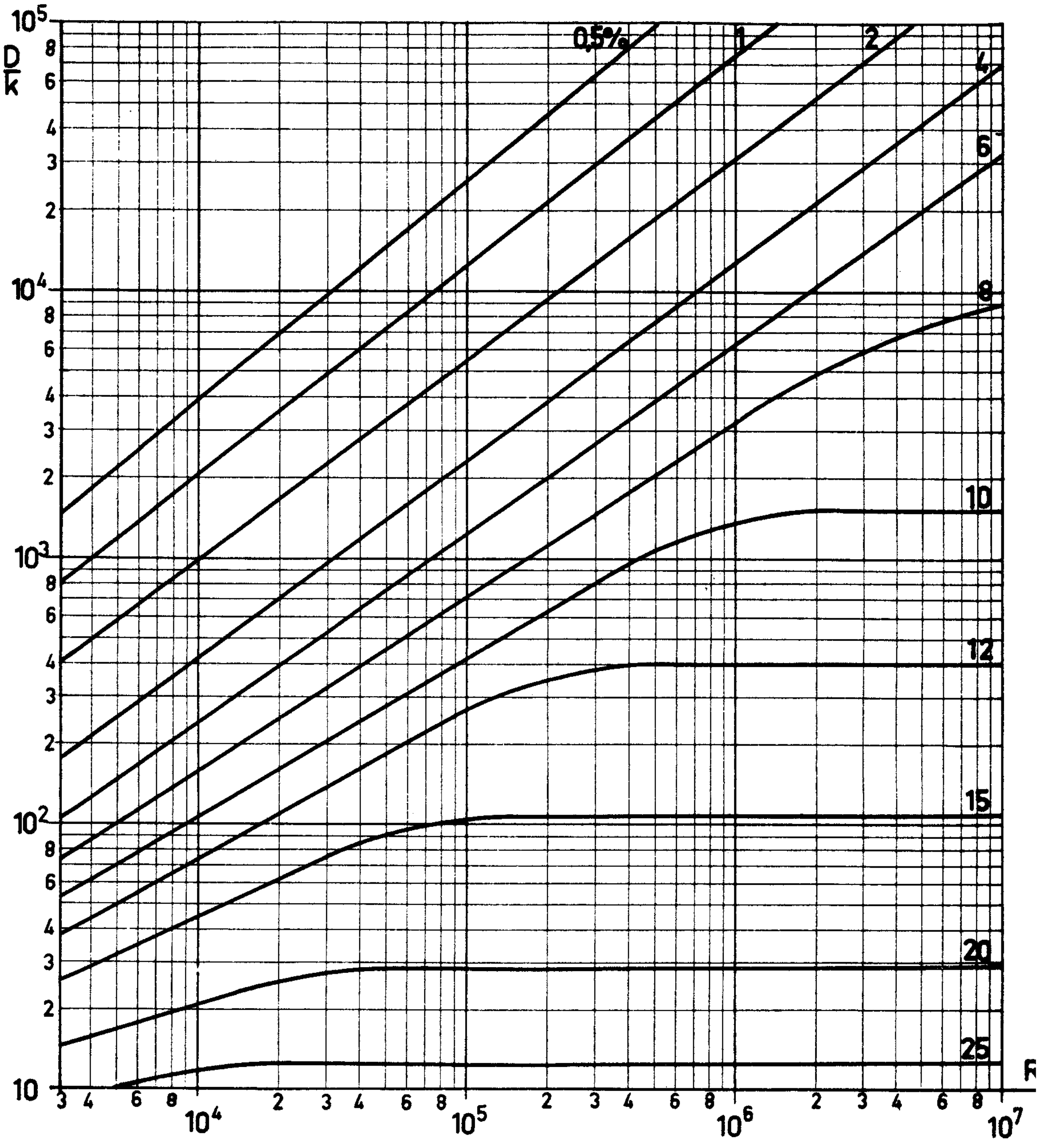


fig. 2.19 Toename van de wrijvingsweerstand in procenten bij een 50% grotere wandruwheid

voorbeeld 1

Voor een transport van 1800 m^3/uur door een oude gietijzeren leiding met een inwendige diameter van 610 mm en een wandruwheid van 2 mm, bedraagt volgens voorbeeld 1 van paragraaf 2.10 de wrijvingsweerstand 6,4 m per kilometer. Tot welke waarde stijgt deze weerstand indien de wandruwheid van 2 tot 3,5 mm toeneemt?
Voor de gegeven leiding geldt

$$Re = 270 \,.\, \frac{1800}{0{,}610} = 800000 \qquad \text{en}\ \frac{D}{k} = \frac{610}{2} = 305$$

waarmede volgens fig. 2.19 de toename van de wrijvingsweerstand 12,5% bedraagt, indien de wandruwheid met 50% wordt vergroot. De wandruwheid stijgt echter in reden van 3,5/2 = 1,75 en neemt dus met 75% toe, waardoor de weerstand zal toenemen met $\frac{75}{50} \,.\, 12{,}5 = 19\%$ tot 1,19.6,4 of 7,6 m per kilometer.

voorbeeld 2

Door een 1000 mm wijde spanbetonleiding met een wandruwheid van 0,5 mm wordt volgens voorbeeld 2 van paragraaf 2.10 bij een temperatuur van 10°C een hoeveelheid van 4100 m^3/uur getransporteerd, indien een verhang van 15 meter per 8 kilometer ter beschikking staat. Tot welke waarde vermindert deze afvoer, wanneer de temperatuur tot 0°C daalt en de ruwheid tot 0,7 mm toeneemt?
Voor de betrokken leiding geldt

$$Re = 270 \,.\, \frac{4100}{1} = 1{,}1.10^6 \qquad \text{en}\ \frac{D}{k} = \frac{1000}{0{,}5} = 2000$$

waarmede de correcties op de wrijvingsweerstand bedragen:
voor een temperatuur van 0 i.p.v. 10°C (fig. 2.17) + 1%
voor een 50% hogere wandruwheid (fig. 2.19) + 9%

De toename van de wandruwheid is echter slechts 40% $\left(\frac{0,7}{0,5} = 1,4\right)$, waarmede de totale correctie 1 + 0,8.9 = 8,2% bedraagt.

Rekening houdende met de kwadratische weerstandswet neemt bij constant verhang de afvoer met 4,1% tot 3900 m^3/uur af.

2.13 BEPALING VAN DE WRIJVINGSWEERSTAND VOOR WILLEKEURIGE VISCOSITEIT EN WANDRUWHEID

Met behulp van de tekeningen 5.3 tot en met 5.12 is het intussen ook mogelijk om voor geheel willekeurige waarden van de viscositeit υ en de wandruwheid k het bijbehorende wrijvingsverhang I direct te bepalen. Volgens 2.10 is dit verhang immers gelijk

$$I = 0,0826 \, . \, \lambda \, . \, \frac{Q^2}{D^5}$$

terwijl uit bovengenoemde tekeningen voor een viscositeit $\upsilon_o = 1,31.10^{-6}$ m^2/sec en een discrete waarde k_o van de wandruwheid een verhang I_o wordt afgelezen, dat gelijk is aan:

$$I_o = 0,0826 \, . \, \lambda_o \, . \, \frac{Q_o^2}{D_o^5}$$

De waarde van de weerstandscoëfficiënt λ is gelijk aan λ_o wanneer voor beide stromingsgevallen de relatieve wandruwheid en het getal van Reynolds even groot zijn:

$$\frac{D}{k} = \frac{D_o}{k_o} \text{ of } D = \frac{k}{k_o} \cdot D_o$$

$$Re = \frac{vD}{\upsilon} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q}{\upsilon \cdot D} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q_o}{\upsilon_o \cdot D_o} \text{ of}$$

$$Q = \frac{\upsilon}{\upsilon_o} \cdot \frac{D}{D_o} \cdot Q_o = \frac{\upsilon}{\upsilon_o} \cdot \frac{k}{k_o} \cdot D_o$$

Deze waarden van D en Q in de formule voor het gezochte wrijvingsverhang I gesubstitueerd geeft met $\lambda = \lambda_o$:

$$I = 0{,}0826 \cdot \lambda_o \cdot \frac{Q^2}{D^5} = 0{,}0826 \cdot \lambda_o \cdot \frac{Q_o^2}{D_o^5} \cdot \left(\frac{\upsilon}{\upsilon_o}\right)^2 \cdot \left(\frac{k_o}{k}\right)^3 \text{ of}$$

$$I = I_o \cdot \left(\frac{\upsilon}{\upsilon_o}\right)^2 \cdot \left(\frac{k_o}{k}\right)^3$$

waarin I_o het verhang dat in de gekozen tekening moet worden afgelezen

voor een afvoer $Q_o = \frac{\upsilon_o}{\upsilon} \cdot \frac{k_o}{k} \cdot Q$

bij een diameter $D_o = \frac{k_o}{k} \cdot D$

voorbeeld 1

Door een 26″ stalen leiding met een wandruwheid van 0,04 mm wordt ruwe olie verpompt met een soortelijk gewicht van 0,86 en een viscositeit van 30 centistokes. Welke druk is nodig voor een transport van 1750 ton per uur over een afstand van 80 kilometer?

Voor de betrokken leiding geldt

$D = 26'' = 660$ mm, $k = 0{,}04$ mm. $\upsilon = 0{,}3.10^{-4}$ m²/sec
$Q = 1750/0{,}86 = 2030$ m³/uur

Aan tekening 5.3 is ten grondslag gelegd

$k_o = 0{,}01$ mm, $\upsilon_o = 1{,}31.10^{-6}$ m²/sec

zodat in deze tekening het verhang I_o moet worden afgelezen voor

$$Q_o = \frac{1{,}31.10^{-6}}{0{,}3.10^{-4}} \cdot \frac{0{,}01}{0{,}04} \cdot 2030 = 22{,}2 \text{ m}^3\text{/uur en}$$

$$D_o = \frac{0{,}01}{0{,}04} \cdot 660 = 165 \text{ mm, hetgeen geeft}$$

$I_o = 5{,}8.10^{-4}$

Het werkelijke verhang wordt

$$I = 5{,}8.10^{-4} \cdot \left(\frac{0{,}3.10^{-4}}{1{,}31.10^{-6}}\right)^2 \cdot \left(\frac{0{,}01}{0{,}04}\right)^3 = 4{,}75.10^{-3}$$

hetgeen over 80 km een verval van 380 meter oliekolom betekent. Met een soortelijk gewicht van 0,86 is hiervoor een druk van bijna 33 atmosfeer nodig.

voorbeeld 2

Voor het transport van 1800 m³/uur door een oude gietijzeren leiding met een inwendige

diameter van 610 mm, een wandruwheid van 2 mm en een watertemperatuur van 10°C, bedraagt volgens voorbeeld 1 van paragraaf 2.10 de wrijvingsweerstand 6,4 m per km. Tot welke waarde stijgt deze weerstand indien de wandruwheid tot 15 mm toeneemt?
Voor de gegeven leiding geldt

$D = 610$ mm, $k = 15$ mm, $\upsilon = 1{,}31.10^{-6}$ m²/sec, $Q = 1800$ m³/uur,

terwijl tekening 5.11 is gebaseerd op

$k_o = 5$ mm, $\upsilon_o = 1{,}31.10^{-6}$ m²/sec

Bij een afvoer $Q_o = \frac{5}{15} . 1800 = 600$ m³/uur en

een diameter $D_o = \frac{5}{15} . 610 = 203$ mm wordt in deze tekening afgelezen

$I_o = 0{,}35$

Het werkelijke verhang is gelijk

$I = 0{,}35 . \left(\frac{5}{15}\right)^3 = 0{,}013$ of 13 meter per kilometer.

2.14 EXPONENTIELE BENADERINGSFORMULES VOOR DE WRIJVINGSWEERSTAND

In het voorgaande is er reeds verschillende malen op gewezen, dat de formule van Colebrook nogal gecompliceerd is en in het bijzonder de waarde van de weerstandscoëfficiënt λ hieruit niet expliciet kan worden opgelost. De formule van Colebrook is daarmede ongeschikt voor voortgezette berekeningen, zoals de bepaling van de meest economische diameter van een transportleiding, de afvoerverdeling in een vermaasd leidingstelsel en dergelijke. Bij zulke berekeningen behoeft de wrijvingsweerstand echter slechts voor een beperkte variatie van afvoer, diameter, wandruwheid en viscositeit te worden bepaald en kunnen ook met benaderingsformules voldoend nauwkeurige resultaten worden verkregen. Verschillende benaderingsformules kunnen worden opgesteld, doch het meest gebruikt worden exponentiële formules van de vorm

$$\lambda \sim Re^{-\alpha} \cdot \left(\frac{k}{D}\right)^{\beta}$$

waarin $Re = \dfrac{v \cdot D}{\upsilon} = \dfrac{4}{\pi} \cdot \dfrac{Q}{D \cdot \upsilon}$, gesubstitueerd

$$\lambda \sim \frac{Q^{-\alpha}}{D^{-\alpha+\beta}} \cdot \upsilon^{\alpha} \cdot k^{\beta}$$

Deze waarde van λ ingevuld in de formule van Darcy-Weisbach

$$I = \frac{z}{h} = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0826 \cdot \lambda \cdot \frac{Q^2}{D^5}$$

geeft dan uiteindelijk als benaderingsformule voor het wrijvingsverhang

$$I = a \cdot \frac{Q^{2-\alpha}}{D^{5-\alpha+\beta}} \cdot \upsilon^{\alpha} \cdot k^{\beta}$$

waarin a een evenredigheidsconstante, welke met behulp van de tekeningen 5.3 tot en met 5.12 gemakkelijk kan worden bepaald. In deze formule hebben de exponenten α en β intussen geen constante waarde, doch hangen nog af van het getal van Reynolds en de relatieve wandruwheid. In de tekeningen 2.20 en 2.21 is deze afhankelijkheid grafisch weergegeven, terwijl de waarde van het getal van Reynolds weer kan worden bepaald op de wijze als reeds in 2.11 en 2.12 is aangegeven.

voorbeeld 1

In een vermaasd leidingstelsel bevindt zich een asbestcement leiding met een lengte van 1200 m, een diameter van 300 mm en een wandruwheid van 0,02 mm. Hoe luidt voor deze leiding bij een temperatuur van 18°C het verband tussen weerstand en afvoer, dat aan een netberekening ten grondslag kan worden gelegd? Wordt voor deze leiding de snelheid op ongeveer 1 m/sec geschat, dan geldt volgens tekening 5.4:

$Q = 250$ m³/uur, $\qquad I = 0{,}0026, \qquad z = 3{,}1$ m

Met $Re = 270 \cdot \dfrac{250}{0{,}3} = 220000$ en $\dfrac{D}{k} = \dfrac{300}{0{,}02} = 15000$

volgt uit fig. 2.20

$\alpha = 0{,}17$

Met $\upsilon_{10°} = 1{,}31.10^{-6}$ m²/sec en $\upsilon_{18°} = 1{,}06.10^{-6}$ m²/sec wordt de gezochte weerstand

$$z = 3{,}1 \cdot \left(\frac{Q}{250}\right)^{1,83} \cdot \left(\frac{1{,}06}{1{,}31}\right)^{0,17} = 0{,}86.10^{-4} \cdot Q^{1,83} \text{ m}$$

wanneer Q in m³/uur wordt uitgedrukt.

voorbeeld 2

Voor een transport van gemiddeld 1500 m³/uur bij 10°C zal gebruik worden gemaakt van een spanbetonleiding met een wandruwheid van 0,6 mm. Voor de bepaling van de meest economische diameter wordt nu het verband tussen het wrijvingsverhang en de diameter gevraagd. Bij een snelheid van ongeveer 1 m/sec, een temperatuur van 10°C en een wandruwheid van

0,5 mm, treedt volgens tekening 5.8 bij een afvoer van 1500 m³/sec door een leiding met een diameter van 700 mm een verhang van 0,00163 op. Met

$$Re = 270 \, . \, \frac{1500}{0,7} = 600.000 \quad \text{en} \; \frac{D}{k} = \frac{700}{0,5} = 1400$$

volgt uit fig. 2.20 en 2.21

$\alpha = 0,04 \qquad \beta = 0,20$

waarmede het gezochte wrijvingsverhang wordt

$$I = 0,00163 \, . \left(\frac{0,7}{D}\right)^{5,16} . \left(\frac{0,6}{0,5}\right)^{0,20} = \frac{0,0107}{D^{5,16}}$$

indien D in meters wordt uitgedrukt.

2.15 GROOTTE VAN DE WANDRUWHEID EN TOENAME MET DE TIJD

Met de in de vorige paragrafen beschreven methoden kan de wrijvingsweerstand op eenvoudige wijze worden berekend, zodra de grootte van de wandruwheid k bekend is. Deze ruwheidsmaat zelf is echter bijzonder moeilijk te bepalen, daar zij niet alleen afhangt van de hoogten der oneffenheden, maar ook van hun vorm en onderlinge afstand. Om deze moeilijkheden te ondervangen maakte Nikuradse voor zijn proefnemingen gebruik van kunstmatig ruw gemaakte buizen, waarvan de gladde binnenwand aaneengesloten werd geplakt met ronde zandkorrels van dezelfde grootte. (fig. 2.6). Deze wandruwheid kan met één enkele maat worden vastgelegd, waarvoor eenvoudigheidshalve de diameter der korrels is gekozen. Worden de op grond van proefnemingen met deze zandruwe buizen opgestelde formules echter gebruikt om de wrijvingsweerstand in technische buizen te berekenen, dan moet de ruwheid hiervan worden

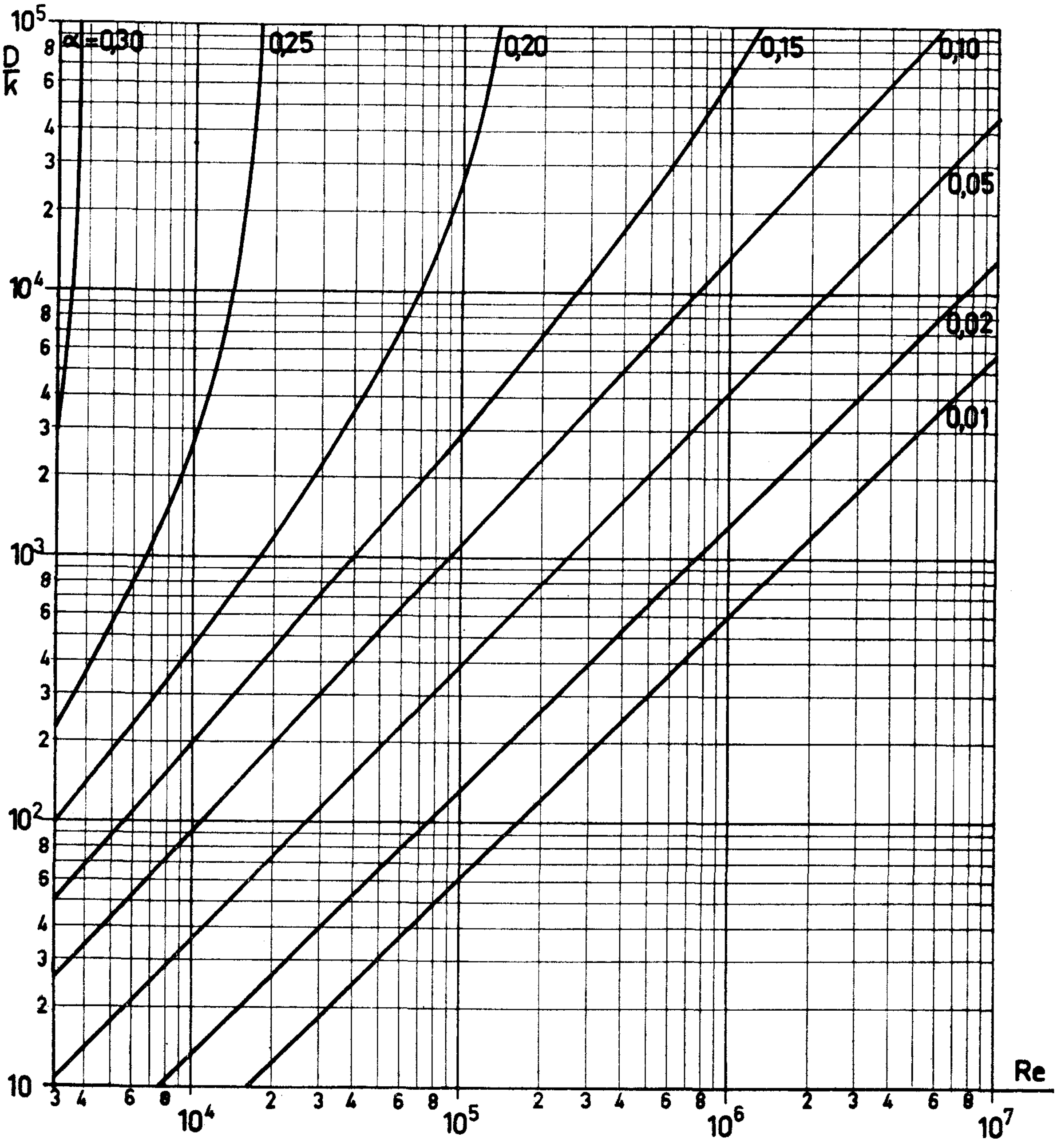


fig. 2.20 De waarde van de exponent α in de formule $\lambda \sim Re^{-\alpha}$

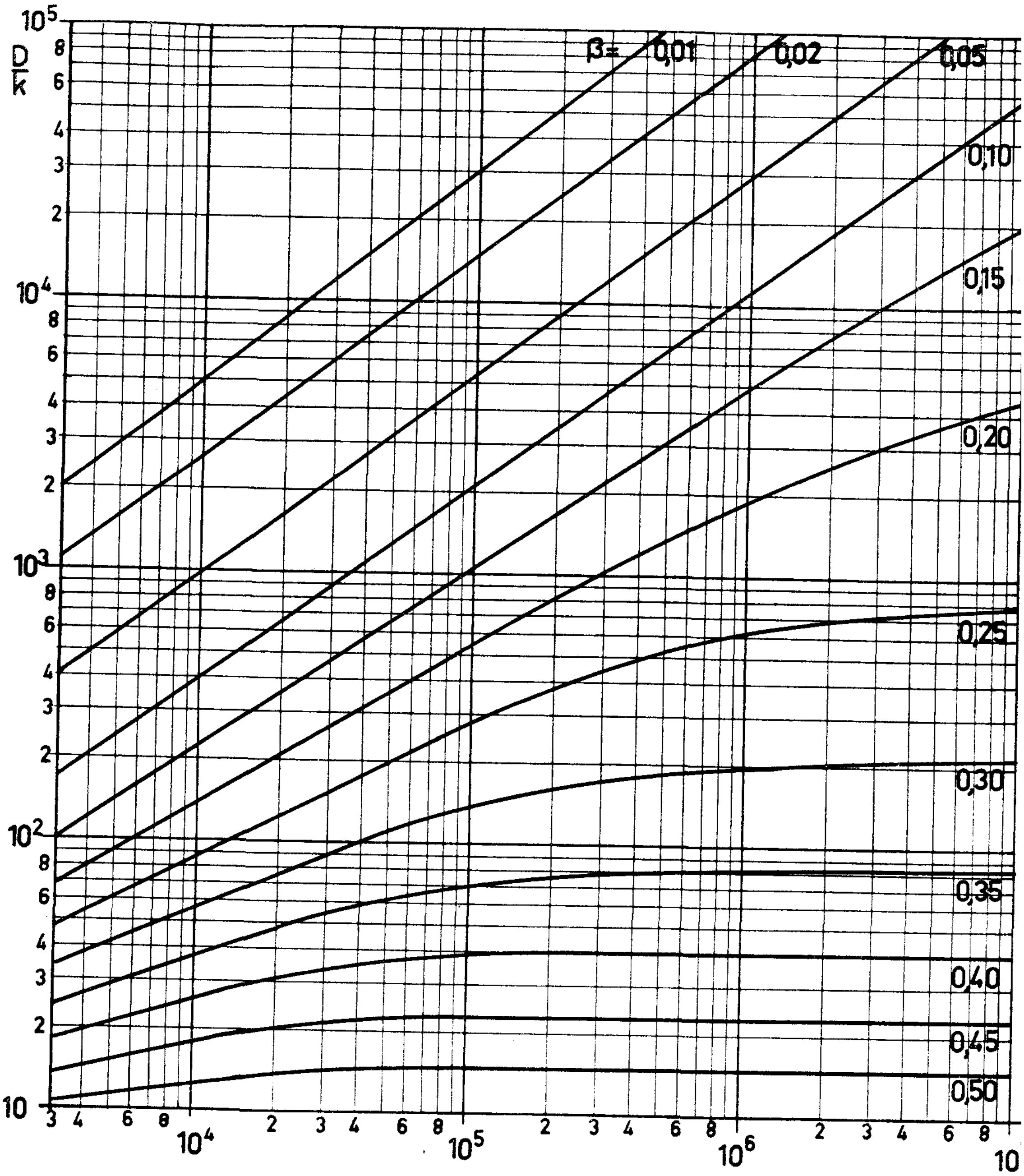


fig. 2.21 De waarde van de exponent β in de formule $\lambda \sim \left(\frac{k}{D}\right)^{\beta}$

gedefinieerd als de diameter van die zandkorrel, welke hetzelfde wrijvingsverlies zou geven als de aanwezige natuurlijke ruwheid. Deze equivalente zandruwheid kan slechts experimenteel, door meting van de wrijvingsweerstand worden bepaald. In de afgelopen decennia is dit voor honderden leidingen geschied. De resultaten van deze metingen zijn samengevat in tekening 5.1, welke voor diverse materialen, fabricagemethoden, afwerkingen en dergelijke de orde van grootte van de wandruwheid k in millimeters aangeeft. In deze experimenteel bepaalde wandruwheid is de invloed van de voegen tussen de afzonderlijke leidingen uiteraard begrepen.
De op de bovenaangegeven wijze gevonden wandruwheid hangt bij nieuwe leidingen intussen niet alleen af van het buismateriaal, doch ook van de fabricagemethode, de binnenbekleding en de wijze van leggen. Staand gegoten gietijzeren buizen b.v. hebben een wandruwheid van ongeveer 1/4 mm, welke door asfaltering tot 1/8 mm kan worden teruggebracht, terwijl voor geasfalteerde centrifugaal gegoten buizen deze ruwheid slechts 1/20 mm bedraagt. Gecentrifugeerde betonbuizen hebben vaak een ruwheid tussen 1/2 en 1 mm, doch bij vele spanbetonbuizen is deze ruwheid niet groter dan 1/4 mm en bij Freysinnetbuizen zelfs niet meer dan 1/25 mm. Worden de afzonderlijke buizen door mof en spie verbonden, dan is het wenselijk om het spie-eind stroomafwaarts te plaatsen en dus met de aanleg aan het eindpunt der leiding te beginnen. In het omgekeerde geval treedt namelijk een grotere voegweerstand op, welke door een enkele tot enkele tientallen procenten hogere wandruwheid in rekening moet worden gebracht. Vergelijk 4.4.
Voor oude leidingen treedt hiernaast als extra variabele nog de verandering van de wandruwheid met de tijd op. Was de oorspronkelijke buiswand erg ruw, dan zou door slijmafzettingen een vermindering van de ruwheid kunnen optreden. Dit is echter uitzondering en in de praktijk zullen corrosie, incrustatie, afzetting van slib en bacteriën doorgaans tot een toeneming van de wandruwheid leiden. In ernstige gevallen kan de wandruwheid hierbij tot een veelvoud van de oorspronkelijke waarde stijgen, terwijl bij afzetting van een wat dikkere sliblaag de oorspronkelijke ruwheid van geen betekenis meer is en de wrijvingsweerstand geheel door vorm en afmetingen van de ribbels in deze sliblaag wordt bepaald. De snelheid waarmede de wandruwheid toeneemt hangt intussen af van de aard van het buismateriaal en de bekleding en van de

samenstelling van het te transporteren water en kan moeilijk kwantitatief worden aangegeven. Voor gietijzeren en stalen buizen schijnt een samenhang met de Langelier-index te bestaan en neemt de wandruwheid lineair met de tijd toe:

$$k_t = k_o + \alpha \,.\, t$$

waarin α afhangt van de Langelier-index I volgens de betrekking:

$$\alpha = (0{,}0125 \text{ à } 0{,}05) \,.\, e^{-0{,}9 \,.\, I}$$

In deze formule is α uitgedrukt in mm/jaar en wordt de Langelier-index bij een watertemperatuur van 10°C gegeven door

$$I = p_H + \log(Ca^{++}) + \log(HCO_3^-) - 11{,}9$$

waarin p_H de zuurgraad en (Ca^{++}) en (HCO_3^-) de concentraties aan deze bestanddelen in mg/l voorstellen.

Hoèwel in tekening 5.1 met de bovengenoemde factoren zo goed mogelijk rekening is gehouden, kunnen de hier vermelde ruwheden toch niet meer dan een aanwijzing zijn. Een inspectie van de binnenwand der buis zal nadere inlichtingen moeten geven om tot een redelijke schatting van de maatgevende wandruwheid te komen. Is echter een nauwkeurige kennis van de wandruwheid noodzakelijk, dan zal deze van de betrokken buis door meting moeten worden bepaald. Staat een langere leidinglengte ter beschikking, dan kan dit het meest betrouwbaar geschieden door het verband tussen afvoer en verhang vast te stellen. Bij een leidinglengte van slechts enkele tientallen meters is het verval echter zo gering, dat de wandruwheid nauwkeuriger uit een opmeting van het snelheidsprofiel kan worden berekend. Worden de resultaten van dergelijke metingen gepubliceerd, dan kunnen hiermede de gegevens van tekening 5.1 worden aangevuld.

hoofdstuk 3

wrijvingsweerstanden in kanalen

3.1 HYDRAULISCHE DIAMETER

Volgens de in 1.2 gegeven afleiding, zou de formule van Darcy-Weisbach

$$z = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

ook gelden voor elke willekeurige profielvorm, mits slechts voor D wordt ingevuld de hydraulische diameter, dit wil zeggen 4 maal de verhouding tussen het natte oppervlak en de natte omtrek van de betrokken dwarsdoorsnede:

$$D_H = 4 \cdot \frac{F}{\Omega} .$$

De waarde van deze hydraulische diameter hangt nu niet alleen af van de gekozen profielgrootte $F = Q/v$, doch mede van de profielvorm. Voor een liggend rechthoekig profiel met een verhouding n tussen de breedte b en de hoogte h geldt b.v.

$$D_H = \frac{4\,b \cdot h}{2\,(b + h)} = \frac{2 \cdot n}{n + 1} \cdot h = \frac{2\sqrt{n}}{n + 1} \cdot \sqrt{F} = \alpha \cdot \sqrt{F}$$

Welke profielvorm in een bepaald geval moet worden toegepast, hangt primair van constructieve en bedrijfstechnische overwegingen af. De in hydraulisch opzicht meest gunstige profielvorm met de geringste wrijvingsweerstand wordt verkregen wanneer bij het gekozen oppervlak F de hydraulische diameter zo groot mogelijk is. Bij het hierboven als voorbeeld gekozen rechthoekige profiel moet de waarde van n daartoe zodanig worden gekozen, dat

$$\alpha = \frac{2\sqrt{n}}{n + 1}$$

maximaal wordt. Dit is het geval voor $n = 1$, $\alpha = 1$ en

$$D_H = \sqrt{F}$$

Zoals uit fig. 3.1 blijkt, benadert bij geheel gevulde gesloten kanalen het meest gunstige profiel de cirkel en bij open kanalen de halve cirkel.
Bij bovengenoemde afleiding van de formule voor de wrijvingsweerstand in leidingen, is intussen ook uitgegaan van de onderstelling, dat de wandwrijving τ evenredig is met het kwadraat van de gemiddelde snelheid v. In werkelijkheid wordt deze wandwrijving echter bepaald door de snelheid ter plaatse, terwijl de verhouding tussen deze snelheid en de gemiddelde snelheid mede van de profielvorm afhankelijk is. Dit betekent, dat de evenredigheidsconstante wel voor alle cirkelronde en alle vierkante profielen een constante waarde heeft, doch deze waarden zijn niet aan elkaar gelijk en hangen bij b.v. rechthoekige profielen nog van de verhouding tussen breedte en hoogte af. Aan deze variatie van de evenredigheidsconstante zou op verschillende manieren tegemoet kunnen worden gekomen. In de praktijk wordt er de voorkeur aan gegeven om de formule van Darcy-Weisbach onverkort te handhaven en het verband tussen de weerstandscoëfficiënt λ enerzijds en anderzijds het getal van Reynolds en de relatieve wandruwheid aan de profielvorm aan te passen. In de volgende paragrafen zal dit nader worden besproken.

Voor de berekening van de wrijvingsweerstand in open kanalen wordt in de praktijk vaak gebruik gemaakt van de formule van de Chézy:

$$v = C\sqrt{R\,.\,I}$$

waarin R de hydraulische straal, de verhouding tussen het natte oppervlak en de natte omtrek van de dwarsdoorsnede en C de weerstandscoëfficiënt. Het verband met de factoren gebruikt in de formule van Darcy-Weisbach wordt gegeven door de betrekkingen

$$D_H = 4R \qquad\qquad \lambda = \frac{8g}{C^2}$$

Wordt ook de definitie van het getal van Reynolds en van de relatieve wandruwheid op de hydraulische straal betrokken, dan kan turbulente stroming reeds optreden voor $Re > 580$ en

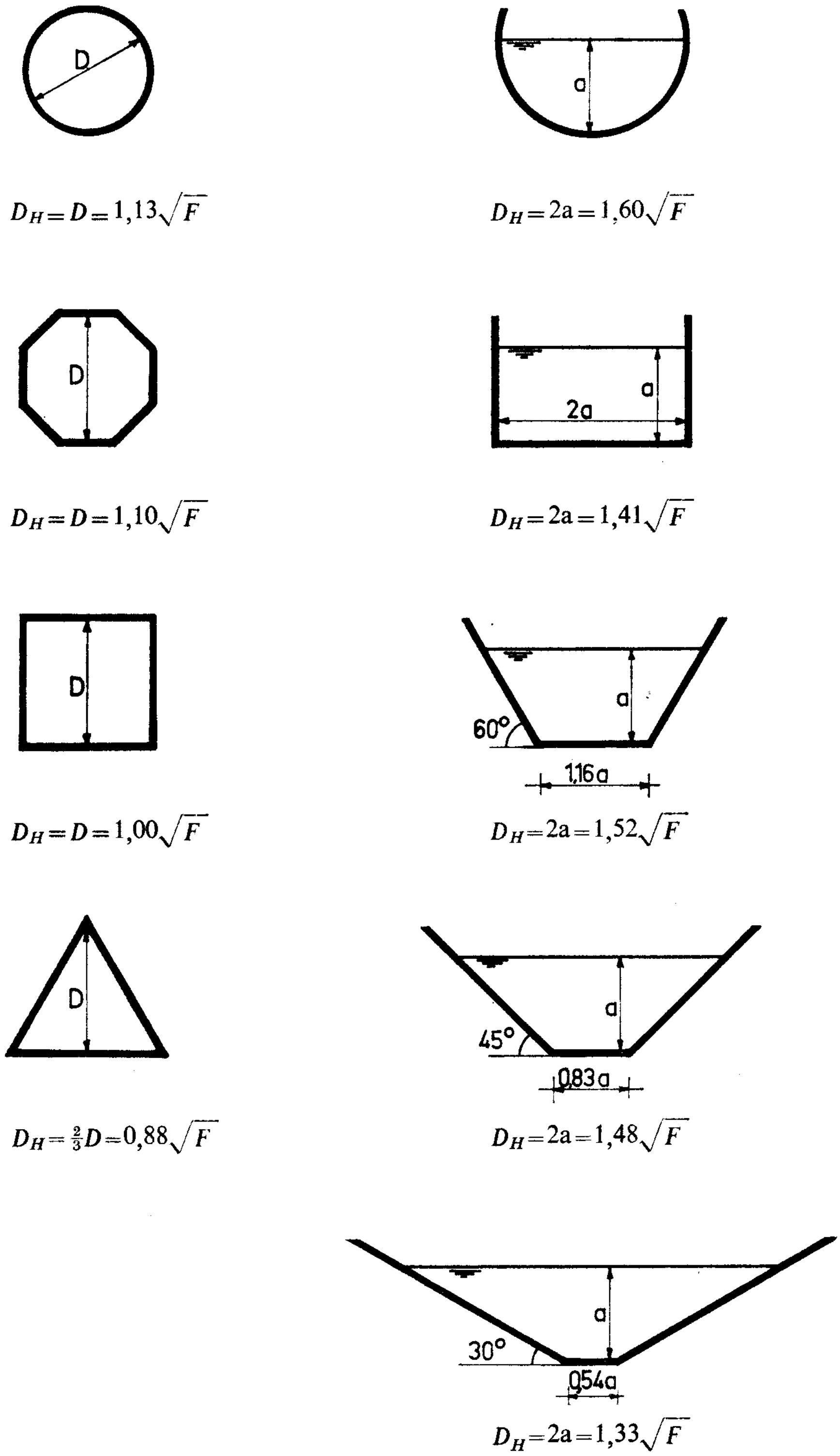


fig. 3.1 Hydraulische diameter als functie van profielgrootte F en profielvorm

moeten in de formules voor de waarde van C alle getallen staande vóór $Re = \frac{v \,.\, R}{\nu}$ of $\frac{R}{k}$ met een factor 4 worden vermenigvuldigd.

3.2 LAMINAIRE STROMING

Wordt zoals hierboven aangegeven de formule van Darcy-Weisbach op de hydraulische diameter betrokken

$$z = \lambda \,.\, \frac{L}{D_H} \,.\, \frac{v^2}{2g}$$

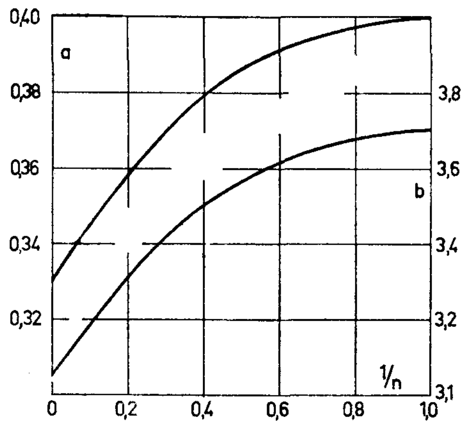
dan geldt voor de waarde van de weerstandscoëfficiënt λ bij laminaire stroming in buizen (2.2):

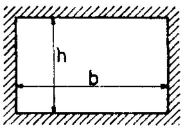
$$\lambda = \frac{64}{Re}, \text{ met } Re = \frac{v \,.\, D_H}{\nu} \quad \text{en } D_H = D$$

De waarde van de bovengenoemde factor 64 hangt echter van de profielvorm af en vertoont van geval tot geval zeer sterke verschillen. Voor een rechthoek met een verhouding tussen breedte en hoogte gelijk n geldt bijvoorbeeld:

$n =$	1	2	4	8	∞
$\lambda =$	57	62	74	84	96 x $\frac{1}{Re}$

Deze verschillen zijn zo groot, dat het zelfs bij benadering niet mogelijk is om voor laminaire stroming een algemeen geldende formule voor de weerstandscoëfficiënt λ op te stellen. Van geval tot geval zal deze formule afzonderlijk moeten worden afgeleid. Voor de waterleidingtechniek heeft dit weinig zin, daar laminaire stroming hier beperkt is tot leidingen voor brandstofolie en dergelijke en deze leidingen steeds een cirkelronde doorsnede hebben.





$$n = \frac{b}{h}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[\frac{1}{a . Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{b . D_H} \right]$$

fig. 3.2 De formule van Colebrook voor turbulente stroming door leidingen met een rechthoekige dwarsdoorsnede

Daar het verband tussen hydraulische diameter en het oppervlak van de dwarsdoorsnede eveneens van de profielvorm afhankelijk is, zijn de verschillen in wrijvingsweerstand intussen nog veel groter dan uit vorenstaande tabel zou volgen. Wordt voor eenzelfde afvoer door leidingen met een gelijkblijvend oppervlak der dwarsdoorsnede, de wrijvingsweerstand in een cirkelronde buis op 100% gesteld, dan bedraagt deze weerstand voor rechthoekige buizen met een verhouding n tussen breedte en hoogte:

$n =$	1	2	4	8
weerstand	113	140	230	420%

Voor laminaire stroming is het dus wel bijzonder belangrijk om met de profielvorm de cirkel zoveel mogelijk te benaderen.

3.3 TURBULENTE STROMING

Wordt wederom voor het gehele gebied van de turbulente stroming gebruik gemaakt van de formule van Colebrook, maar deze nu geschreven in de meer algemene vorm

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{1}{a . Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{b . D_H} \right)$$

dan geldt voor cirkelronde buizen volgens 2.9:

$a = 0{,}40 \qquad b = 3{,}7$

Bij leidingen met een andere dwarsdoorsnede hangt de waarde van de factoren a en b mede van de profielvorm af. Voor leidingen met een rechthoekige doorsnede is in fig. 3.2 de grootte van a en b als functie van de verhouding tussen hoogte en breedte weergegeven. Uit deze grafiek blijkt echter duidelijk, dat de variatie in a en b maar beperkt is. In de formule voor de weerstandscoëfficiënt λ komen beide factoren bovendien onder een logarithme voor, waardoor de invloed van hun variatie op de grootte van λ slechts gering zal zijn. Voor een tamelijk plat rechthoekig profiel met een verhouding tussen breedte en hoogte van 2,5 geldt bij voorbeeld

$n = 0{,}4 \qquad a = 0{,}38 \qquad b = 3{,}5$

Gebruik van deze waarden in de formule van Colebrook geeft intussen dezelfde grootte van λ als bij toepassing van de formule voor cirkelronde buizen ($a = 0{,}40$ en $b = 3{,}7$) zou worden verkregen, indien daarbij wordt uitgegaan:

van een viskositeit welke een factor 0,4/0,38 maal zo groot is, dit wil zeggen voor een watertemperatuur van 8 in plaats van 10°C en van een wandruwheid welke een factor 3,7/3,5 maal zo groot is, bij voorbeeld 1,06 in plaats van 1 mm.

Deze verschillen zijn echter kleiner dan de nauwkeurigheid waarmede normaal watertemperatuur en wandruwheid worden geschat en dit is de reden, dat in de praktijk de formule van Colebrook voor cirkelronde buizen ook voor willekeurige profielvormen wordt toegepast. Alleen bij zeer platte profielen, met een ongunstige verhouding tussen natte omtrek en nat oppervlak van de dwarsdoorsnede wordt dan een λ-waarde verkregen welke meer dan 5% te laag is.

De omstandigheid, dat bij turbulente stroming de invloed van de profielvorm op de formule van de weerstandscoëfficiënt λ kan worden verwaarloosd, betekent intussen niet dat bij eenzelfde oppervlak der dwarsdoorsnede ook de wrijvingsweerstand steeds dezelfde waarde zal behouden. Hoe meer het profiel namelijk van de cirkelvorm afwijkt, hoe kleiner de hydraulische diameter zal zijn en hoe groter de optredende wrijvingsweerstand. Wordt voor een leiding met een oppervlak van de dwarsdoorsnede gelijk 1 m² en een wandruwheid van 1 mm, de weerstand in een cirkelronde buis bij stroming langs hydraulisch ruwe wand op 100% gesteld, dan geldt voor rechthoekige buizen met een verhouding n tussen breedte en hoogte

$n =$	1	2	4	8
weerstand	116	125	154	208%

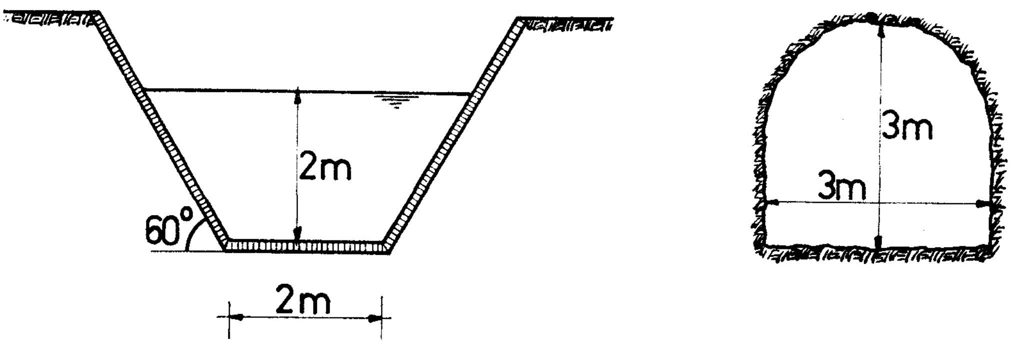


fig. 3.3 Leidingprofielen

Door de turbulente stroming is het snelheidsprofiel vlakker en zijn de weerstandsverschillen geringer dan in 3.2 voor laminaire stroming werd gevonden. Deze weerstandsverschillen blijven echter aanzienlijk en eveneens bij turbulente stroming is het dan ook gewenst om met de profielvorm zoveel mogelijk de cirkel te benaderen.

3.4 BEREKENING VAN DE WRIJVINGSWEERSTAND BIJ TURBULENTE STROMING

Uitgaande van de formule van Darcy-Weisbach

$$z = \lambda \cdot \frac{L}{D_H} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

waarin D_H de hydraulische diameter

$$D_H = \frac{4 \cdot F}{\Omega}$$

en λ de weerstandscoëfficiënt volgens Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{1}{0{,}4 \cdot Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3{,}7 \cdot D_H} \right)$$

levert de berekening van de turbulente wrijvingsweerstand weinig moeilijkheden op, zoals uit onderstaande voorbeelden kan blijken.

voorbeeld 1

Het in fig. 3.3 aan de linkerzijde getekende kanaal is bekleed met betonplaten en heeft een wandruwheid van 3 mm. Onder welk bodemverhang moet dit kanaal worden aangelegd ten-

einde voor een afvoer van 5 m³/sec bij een temperatuur van 0°C een stationaire stroming te verkrijgen?
Voor het getekende profiel geldt

$$F = 6{,}31\ \text{m}^2 \qquad \Omega = 6{,}62\ \text{m} \qquad D_H = \frac{4\,.\,6{,}31}{6{,}62} = 3{,}81\ \text{m}$$

waarmede de berekening als volgt verloopt:

$$\begin{array}{llll}
Q & = 5{,}00\ \text{m}^3/\text{sec} & & \\
F & = 6{,}31\ \ \text{m}^2 & & \\
v & = 0{,}792\ \text{m/sec} & & \\
\dfrac{v^2}{2g} & = & & = 0{,}0320\ \text{m} \\
\dfrac{1}{D_H} & = \dfrac{1}{3{,}81} & & = 0{,}263\ \ \text{m}^{-1} \\
Re & = \dfrac{0{,}792\,.\,3{,}81}{1{,}79\,.\,10^{-6}} = 1{,}68.10^6 & \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} & \lambda = 0{,}0188 \\
\dfrac{D_H}{k} & = \dfrac{3{,}81}{0{,}003} \quad = 1270 & & \\
 & & & \overline{\phantom{= 0{,}158\,.\,10^{-3}}}\ \text{x} \\
I & = \lambda\,.\,\dfrac{1}{D_H}\,.\,\dfrac{v^2}{2g} & & = 0{,}158\,.\,10^{-3}
\end{array}$$

dit wil zeggen een verhang van rond 16 cm per kilometer.
Is bij een temperatuur van — 0°C een vaste ijslaag ter dikte van 10 cm aanwezig en wordt hiervoor dezelfde wandruwheid van 3 mm aangehouden, dan geldt

$$F = 5{,}88\ \text{m}^2 \qquad \Omega = 10{,}7\ \text{m} \qquad D_H = 2{,}20\ \text{m}$$

waarmede de berekening luidt:

$$
\begin{array}{lll}
Q & = 5{,}00 \text{ m}^3/\text{sec} & \\
F & = 5{,}88 \text{ m}^2 & \\
v & = 0{,}850 \text{ m/sec} & \\
\dfrac{v^2}{2g} & = & = 0{,}0368 \text{ m} \\
\dfrac{1}{D_H} & = \dfrac{1}{2{,}20} & = 0{,}455 \text{ m}^{-1}
\end{array}
$$

$$
\left.
\begin{array}{ll}
Re & = \dfrac{0{,}850 \,.\, 2{,}20}{1{,}79 \,.\, 10^{-6}} = 1{,}05 \,.\, 10^6 \\[2ex]
\dfrac{D_H}{k} & = \dfrac{2{,}20}{0{,}003} = 733
\end{array}
\right\} \lambda = 0{,}0214
$$

$$
I = \lambda \,.\, \frac{1}{D_H} \,.\, \frac{v^2}{2g} \qquad = 0{,}361 \,.\, 10^{-3}
$$

of een verhang dat rond 2,3 maal zo groot is als zonder ijslaag, terwijl de toeneming van de snelheid toch slechts 7% bedraagt!

voorbeeld 2

Ten behoeve van een waterkrachtcentrale is de in fig. 3.3 aan de rechterzijde getekende tunnel in de rots uitgehouwen. Welke hoeveelheid water wordt door deze tunnel aangevoerd bij een verhang van 6 m per km, een wandruwheid van 5 cm en een temperatuur van 0°C?

Voor het onderhavige tunnelprofiel geldt

$F = 12{,}5 \text{ m}^2 \qquad \Omega = 13{,}7 \text{ m} \qquad D_H = 3{,}65 \text{ m}$

Wordt als eerste aanname een snelheid van 3 m/sec gekozen, dan luidt de berekening

$$v = 3{,}00 \text{ m/sec}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \qquad = 0{,}458 \text{ m}$$

$$\frac{1}{D_H} = \qquad = 0{,}274 \text{ m}^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} Re = \dfrac{3{,}00 \,.\, 3{,}65}{1{,}79 \,.\, 10^{-6}} = 6{,}1 \,.\, 10^6 \\[2ex] \dfrac{D_H}{k} = \dfrac{3{,}65}{0{,}05} = 73 \end{array}\right\} \lambda = 0{,}0423$$

$$I = \lambda \,.\, \frac{1}{D_H} \,.\, \frac{v^2}{2g} \qquad = 5{,}31 \,.\, 10^{-3}$$

Volgens tekening 5.2 vindt de stroming geheel in het hydraulisch ruwe gebied plaats. De weerstandscoëfficiënt λ is dus constant en bij een verhang van 6 m per km treedt een stroomsnelheid op van

$$v = 3{,}00 \sqrt{\frac{6{,}00}{5{,}31}} = 3{,}19 \text{ m/sec}$$

overeenkomende met een afvoer van

$Q = 3{,}19 \,.\, 12{,}5 = 40 \text{ m}^3\text{/sec}$

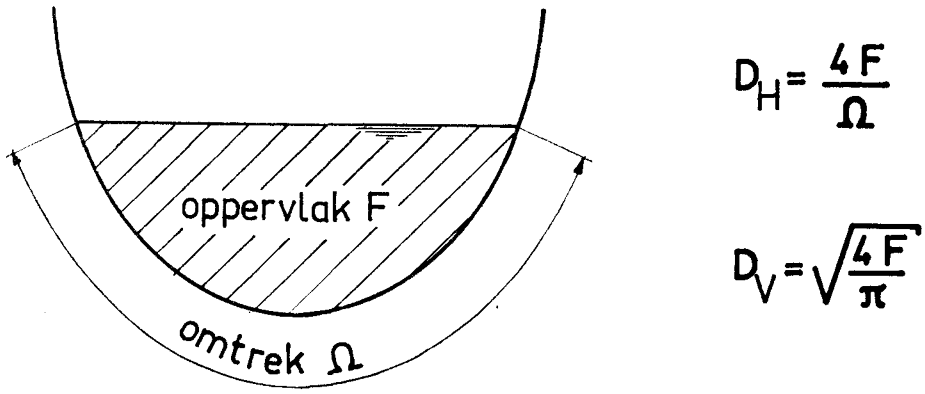


fig. 3.4 Hydraulische parameters voor een willekeurige profielvorm

3.5 BEPALING VAN DE WRIJVINGSWEERSTAND BIJ TURBULENTE STROMING MET BEHULP VAN GRAFIEKEN

Zoals in 2.10 aangegeven, kan in de tekeningen 5.3 tot en met 5.11 de wrijvingsweerstand in cirkelronde buizen direct worden afgelezen. Om deze grafieken nu ook voor de bepaling van de wrijvingsweerstand bij willekeurige profielvorm te kunnen gebruiken, moet zulk een profiel door 2 parameters worden gekarakteriseerd:

$$D_H = \frac{4 \,.\, F}{\Omega} \qquad D_v = \sqrt{\frac{4 \,.\, F}{\pi}}$$

waarin F het natte oppervlak en Ω de natte omtrek van de betrokken dwarsdoorsnede voorstelt (fig. 3.4). De hydraulische diameter D_H is gelijk aan de diameter van de cirkelronde buis met dezelfde verhouding tussen nat oppervlak en natte omtrek, terwijl in een cirkelronde buis met diameter D_v dezelfde stroomsnelheid optreedt. Met deze parameters kan de formule van Darcy-Weisbach

$$I = \lambda \,.\, \frac{1}{D_H} \,.\, \frac{v^2}{2g}$$

worden getransformeerd tot

$$I = 0{,}0826 \,.\, \lambda \,.\, \frac{Q^2}{D_H \,.\, D_v^4}$$

waarin de wrijvingscoëfficiënt λ een functie van het getal van Reynolds en de relatieve wandruwheid

$$\lambda = f\left(Re\,, \frac{k}{D_H}\right) = f\left(\frac{Q \,.\, D_H}{D_v^2 \,.\, \upsilon}\,, \frac{k}{D_H}\right)$$

De te onderzoeken stroming ter sterkte Q door een leiding met hydraulische parameters D_H en D_v, wandruwheid k en viscositeit υ heeft dus dezelfde waarde van λ als de stroming ter sterkte Q_o door een cirkelronde buis met diameter D_o, wandruwheid k_o en viscositeit υ_o ($= 1{,}31.10^{-6}$ m²/sec), mits in beide gevallen het getal van Reynolds en de relatieve wandruwheid even groot zijn:

$$\frac{Q \cdot D_H}{D_v^2 \cdot \upsilon} = \frac{Q_o}{D_o \cdot \upsilon_o} \qquad \frac{k}{D_H} = \frac{k_o}{D_o} \qquad \text{of}$$

$$D_o = \frac{k_o}{k} \cdot D_H \qquad Q_o = \frac{\upsilon_o}{\upsilon} \cdot \frac{k_o}{k} \cdot \left(\frac{D_H}{D_v}\right)^2 \cdot Q$$

Wordt nu in de tekeningen 5.3 tot en met 5.11 voor een stroming Q_o bij een diameter D_o een verhang I_o afgelezen:

$$I_o = 0{,}0826 \cdot \lambda_o \cdot \frac{Q_o^2}{D_o^5}$$

dan geldt voor het gezochte verhang I

$$I = 0{,}0826 \cdot \lambda_o \cdot \frac{Q^2}{D_H \cdot D_v^4} \qquad \text{of}$$

$$I = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon_o}\right)^2 \cdot \left(\frac{k_o}{k}\right)^3 \cdot I_o$$

Wijken wandruwheid en viscositeit niet af, dan is het gezochte verhang I gelijk aan het verhang I_o dat in de tekeningen 5.3 tot en met 5.11 wordt afgelezen bij

een afvoer $\qquad Q_o = \left(\frac{D_H}{D_v}\right)^2 \cdot Q$

en een diameter $\quad D_o = D_H$

terwijl de werkelijke optredende stroomsnelheid bij de diameter D_v wordt gevonden.

voorbeeld 1

Voor het aan de linkerzijde van fig. 3.3 getekende kanaal geldt

$F = 6{,}31\ \text{m}^2 \qquad \Omega = 6{,}62\ \text{m}$ en dus

$$D_H = \frac{4 \,.\, 6{,}31}{6{,}62} = 3{,}81\ \text{m} \qquad D_v = \sqrt{\frac{4 \,.\, 6{,}31}{\pi}} = 2{,}84\ \text{m}$$

In voorbeeld 1 van paragraaf 3.4 werd gevraagd het in dit kanaal optredende wrijvingsverhang te berekenen voor een afvoer

$Q = 5{,}00\ \text{m}^3/\text{sec} = 18000\ \text{m}^3/\text{uur}$ bij
$k = 3\ \text{mm} \qquad \upsilon = 1{,}79 \,.\, 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{sec}\ (t = 0°\text{C})$

Tekening 5.9 is gebaseerd op

$k_o = 1\ \text{mm} \qquad \upsilon_o = 1{,}31 \,.\, 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{sec}$

zodat hierin moet worden afgelezen het verhang I_o bij

$$Q_o = \frac{1{,}31}{1{,}79} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3{,}81}{2{,}84}\right)^2 \,.\, 18000 = 7900\ \text{m}^3/\text{uur}$$

en

$$D_o = \frac{1}{3} \,.\, 3{,}81 = 1{,}27\ \text{m}.$$

Dit geeft

$I_o = 0{,}0023$

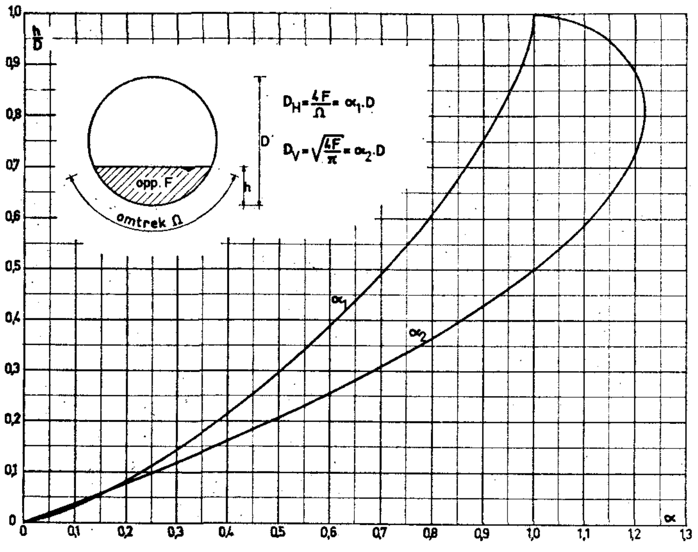


fig. 3.5 Hydraulische parameters voor cirkelronde rioolbuizen

waarmede het gezochte verhang wordt

$$I = \left(\frac{1{,}79}{1{,}31}\right)^2 . \left(\frac{1}{3}\right)^3 . 0{,}0023 = 0{,}16 . 10^{-3}$$

uiteraard hetzelfde resultaat als in voorbeeld 1 van paragraaf 3.4 reeds werd gevonden.

voorbeeld 2

Hoeveel water wordt bij een temperatuur van 10°C getransporteerd door een rechthoekig betonkanaal, breed 1 m, hoog 2 m, wandruwheid 0,5 mm, indien een verhang van 1 m per kilometer ter beschikking staat?
Voor het betrokken kanaal geldt

$F = 2 \text{ m}^2 \qquad \Omega = 6 \text{ m} \qquad$ en dus

$$D_H = 4 . \frac{2}{6} = 1{,}33 \text{ m} \qquad D_v = \sqrt{\frac{4}{\pi} . 2} = 1{,}60 \text{ m}$$

In tekening 5.8 ($k = 0{,}5$ mm) wordt voor

$D_o = 1{,}33$ m $\qquad I_o = 0{,}001$

afgelezen $Q_o = 6400$ m³/uur

De werkelijke afvoer bedraagt

$$Q = \left(\frac{1{,}60}{1{,}33}\right)^2 . 6400 = 9200 \text{ m}^3/\text{uur}$$

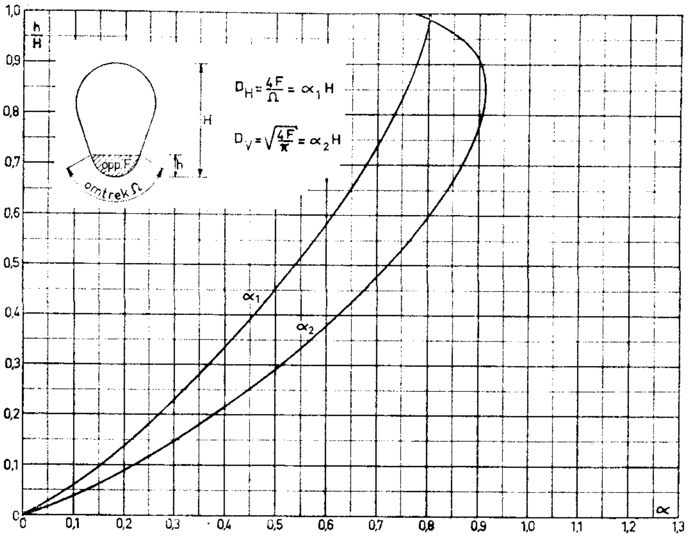


fig. 3.6 Hydraulische parameters voor eivormige rioolbuizen

3.6 BEREKENING VAN RIOOLLEIDINGEN

De in de vorige paragraaf ontwikkelde methode is uitermate geschikt om de volgens de formule van Colebrook in rioolleidingen optredende wrijvingsweerstand te bepalen. Om de hiervoor nodige berekeningen zoveel mogelijk te beperken, zijn in fig. 3.5 en 3.6 de hydraulische parameters van cirkelronde en eivormige rioolprofielen reeds als functie van de vullingsgraad weergegeven. Het gebruik van deze grafieken kan het beste met enkele voorbeelden worden gedemonstreerd.

voorbeeld 1

Onder welk verhang moet een gresleiding Ø 400 mm, $k = 0{,}2$ mm, worden gelegd om bij een temperatuur van 10°C en een vullingsgraad van 30% een hoeveelheid van 80 m³/uur te kunnen transporteren?
Met $h/D = 0{,}3$ geeft fig. 3.5 als hydraulische parameters

$D_H = 0{,}68.400 = 272$ mm, $\qquad D_v = 0{,}50.400 = 200$ mm

Het gezochte verhang is het verhang dat in tekening 5.7 ($k = 0{,}2$ mm) wordt afgelezen bij

$$D_o = D_H = 272 \text{ mm}$$

$$Q_o = \left(\frac{D_H}{D_v}\right)^2 . \, Q = \left(\frac{272}{200}\right)^2 . \, 80 = 148 \text{ m}^3/\text{uur}$$

en bedraagt 0,0019 of 1,9 meter per kilometer. Uit dezelfde grafiek kan voor een afvoer van 80 m³/uur bij een diameter van 200 mm (D_v) een snelheid van $\sim 0{,}8$ m/sec worden gevonden.

voorbeeld 2

Hoeveel water wordt bij een temperatuur van 10°C afgevoerd door een betonleiding Ø 600 mm, $k = 0{,}5$ mm, $I = 1{,}5$ m/km, indien de vullingsgraad 45% bedraagt?
Met $h/D = 0{,}45$ geeft fig. 3.5 als hydraulische parameters

$D_H = 0{,}93.600 = 558$ mm, $\quad D_v = 0{,}66.600 = 396$ mm

Volgens tekening 5.8 ($k = 0{,}5$ mm) wordt bij

$D_o = 558$ mm, $\quad I_o = 0{,}0015$

afgevoerd een hoeveelheid

$Q_o = 790$ m³/uur

De werkelijke afvoer bedraagt dus

$$Q = \left(\frac{396}{558}\right)^2 . 790 = 400 \text{ m}^3/\text{uur}$$

voorbeeld 3

Welke vullingsgraad treedt op wanneer de hierboven genoemde leiding een hoeveelheid van 700 m³/uur moet afvoeren?
Voor de geheel gevulde leiding geldt volgens tekening 5.8 ($k = 0{,}5$ mm)

$I = 0{,}0015 \quad D = 600$ mm $\quad Q = 960$ m³/uur

Bij gelijkblijvend verhang is de afvoer globaal evenredig met de diameter tot de macht 2,6:

$$Q_o = 960 . \left(\frac{D_H}{D}\right)^{2{,}6}$$

Voor dit geval geldt eveneens

$$Q_o = \left(\frac{D_H}{D_v}\right)^2 . 700$$

Uit beide betrekkingen volgt met

$$D_H = \alpha_1 . D \qquad D_v = \alpha_2 . D$$

$$\alpha_1^{0,3} = \frac{0,855}{\alpha_2}$$

Volgens fig. 3.5 wordt aan deze betrekking voldaan door

$$\frac{h}{D} = 0,64 \qquad \alpha_1 = 1,14 \qquad \alpha_2 = 0,82$$

dit wil zeggen een vullingsgraad van 64%.

Volgens de bovengegeven berekeningsmethode, wordt voor een leiding van gegeven afmetingen en verhang de maximale afvoer bij een vullingsgraad van 90 à 95% verkregen. Bij een verdere toeneming van de waterdiepte neemt immers het natte oppervlak maar weinig toe, terwijl anderzijds de natte omtrek betekenend groter wordt en D_H dus aanzienlijk daalt. Bij deze conclusie is intussen de stromingsweerstand ter plaatse van de waterspiegel verwaarloosd. Bij een gedeeltelijk gevulde leiding zal het stromende water echter de daarboven staande lucht meenemen met als gevolg een luchtbeweging, waarbij eveneens wrijvingsweerstanden moeten worden overwonnen. De hiervoor nodige energie wordt aan het water ontleend, waardoor het verhang hiervan zal toenemen. Deze toeneming is bij kleinere vullingsgraden verwaarloosbaar, doch bij grotere vullingsgraden kan het verhang 5–15% groter zijn dan hierboven is berekend, vooral wanneer geen schachten aanwezig zijn waarmede de lucht in de buis met de atmosferische lucht in vrije verbinding staat. De hierboven genoemde maximale afvoer wordt nu bij de geheel gevulde buis verkregen.

hoofdstuk 4

vertragingsverliezen in leidingen

4.1 INLEIDING

Is een leiding geheel recht en de diameter over de volle lengte dezelfde, dan zullen alleen wrijvingsweerstanden een daling van het energieniveau veroorzaken. In het algemeen zullen in een leiding echter ook bochten en knikken, afsluiters en terugslagkleppen, venturimeters en dergelijke voorkomen. Ter plaatse van deze bijzondere organen wordt de stroom versneld en/of vertraagd. Zoals reeds in 1.2 uiteengezet, treden bij versnelling van de stroom geen energieverliezen op, doch moet bij vertraging op een vermindering van het energieniveau worden gerekend. Volgens de daar gegeven beschouwingen kan de grootte van dit plaatselijke energieverlies worden uitgedrukt in de snelheidshoogte van de normale stroming:

$$\Delta = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

waarin v de gemiddelde snelheid in m/sec, g de versnelling van de zwaartekracht (voor Nederland 9,81 m/sec^2), ξ de verliescoëfficiënt van het betrokken onderdeel en Δ de gezochte stromingsweerstand in meters voorstelt. Volgens deze formule zijn de vertragingsverliezen evenredig met het kwadraat van de snelheid en worden bij een drie maal zo grote afvoer dus negen maal zo groot om bij de halve afvoer tot een kwart te dalen.
In de volgende paragrafen is voor een aantal gevallen de grootte van de dimensieloze verliescoëfficiënt ξ vermeld. De hierbij opgegeven waarden zijn intussen niet exact. De grootte van de coëfficiënt ξ hangt namelijk niet alleen af van de vorm van het betrokken onderdeel, doch wordt mede door de vorm van de snelheidsverdeling bepaald. Zoals in het vorige hoofdstuk uiteengezet, hangt de wrijvingsweerstand in buisleidingen van twee parameters af, het getal van Reynolds en de relatieve wandruwheid. Ook de snelheidsverdeling is van deze beide parameters afhankelijk en bij de bepaling van de verliescoëfficiënt ξ zouden deze dus mede in de beschouwing moeten worden betrokken. Hiervoor staan echter onvoldoende gegevens ter beschikking en in de praktijk wordt dan ook volstaan met het aangeven van de waarde van ξ voor voldoend grote waarden van het getal van Reynolds, doorgaans 50.000 à 200.000 en wordt daarnaast zo

mogelijk onderscheid gemaakt tussen 'gladde' en 'ruwe' buizen. De gegeven waarden van ξ gelden dus beslist niet voor laminaire stroming ($Re < 2000$ à 8000), waar de vertragingsverliezen doorgaans veel geringer zijn en bij voorbeeld het bochtverlies (vergelijk 4.5) voor $Re < 100$ tot practisch nul daalt. Wat de vormgeving van het betrokken onderdeel betreft, doet zich nog de moeilijkheid voor dat deze met woorden slechts gebrekkig kan worden omschreven. Tussen de verschillende afschuiningen welke bij de intrede in een leiding kunnen worden aangebracht (vergelijk 4.2) bestaan aanzienlijke verschillen, terwijl juist kleine verschillen in afwerking een relatief grote invloed op het vertragingsverlies kunnen hebben. De gegeven cijfers voor de waarde van de verliescoëfficiënt ξ zullen dan ook met voorzichtigheid moeten worden gehanteerd.

De in de volgende paragrafen vermelde vertragingsverliezen hebben alle betrekking op een vermindering van het energieniveau als som van piezometrisch niveau en snelheidshoogte. Dit energieniveau zal altijd in de richting van de stroom dalen. Bij stroomversnelling zal daarnaast nog een extra verlaging van het piezometrisch niveau optreden, terwijl bij vertraging ondanks de optredende energieverliezen het piezometrisch niveau kan stijgen. De verandering van het piezometrisch niveau is eveneens voor de onderzochte gevallen aangegeven.

Uitdrukkelijk zij er tenslotte nog op gewezen, dat bij de in dit hoofdstuk vermelde vertragingsverliezen de wrijvingsweerstand niet is begrepen. De opgegeven verliezen betreffen slechts de extra verliezen vergeleken met de rechtdoorgaande buis en bij de berekening van de wrijvingsweerstand van de betrokken leiding zal dan ook de gehele ontwikkelde lengte in rekening moeten worden gebracht. Is deze ontwikkelde lengte groot, dan zal de wrijvingsweerstand aanzienlijk zijn en moet zij zo nauwkeurig mogelijk worden bepaald op de wijze als in hoofdstuk 2 is aangegeven. In verschillende gevallen vormt de wrijvingsweerstand echter slechts een bescheiden deel van de totale stromingsweerstand en kan zonder het eindresultaat wezenlijk te beinvloeden met een vereenvoudigde berekening worden volstaan. Hierbij wordt de wrijvingsweerstand op dezelfde wijze als de vertragingsverliezen geschreven:

$$z = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \qquad \textit{of} \qquad z = \xi_w \cdot \frac{v^2}{2g} \qquad \text{met} \quad \xi_w = \lambda \cdot \frac{L}{D}$$

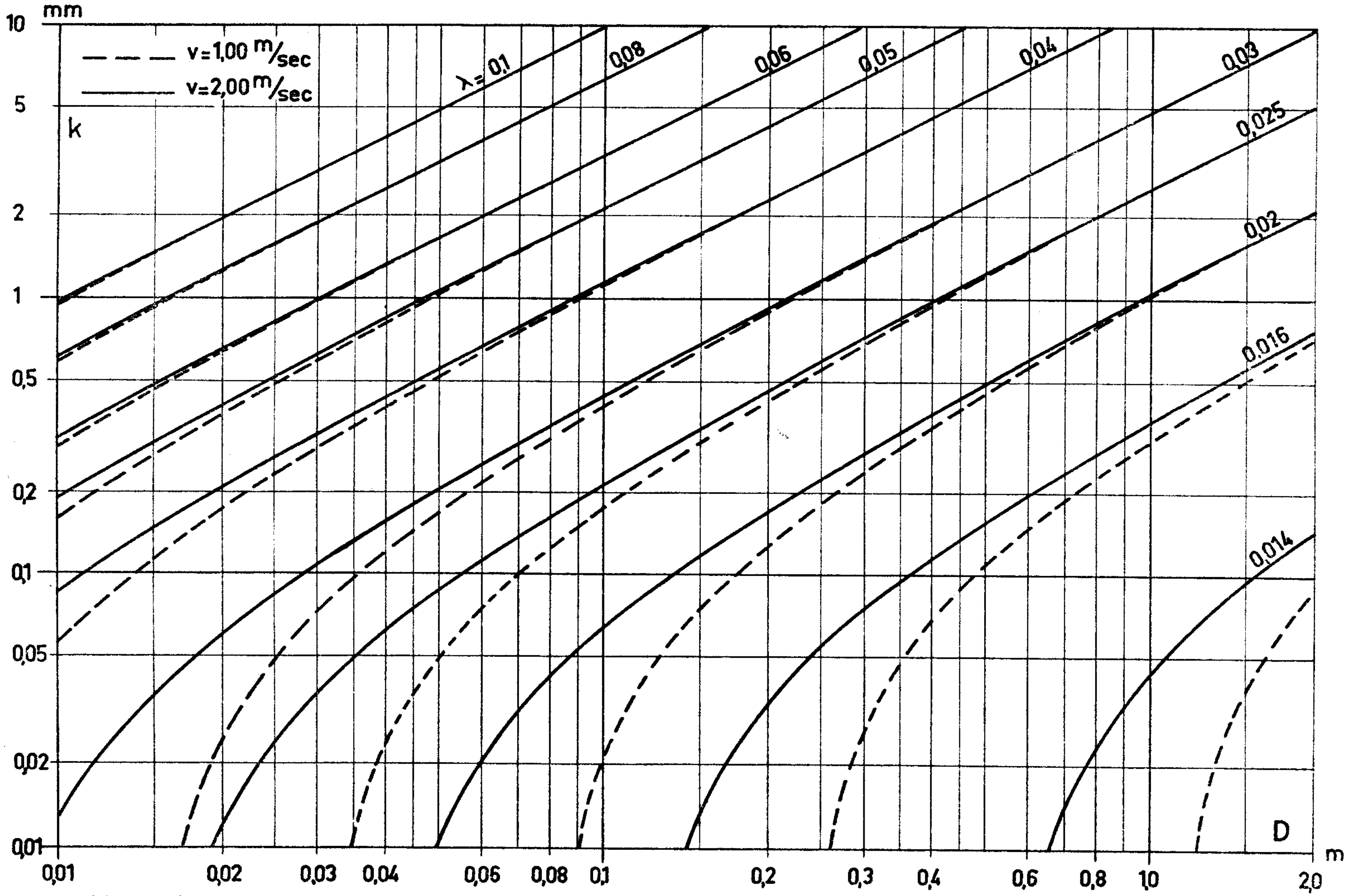


fig. 4.1 Waarde van de weerstandscoëfficiënt λ als functie van buisdiameter en wandruwheid voor water van 10°C

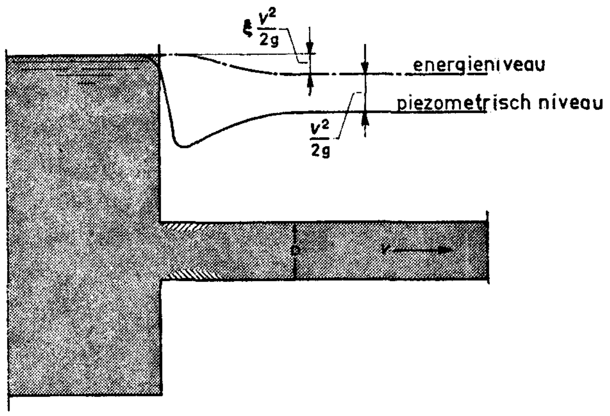


fig. 4.2 Intrede verlies

waarin de waarde van λ voor de stroming van schoon water van 10°C (υ = 1,31.10^{-6} m^2/sec) bij snelheden van 1–2 m/sec in fig. 4.1 als functie van buisdiameter en wandruwheid kan worden afgelezen.
Er zullen altijd wel gevallen overblijven waarvoor de gegevens van dit hoofdstuk onvoldoende zijn om de grootte van het vertragingsverlies te bepalen. In eerste aanleg kan dan worden getracht om met de formule van Carnot op de wijze als in 1.2 is aangegeven de grootte van dit verlies te berekenen, waarbij echter de contractie van de stroom zo goed mogelijk moet worden geschat. Is deze berekening niet met voldoende nauwkeurigheid mogelijk, dan kan het vertragingsverlies proefondervindelijk worden bepaald, terwijl in sommige gevallen van door de fabrikant verstrekte gegevens een nuttig gebruik kan worden gemaakt.

4.2 VERLIES BIJ IN- EN UITTREDE

Wanneer water uit een reservoir in een leiding stroomt en de inloop onvoldoende is afgerond, dan ontstaat een contractie van de stroming. Na deze contractie verwijdt de stroom zich weer en treedt vertraging en energieverlies op (fig. 4.2). De daling van het energieniveau bedraagt $\xi \cdot \frac{v^2}{2g}$, van het piezometrisch niveau $(1 + \xi) \cdot \frac{v^2}{2g}$. Voor de grootte van de verliescoëfficiënt ξ geldt:

naar binnen uitstekend	ξ = 1 à 0,75
met scherpe hoeken	0,5
scherp en scheef onder een hoek δ	$0,5 + 0,3 \cdot \cos\delta + 0,2 \cdot \cos^2\delta$
met afgeschuinde hoeken	0,25
afgerond met kleine straal	0,1
afgerond met grote straal ($> \frac{D}{4}$)	0,0

Bij uitstroming in een reservoir (fig. 4.3) gaat de gehele snelheidshoogte verloren en

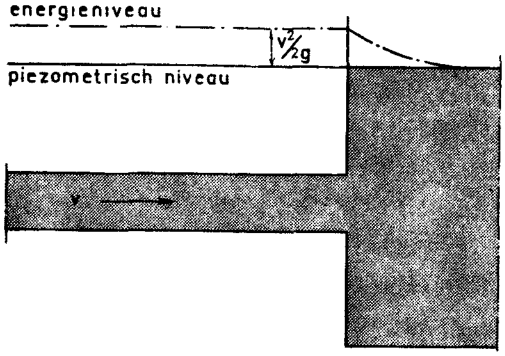


fig. 4.3 Uitstroomverlies

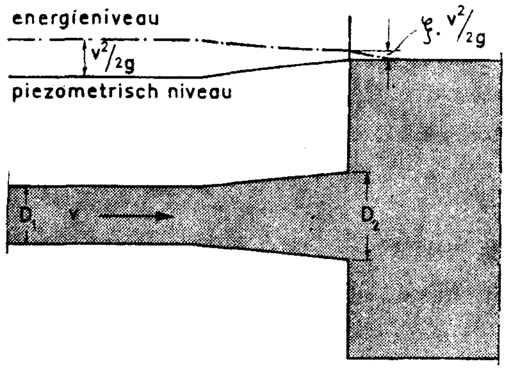


fig. 4.4 Uitstroomverlies

bedraagt het energieverlies $\frac{v^2}{2g}$ of eigenlijk $1{,}1 \cdot \frac{v^2}{2g}$ wanneer rekening wordt gehouden met de ongelijkmatige verdeling van de snelheid over de buisdoorsnede. Het piezometrisch niveau verandert bij deze uitstroming niet. Het uitstroomverlies kan worden beperkt door vóór de uitmonding de dwarsdoorsnede van de leiding te vergroten (fig. 4.4). Neemt daarbij de diameter toe van D_1 op D_2, dan bedraagt het eigenlijke uitstroomverlies nog slechts

$$(D_1/D_2)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Hierbij moet intussen nog wel worden geteld het verlies dat bij buisverwijding optreedt (paragraaf 4.3).

voorbeeld

Een tweetal reservoirs zijn onderling door een betonleiding verbonden (fig. 4.5). De lengte van deze leiding bedraagt 12 m, de inwendige diameter 0,5 m en de wandruwheid 0,7 mm. Welke hoeveelheid water kan hiermede worden getransporteerd wanneer een verval van 0,25 m ter beschikking staat?
De stromingsweerstanden bedragen:

intrede, scherp		$0{,}5 \cdot \frac{v^2}{2g}$
wrijving, $v = 1$ à 2 m/sec, $\lambda = 0{,}022$ (fig. 4.1)	$0{,}022 \cdot \frac{12}{0{,}5} =$	$0{,}53$
uittrede		$1{,}1$
	totaal	$2{,}1 \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}25$ m

waaruit volgt $v = 1{,}53$ m/sec en $Q = 1080$ m^3

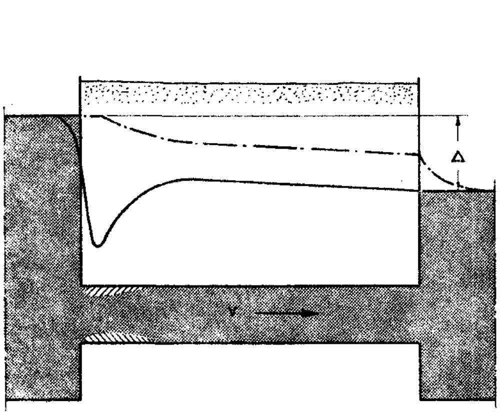


fig. 4.5 Verbinding van twee reservoirs

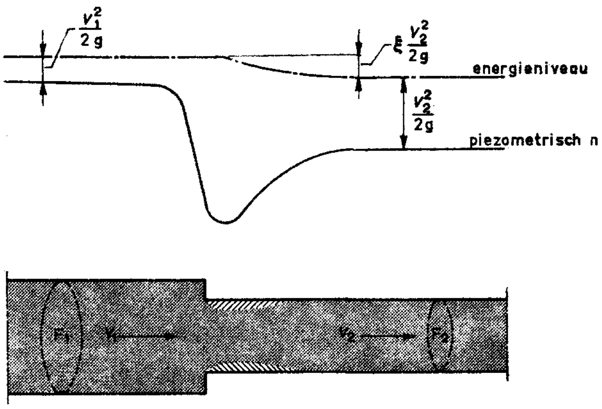


fig. 4.6 Verlies bij buisvernauwing

4.3 VERLIES BIJ BUISVERNAUWING EN BUISVERWIJDING

Evenals bij de instroming uit een groot reservoir, treedt ook bij een plotselinge verkleining van de buisdiameter contractie op en na deze contractie vertraging en energieverlies. De mate van contractie zal nu echter geringer zijn en daarmede het energieverlies kleiner en wel des te kleiner naarmate de buis minder wordt vernauwd. Wordt het energieverlies

geschreven als $\xi \cdot \frac{v_2^2}{2g}$, dan geldt bij de scherpe overgang van fig. 4.6 voor de verliescoëfficiënt ξ:

$D_2/D_1 =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\xi =$	0,44	0,43	0,41	0,39	0,36	0,31	0,25	0,17	0,09	0,00

of globaal $\xi = 0{,}45\left(1 - \frac{F_2}{F_1}\right)$. De daling van het piezometrisch niveau is gelijk $(1 + \xi) \cdot \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$.
In de praktijk wordt voor de overgang op een kleinere diameter veelal gebruik gemaakt van een conisch stuk zoals in fig. 4.7 is weergegeven. Het energieverlies is nu verwaarloosbaar, terwijl het piezometrisch niveau daalt met een bedrag gelijk $\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$.
Wordt op de wijze als in fig. 4.8 getekend, het profiel van de leiding plotseling vergroot van een oppervlak der dwarsdoorsnede F_1 op een oppervlak F_2, dan wordt de snelheid vertraagd van $v_1 = Q/F_1$ op $v_2 = Q/F_2$ en treedt zoals reeds in 1.2 is vermeld een energieverlies op ter grootte van:

$$\Delta_1 = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \xi \cdot \frac{v_1^2}{2g} \text{ met } \quad \xi = \left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right)^2$$

Het piezometrisch niveau stijgt bij deze verwijding over een afstand

$$\Delta_2 = (1 - \xi) \cdot \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$$

De daling van het energieverlies en de stijging van het piezometrisch niveau zijn in fig. 4.8 als functie van de verhouding F_1/F_2 grafisch weergegeven.

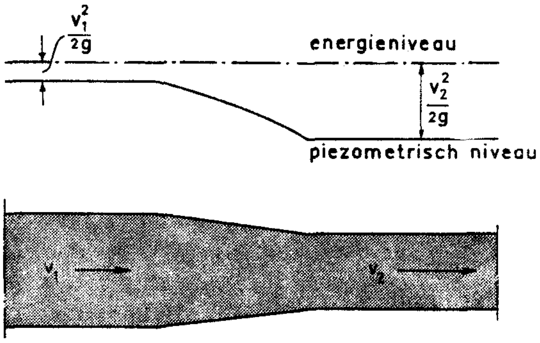


fig. 4.7 Buisvernauwing met conisch overgangstuk

Wordt de plotselinge verwijding opgelost in twee trappen (fig. 4.9), dan neemt het energieverlies af tot de helft, bij drie trappen tot een derde, enz. Het geringste energieverlies treedt op bij een kegelvormige buisverwijding (fig. 4.10), mits de tophoek φ zo klein wordt gekozen, dat de stroming niet van de wand loslaat. Het energieverlies is dan gelijk

$$\Delta_1 = 0{,}1 \text{ à } 0{,}2 \, . \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) \quad \text{of}$$

$$\Delta_1 = \xi \, . \frac{v_1^2}{2g} \qquad \text{met } \xi = 0{,}1 \text{ à } 0{,}2 \, . \left[1 - \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 \right]$$

terwijl het piezometrisch niveau stijgt over een afstand

$$\Delta_2 = 0{,}8 \text{ à } 0{,}9 \, . \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right)$$

Voor de meest gunstige tophoek van $\frac{\varphi}{2} = 4^0$ is de grootte van het energieverlies en de stijging van het piezometrisch niveau grafisch in fig. 4.11 weergegeven. Voor grotere tophoeken dan 2 x 4° is het energieverlies een weinig hoger dan in deze figuur vermeld. Stijgt de grootte van de tophoek echter boven 2 x 8° (helling buiswand ten opzichte van buisas groter dan 1 op 7), dan kan de stroming van de wand loslaten en is het energieverlies even groot, soms zelfs nog iets groter dan bij plotselinge verwijding.

Vooral bij sterke buisverwijdingen, d.w.z. bij kleine waarden van de verhouding F_1/F_2 kan met een kegelvormige overgang een grote energiebesparing worden verkregen. Voor grotere waarden van de verhouding F_1/F_2 verschilt het energieverlies echter maar weinig van dat bij plotselinge verwijding en om op de lengte van de diffusor te sparen kan het laatste deel dan ook zonder bezwaar worden weggelaten. Met $v_1 = 4.v_2$ bedraagt het energieverlies voor de in fig. 4.12 getekende verwijding $0{,}11 \, . \frac{v_1^2}{2g}$, tegenover $0{,}56 \, . \frac{v_1^2}{2g}$ bij een plotselinge verwijding (fig. 4.8) en $0.10 \, . \frac{v_1^2}{2g}$ voor een geheel conische verwijding (fig. 4.10).

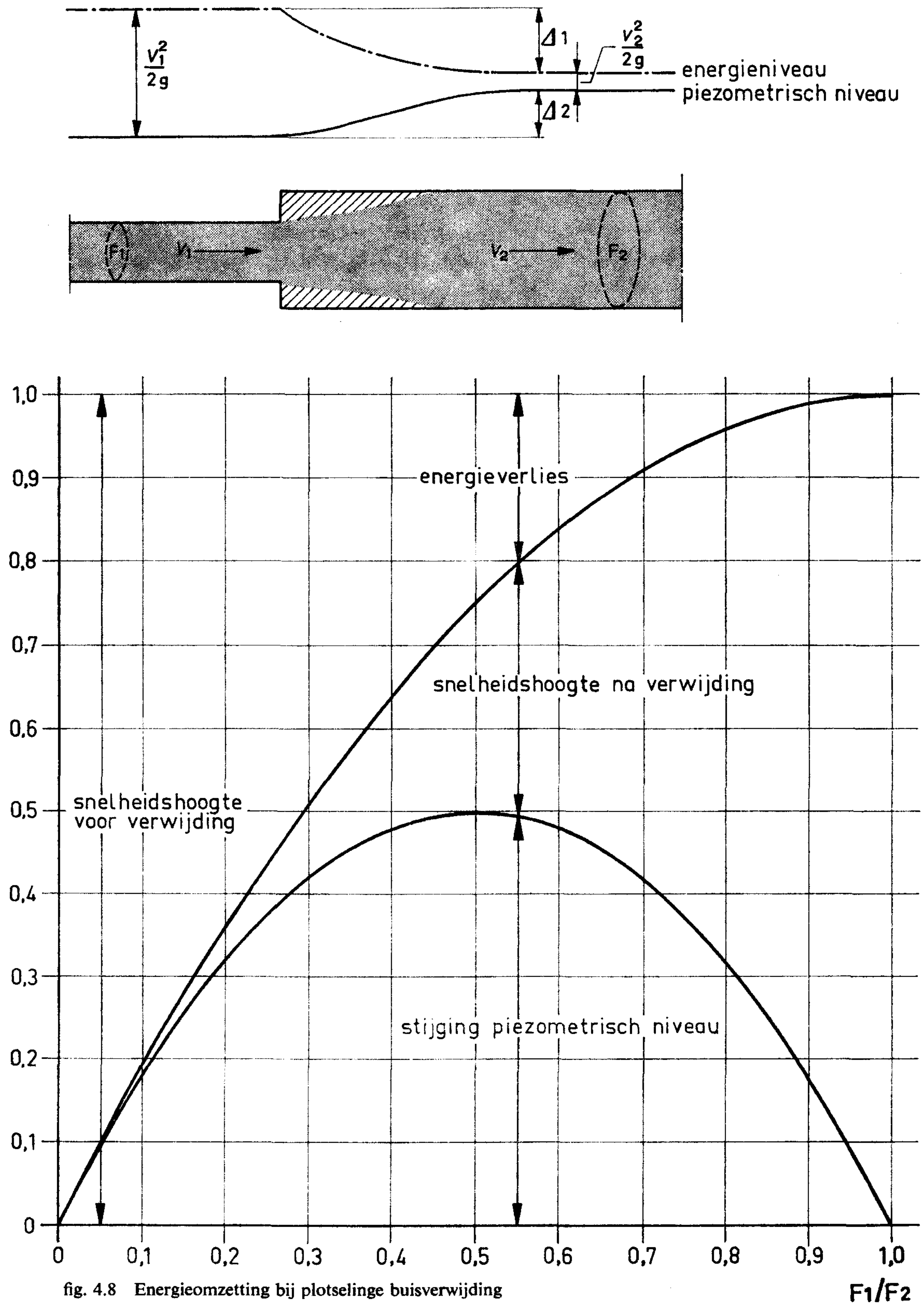


fig. 4.8 Energieomzetting bij plotselinge buisverwijding

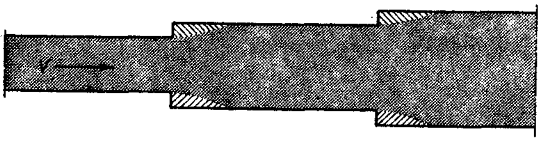


fig. 4.9 Buisverwijding in twee trappen

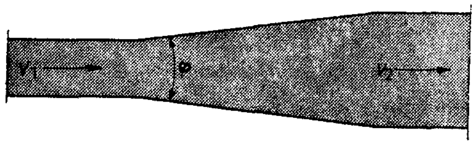


fig. 4.10 Geleidelijke buisverwijding

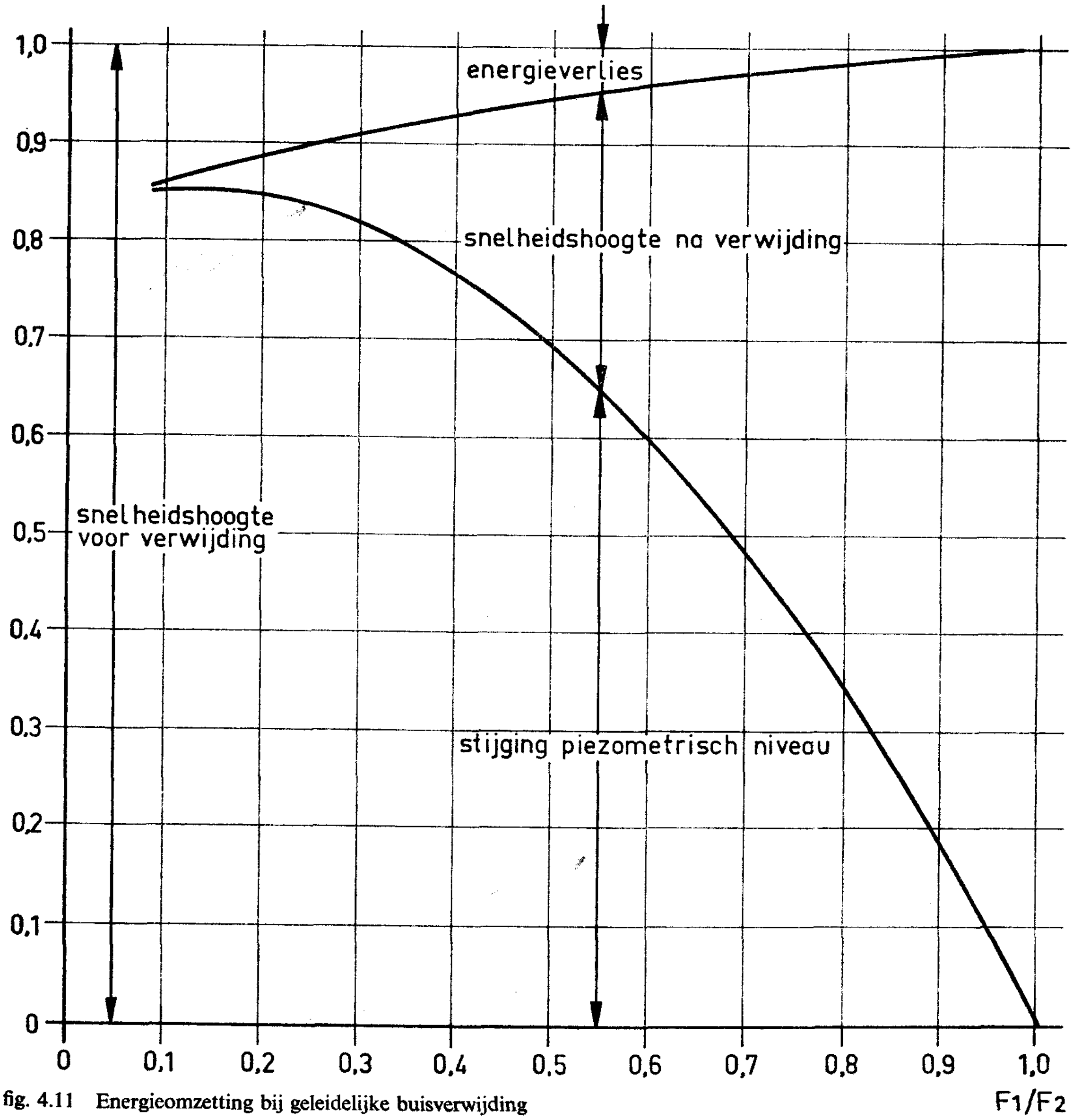


fig. 4.11 Energieomzetting bij geleidelijke buisverwijding

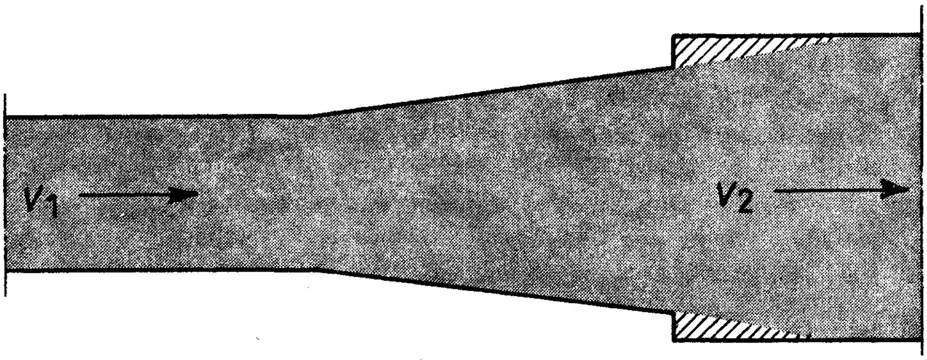


fig. 4.12 Buisverwijding met korte diffusor

4.4 WEERSTAND VAN VOEGEN

Zoals reeds in paragraaf 2.15 aangegeven, is de weerstand van de normale voeg bij cylindrische buizen (fig. 4.13a) in de grootte van de wandruwheid begrepen. Zijn de buizen echter taps, dan treedt een extra vertragingsverlies op, waarvan de grootte intussen sterk van de legwijze afhangt:

fig. 4.13*b*: $\Delta = \left(\frac{4 \,.\, a}{D}\right)^2 . \frac{v^2}{2g}$

fig. 4.13*c*: $\Delta = 1{,}8 \,.\, \frac{a}{D} . \frac{v^2}{2g}$

Voor een leiding met een diameter van 1 m en een wandruwheid van 0,5 mm, bedraagt de wrijvingsweerstand per buislengte van 6 m

$$\Delta_w = \lambda \,.\, \frac{L}{D} = 0{,}017 \,.\, \frac{6}{1} = 0{,}1 \,.\, \frac{v^2}{2g}$$

Voor zulk een leiding kan een waarde van $a/D = 0{,}01$ gemakkelijk optreden. De voegweerstand bedraagt dan

fig. 4.13*b*: $\Delta_v = 0{,}0016 \,.\, \frac{v^2}{2g} = 0{,}016 \,.\, \Delta_w$

fig. 4.13*c*: $\Delta_v = 0{,}018 \,.\, \frac{v^2}{2g} = 0{,}18 \,.\, \Delta_w$

dit wil zeggen dat wanneer in het gekozen voorbeeld het spie-eind stroomafwaarts wordt gelegd de weerstand slechts met 1,6 % toeneemt, doch in het omgekeerde geval met niet minder dan 18 %.

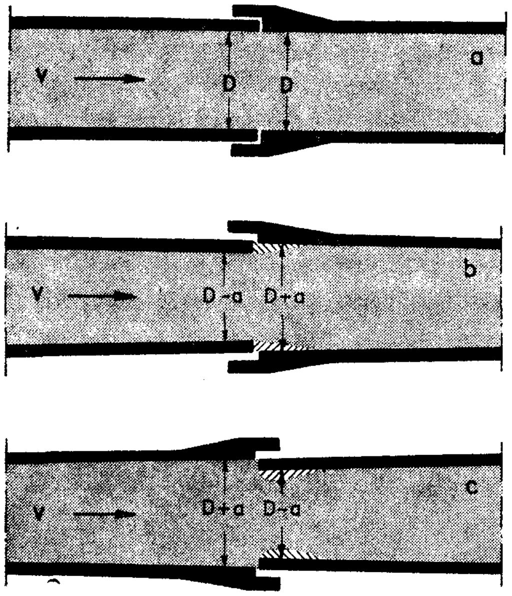


fig. 4.13 Vertragingsverliezen bij voegen

4.5 VERLIES IN BOCHTEN EN KNIKKEN

De daling Δ van het energieniveau en van het piezometrisch niveau in bochten met straal r en buisdiameter D (fig. 4.14) hangt af van de verhouding D/r, de hoek δ tussen beide buisassen, alsmede van het getal van Reynolds en de ruwheid van de leiding. Worden beide laatstgenoemde factoren met de wrijvingscoëfficiënt λ in rekening gebracht, dan geldt voor de verliescoëfficiënt ξ voor bochten van 90°:

$$\xi = 15 \,.\, \lambda \,.\, \sqrt{\frac{D}{r}}$$

De grootte van de wrijvingscoëfficiënt λ kan in fig. 4.1 als functie van buisdiameter en wandruwheid worden afgelezen.
Voor bochten met een hoek δ gelijk 60° is het verlies rond 85% en voor bochten van 45° rond 65% van dat bij 90°. Voor hoeken van $22\frac{1}{2}$° en $11\frac{1}{4}$° is de waarde van ξ nagenoeg constant op respectievelijk 0,05 en 0,02. Liggen twee bochten vlak achter elkaar, dan kan het totale verlies groter zijn dan de som van de afzonderlijke verliezen. Voor hoeken van 90° zijn enkele voorbeelden in fig. 4.15 weergegeven.
Kan bij een flauwe bocht van grote straal de stroom de wand nog blijven volgen, bij een knik is dit nimmer het geval (fig. 4.16). De stroom laat los van de wand waardoor een sterkere contractie optreedt en de daling van energieniveau en piezometrisch niveau aanzienlijk groter zullen zijn. Voor een enkele knik over een hoek δ geldt bij een waarde van het getal van Reynolds groter dan 200.000 voor de verliescoëfficiënt ξ:

	δ = 5°	10°	15°	22,5°	30°	45°	60°	90°
gladde buis	ξ = 0,02	0,03	0,04	0,07	0,11	0,24	0,47	1,13
ruwe buis	ξ = 0,02	0,04	0,06	0,11	0,17	0,32	0,68	1,27

Daar bij deze knikken de stroom loslaat van de wand, is de invloed van de wandruwheid veel geringer dan dit bij bochten het geval is.

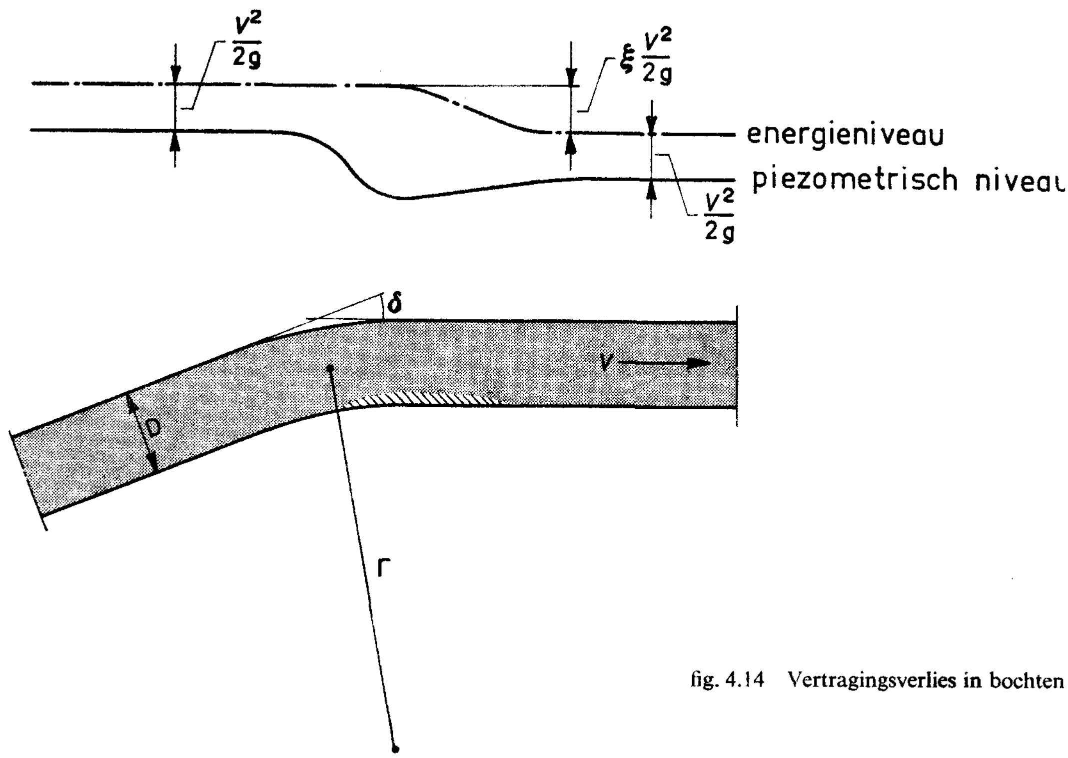


fig. 4.14 Vertragingsverlies in bochten

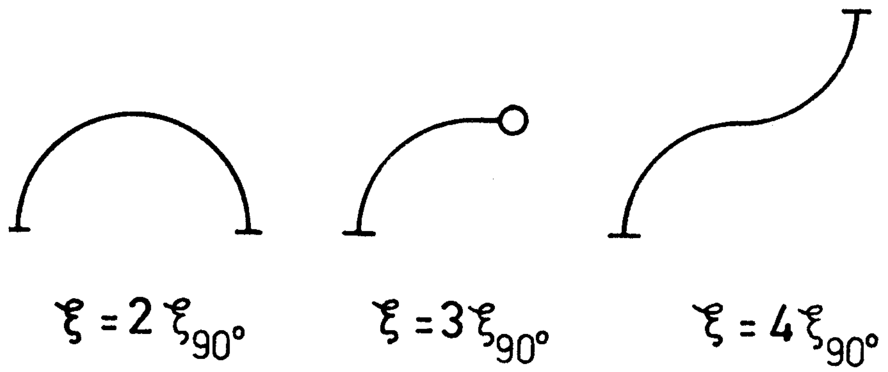


fig. 4.15 Vertragingsverlies bij twee bochten van 90° achter elkaar

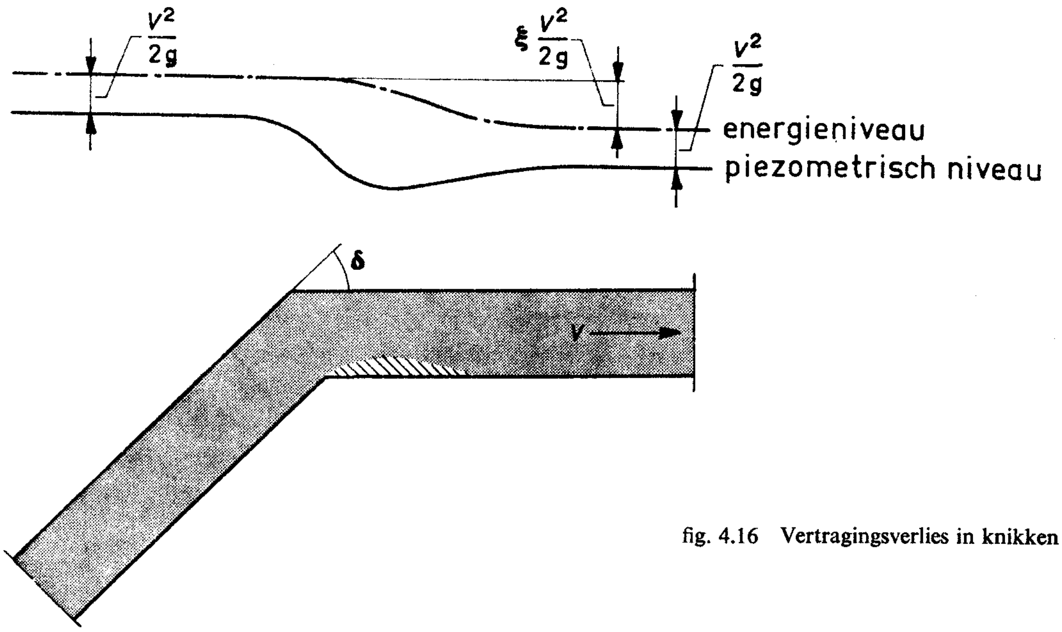


fig. 4.16 Vertragingsverlies in knikken

In tegenstelling met bochten, kunnen de in knikken optredende energieverliezen aanzienlijk worden beperkt door een enkele knik in een aantal kleinere knikken op te lossen. Voor een knik van 90°, uit twee knikken van 45°, drie van 30° of vier van 22,5° samengesteld, geeft fig. 4.17 de grootte van de verliescoëfficiënt ξ weer. Door een knik van 90° samen te stellen uit twee knikken van 45°, daalt het energieverlies tot minder dan de helft en wanneer de afstand tussen beide knikken gunstig wordt gekozen ($l = 1{,}5\ .\ D$) zelfs tot 1/4 bij gladde buizen en tot 1/3 bij ruwe buizen. Door de knik van 90° onder te verdelen in vier knikken van 22,5° kan het energieverlies zelfs tot 1/10 bij gladde buizen en tot 1/5 bij ruwe buizen worden teruggebracht. Wanneer twee knikken direct achter elkaar zijn gelegen, kan het totale verlies kleiner zijn dan de som van de afzonderlijke verliezen. Dit is zelfs het geval wanneer beide knikken tegengestelde richting hebben.

voorbeeld

De in fig. 4.18 getekende hevel is gemaakt van staal zonder inwendige bescherming en heeft een ontwikkelde lengte van 15 m. Welke diameter moet aan deze hevel worden gegeven opdat een hoeveelheid van 2000 m³/uur bij een verval Δ van niet meer dan 0,75 m kan worden afgevoerd? Wordt de diameter voorlopig gesteld op 0,5 m en overeenkomstig tekening 5.1 een wandruwheid van 1 mm aangehouden, dan geldt:

$$Q = 2000\ \text{m}^3/\text{uur} = 0{,}556\ \text{m}^3/\text{sec}$$
$$F = 1/4\ .\ \pi\ .\ 0{,}500^2 = 0{,}196\ \text{m}^2$$
$$v = Q/F = 2{,}84\ \text{m/sec}$$
$$\frac{v^2}{2g} = \quad = 0{,}410\ \text{m}$$

De stromingsweerstanden bedragen:

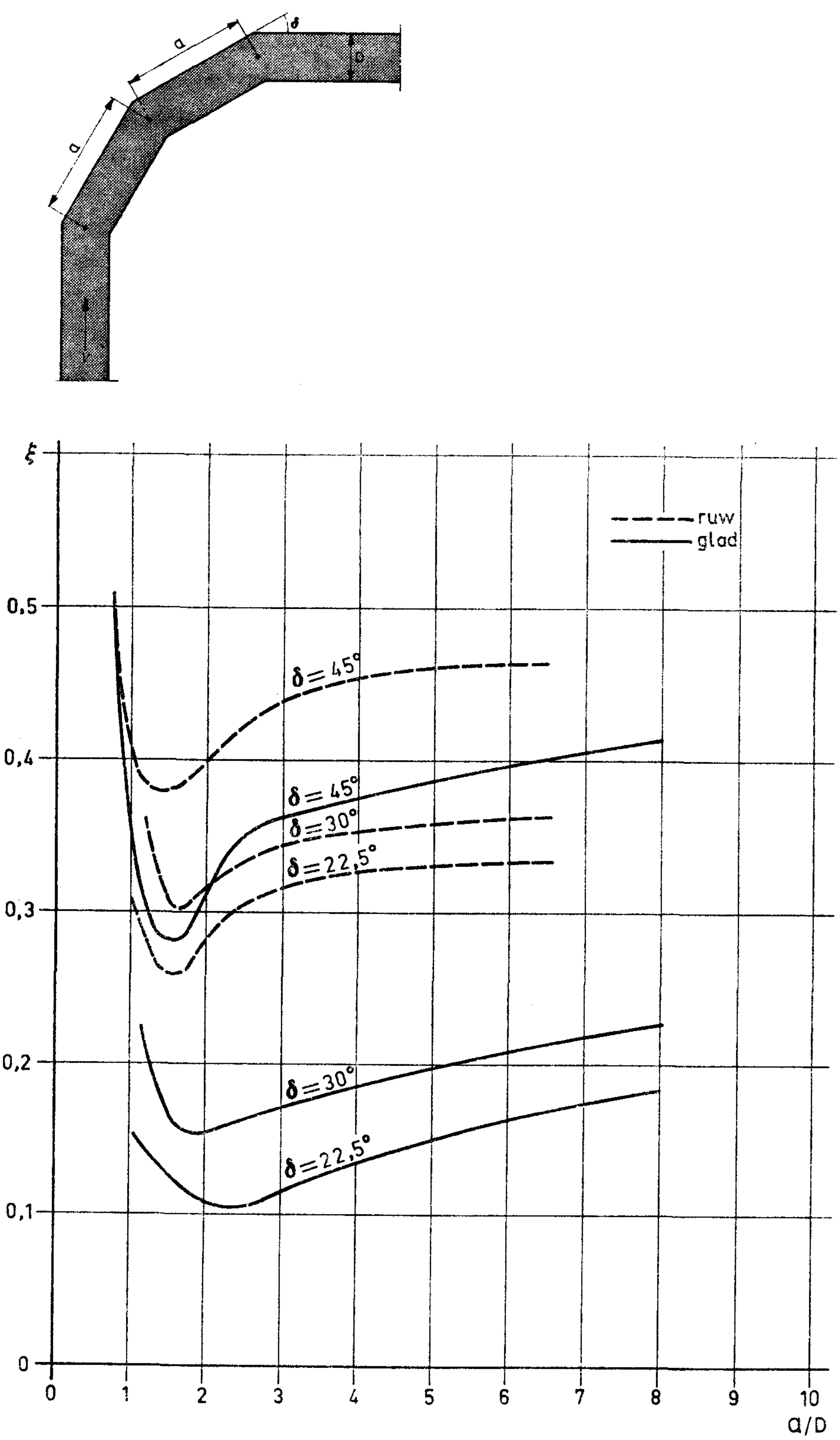


fig. 4.17 Vertragingsverlies in een samengestelde knik van 90°

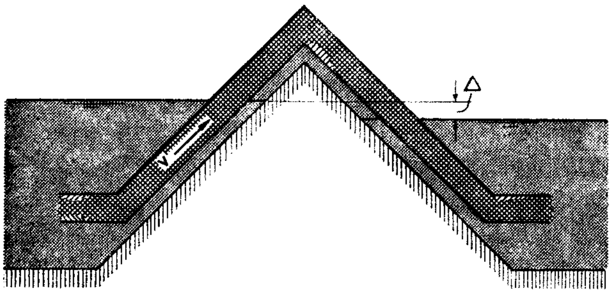


fig. 4.18 Hevel

intrede, naar binnen uitstekend $\quad 1{,}0 \cdot \frac{v^2}{2g}$

2 knik 45°, ruwe wand, 2.0,32 of $\quad 0{,}64$

1 knik 90°, ruwe wand $\quad 1{,}27$

uittrede $\quad 1{,}1$

wrijving, met $D = 0{,}5$ m, $k = 1$ mm, $v = 2{,}8$ m/sec

geeft fig. 4.1: $\lambda = 0{,}024$, dus $0{,}024 \cdot \frac{15}{0{,}5}$ of $\quad \underline{0{,}72}$

totaal $\quad 4{,}73 \cdot \frac{v^2}{2g} = 1{,}94$ m

of ruim twee maal zo groot als de maximaal toelaatbare waarde van 0,75 m. Waar echter in dit geval de vertragingsverliezen overheersen is de weerstand omgekeerd evenredig met de vierde macht van de diameter, zodat als tweede benadering kan worden gekozen

$$D = 0{,}5 \cdot \left(\frac{1{,}94}{0{,}75}\right)^{\frac{1}{4}} = 0{,}63 \text{ m}$$

Voor de opvolgende standaarddiameter van 650 mm bedragen de weerstanden:

vertragingsverliezen $\quad 4{,}01 \cdot \frac{v^2}{2g}$

wrijvingsverliezen, $0{,}022 \cdot \frac{15}{0{,}65}$ of $\quad \underline{0{,}51}$

totaal $\quad 4{,}52 \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}75$ m

waaruit volgt $v = 1{,}80$ m/sec en $Q = 2150$ m³/uur. Voor een afvoer van 2000 m³/uur is het verval Δ gelijk

$$\Delta = 0{,}75 \cdot \left(\frac{2000}{2150}\right)^2 = 0{,}65 \text{ m}$$

en wordt geheel aan de gestelde eisen voldaan.

aftakking	Q_a/Q	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
onder	Q_d/Q	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
$\delta = 90°$	ξ_a	0,98	0,92	0,87	0,84	0,84	0,87	0,93	1,00	1,08	1,18	1,27
$D_a = D$	ξ_d	0,03	-0,01	-0,03	-0,03	-0,02	0,02	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35
$\delta = 90°$	ξ_a	1,3	1,4	1,5	1,8	2,4	3,2	4,3	5,6	7,2		
$D_a = 0{,}581 \,.\, D$	ξ_d	0,15	-0,14	-0,15	-0,1	-0,05	0,00	0,05	0,13	0,2	0,25	0,3
$\delta = 90°$	ξ_a	1,0	1,6	3,0	5,3	8,9	13,8	19,5	25,3	31,3		
$D_a = 0{,}349 \,.\, D$	ξ_d	0	0	0	0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
$\delta = 60°$	ξ_a	0,99	0,89	0,80	0,70	0,65	0,60	0,57	0,58	0,60	0,67	0,75
$D_a = D$	ξ_d	0,05	-0,03	-0,05	-0,05	-0,03	0,02	0,07	0,13	0,20	0,27	0,34
$\delta = 60°$	ξ_a	0,94	0,81	0,72	0,73	0,84	1,10	1,50	2,05	2,75	3,62	4,65
$D_a = 0{,}581 \,.\, D$	ξ_d	0,03	-0,02	-0,03	-0,01	0,02	0,06	0,11	0,17	0,24	0,31	0,40
$\delta = 60°$	ξ_a	1,0	0,9	1,6	3,5	6,1	10,0	15,0	21,1	28,5	36,5	45,7
$D_a = 0{,}349 \,.\, D$	ξ_d	0,06	0,02	0,01	0,03	0,06	0,1	0,15	0,21	0,26	0,32	0,38
$\delta = 120°$	ξ_a	0,98	0,90	0,87	0,88	0,92	0,97	1,03	1,12	1,22	1,33	1,45
$D_a = D$[1])	ξ_d	0,06	-0,01	-0,02	0,02	0,01	0,04	0,10	0,17	0,25	0,33	0,42
$\delta = 45°$	ξ_a	0,90	0,78	0,68	0,59	0,50	0,42	0,38	0,35	0,34	0,38	0,47
$D_a = D$	ξ_d	0,04	-0,04	-0,06	-0,06	-0,04	0,01	0,07	0,14	0,20	0,27	0,33
$\delta = 45°$	ξ_a	0,90	0,65	0,49	0,45	0,57	0,86	1,35	2,00	2,78	3,74	5,00
$D_a = 0{,}581 \,.\, D$	ξ_d	0,00	-0,04	-0,05	-0,04	-0,02	0,01	0,07	0,13	0,20	0,28	0,35
$\delta = 45°$	ξ_a	1,0	0,5	0,9	2,5	5,5	9,2	14,0	20,0	27,1	35,0	44,6
$D_a = 0{,}349 \,.\, D$	ξ_d	-0,01	-0,03	-0,04	-0,02	0,01	0,05	0,09	0,15	0,21	0,27	0,34
$\delta = 135°$	ξ_a	0,91	0,92	0,97	1,04	1,12	1,21	1,31	1,42	1,57	1,70	1,89
$D_a = D$[1])	ξ_d	0,05	-0,04	-0,06	-0,04	-0,02	0,02	0,07	0,12	0,18	0,25	0,32

[1]) en afgeronde hoeken ($r = 1/5\ D$).

4.6 VERLIES BIJ SPLITSING EN SAMENKOMST

Wanneer een stroom Q zich splitst in 2 stromen, waarvan de ene ter sterkte Q_d recht doorgaat en de ander ter sterkte Q_a zijdelings aftakt, dan ontstaan energieverliezen, welke voor de rechtdoorgaande stroom de waarde $\xi_d \cdot \frac{v^2}{2g}$ en voor de aftakkende stroom de waarde $\xi_a \cdot \frac{v^2}{2g}$ bezitten, wanneer v de gemiddelde snelheid voor de splitsing is (fig. 4.19). De grootte van de verliescoëfficiënten ξ_a en ξ_d bij scherpe overgang zonder afgeronde hoeken, is in de tabel op blz. 96 aangegeven.

De vorenvermelde energieverliezen kunnen worden verminderd door de scherpe hoeken van afrondingen te voorzien, door de hoekverandering van de aftakkende stroom in een aantal kleinere knikken op te lossen en bij een kleinere diameter der aftakkende buis door het aanbrengen van een kegelvormig tussenstuk. Uitvoerige gegevens over de dan te verwachten energieverliezen zijn vermeld in de 'Mitteilungen des Hydraulischen Instituts der Technischen Hochschule München, Heft 1, 2, 3 en 4. De verandering van het piezometrisch niveau kan worden gevonden door op het berekende energieverlies het verschil in snelheidshoogte te superponeren.

Wanneer een stroom ter sterkte Q_d zijdelings wordt gevoed met een stroom ter sterkte Q_a tot een stroom $Q = Q_d + Q_a$, dan ontstaan bij de samenkomst energieverliezen. De daling van het energieniveau bij overgang van de afvoer Q_d op Q is gelijk $\xi_d \cdot \frac{v^2}{2g}$ en bij overgang van de afvoer Q_a op Q gelijk $\xi_a \cdot \frac{v^2}{2g}$, waarin v de gemiddelde snelheid na vereniging voorstelt (fig. 4.20). De grootte van de verliescoëfficiënten ξ_a en ξ_d, bij scherpe overgang zonder afgeronde hoeken, is in de tabel op blz. 98 aangegeven.

samenkomst	Q_a/Q	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
onder	Q_d/Q	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
$\delta = 90°$	ξ_a	-0,98	-0,60	-0,25	0,03	0,26	0,45	0,62	0,78	0,90	1,02	1,12
$D_a = D$	ξ_d	0,00	0,18	0,30	0,40	0,47	0,52	0,55	0,56	0,57	0,57	0,56
$\delta = 90°$	ξ_a	-0,7	-0,25	0,2	0,7	1,25	1,9	2,75	3,7	4,75	6,0	7,25
$D_a = 0{,}581\,.\,D$	ξ_d	0,28	0,40	0,52	0,64	0,77	0,89	1,00	1,13	1,26	1,38	1,50
$\delta = 90°$	ξ_a	-0,9	-0,2	2,0	5,9	11,4	18,6	28,4				
$D_a = 0{,}349\,.\,D$	ξ_d	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4		
$\delta = 60°$	ξ_a	-0,93	-0,60	-0,30	-0,05	0,14	0,29	0,40	0,49	0,57	0,63	0,65
$D_a = D$	ξ_d	0,04	0,14	0,24	0,30	0,31	0,29	0,25	0,18	0,10	-0,03	-0,19
$\delta = 60°$	ξ_a	-0,86	-0,44	0,00	0,46	1,00	1,77	2,46	3,37	4,39	5,51	6,56
$D_a = 0{,}581\,.\,D$	ξ_d	0,05	0,15	0,21	0,19	0,08	-0,08	-0,26	-0,51	-0,85	-1,25	-1,70
$\delta = 60°$	ξ_a	-0,8	0,0	2,0	5,0	9,9	15,8	23,3	31,7	41,2	52,5	65,0
$D_a = 0{,}349\,.\,D$	ξ_d	0,00	0,10	0,00	-0,12	-0,42	-0,88	-1,46	-2,20	-3,15	-4,46	-6,0
$\delta = 120°$	ξ_a	-0,80	-0,54	-0,28	-0,05	0,17	0,37	0,56	0,72	0,85	1,02	1,27
$D_a = D$[1])	ξ_d	0,07	0,17	0,27	0,35	0,42	0,48	0,52	0,55	0,63	0,73	0,86
$\delta = 45°$	ξ_a	-0,91	-0,62	-0,37	-0,16	0,00	0,12	0,22	0,30	0,37	0,39	0,38
$D_a = D$	ξ_d	0,05	0,12	0,18	0,20	0,18	0,13	0,07	-0,03	-0,17	-0,34	-0,54
$\delta = 45°$	ξ_a	-1,00	-0,46	-0,88	0,31	0,75	1,38	2,07	2,91	3,78	4,64	5,51
$D_a = 0{,}581\,.\,D$	ξ_d	0,0	0,1	0,1	0,0	-0,15	-0,4	-0,7	-1,05	-1,5	-2,1	-2,9
$\delta = 45°$	ξ_a	-0,94	0,0	1,6	4,4	8,3	13,4	19,6	26,6	34,5	43,8	54,0
$D_a = 0{,}349\,.\,D$	ξ_d	0,0	0,1	-0,1	-0,54	-1,1	-1,9	-2,9	-4,2	-5,7	-7,5	-9,6
$\delta = 135°$	ξ_a	-0,87	-0,57	-0,30	-0,05	0,17	0,40	0,62	0,83	1,04	1,22	1,38
$D_a = D$[1])	ξ_d	0,05	0,15	0,24	0,33	0,40	0,48	0,57	0,67	0,80	0,94	1,13

[1]) en afgeronde hoeken ($r = 1/5\ D$).

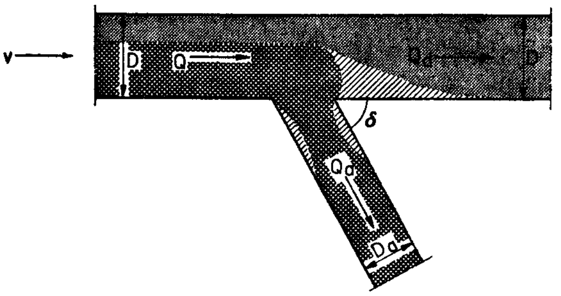


fig. 4.19 Verlies bij splitsing

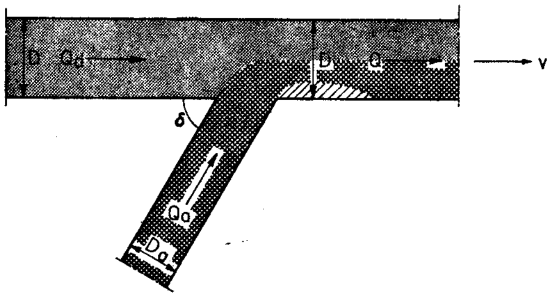


fig. 4.20 Verlies bij samenkomst

De vorenvermelde energieverliezen kunnen wederom worden verminderd door de scherpe hoeken van afrondingen te voorzien, door de hoekverandering van de aansluitende buis in een aantal kleinere knikken onder te verdelen en bij een kleinere diameter van de aansluitende buis door het aanbrengen van een kegelvormig verwijdend tussenstuk. De dan te verwachten energieverliezen zijn uitvoerig vermeld in de reeds genoemde 'Mitteilungen des Hydraulischen Instituts der Technischen Hochschule München', Heft 1, 2, 3 en 4. De verandering van het piezometrisch niveau kan worden gevonden door op het berekende energieverlies het verschil in snelheidshoogte te superponeren.

4.7 VERLIES IN AFSLUITERS

Voor schuifafsluiters van dezelfde diameter als de betrokken leiding, is in geheel geopende stand de doorlaat gelijk en verandert de stroomsnelheid v niet. Slechts door wervelingen in de schuifspanningen (fig. 4.21) treedt een energieverlies en een daling van het piezometrisch niveau op ter grootte van

$$\Delta = (0{,}1 \text{ à } 0{,}2) \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Worden de schuifspanningen met een ring afgedekt (brilafsluiter), dan is evenals bij plugafsluiters het energieverlies verwaarloosbaar.

Ter besparing op aanlegkosten wordt soms de doorlaat van schuif- of plugafsluiter kleiner gekozen dan de diameter der leiding. Na het afsluitorgaan moet de leiding dan worden verwijd, hetgeen met vertraging en extra energieverliezen gepaard gaat. Heeft de leiding een diameter D en snelheid v en de afsluiter een doorlaat $m.D$ ($m < 1$), dan is in deze afsluiter de snelheid gelijk v/m^2 en wordt het energieverlies hierin

$$\Delta_a = (0{,}1 \text{ à } 0{,}2) \cdot \frac{1}{m^4} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

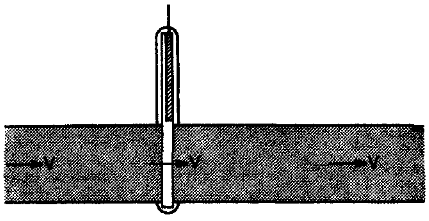


fig. 4.21 Schuifafsluiter

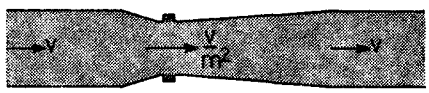


fig. 4.22 Schuifafsluiter met geleidelijke verwijding

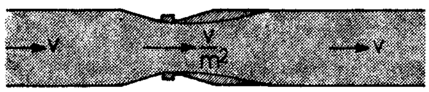


fig. 4.23 Schuifafsluiter met plotselinge verwijding

Het vertragingsverlies bij de overgang van de diameter $m.D$ op de oorspronkelijke diameter D bedraagt bij de geleidelijke verwijding van fig. 4.22

$$\Delta_v = (0{,}1 \text{ à } 0{,}2) \cdot \left(\frac{1}{m^4} - 1\right) \cdot \frac{v^2}{2g}$$

en bij de meer plotselinge verwijding van fig. 4.23

$$\Delta_v = \left(\frac{1}{m^2} - 1\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Wordt het totale energieverlies geschreven als

$$\Delta = \Delta_a + \Delta_v = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

dan kan de waarde van de verliescoëfficiënt ξ . als functie van m in fig. 4.24 worden afgelezen. Het vertragingsverlies van de verwijding na de afsluiter is hierbij berekend met behulp van de gegevens in fig. 4.8 en 4.11.

Ook wanneer een vlinderklep geheel is geopend, bevindt het afsluitorgaan zich in de hoofdstroom en zal hier tot een energieverlies en een verlies aan piezometrisch niveau leiden. De grootte van deze verliezen hangt af van de slankheid der klep. Heeft de vlinderklep dezelfde doorlaat als de leiding, dan geldt met de notaties van fig. 4.25 voor de weerstandscoëfficiënt

$s/D =$	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
$\xi =$	0,12	0,16	0,22	0,3	0,4	0,55

Is de doorlaat van de vlinderklep kleiner dan de leidingdiameter, dan neemt op dezelfde wijze als hierboven voor schuifafsluiters is aangegeven de weerstand toe en treedt bij verwijding op

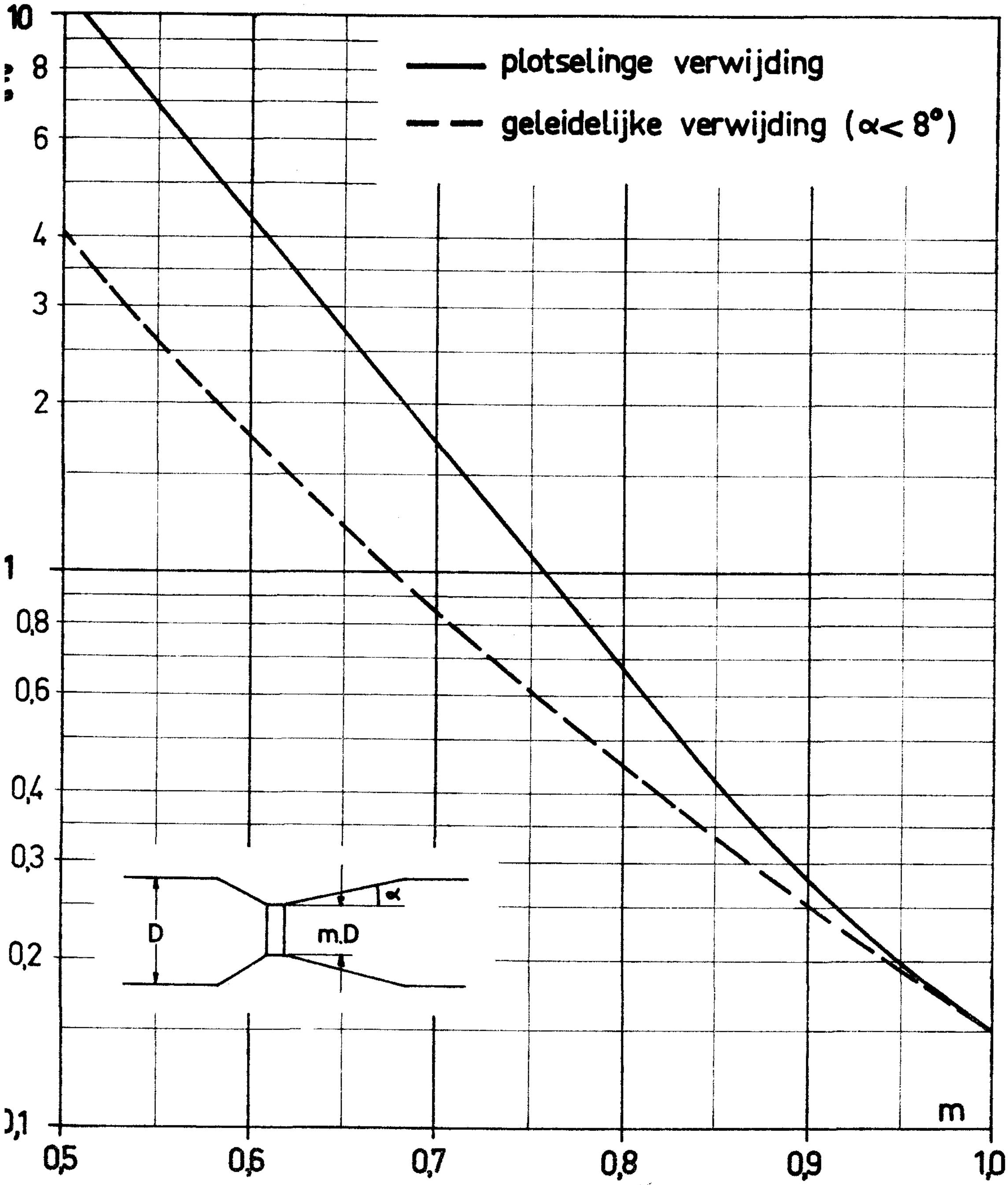


fig. 4.24 Energieverlies bij geheel geopende schuifafsluiter

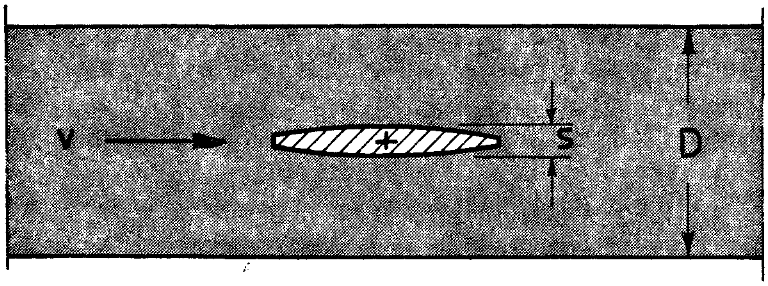


fig. 4.25 Vlinderklep

de oorspronkelijke diameter een extra vertragingsverlies op. Voor plotselinge en geleidelijke verwijdingen is de waarde van ξ in de formule van de totale weerstand

$$\Delta = \Delta_a + \Delta_v = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

in fig. 4.26 weergegeven.

Bij haakse afsluiters verandert de hoofdstroom 90° van richting, terwijl bij klepafsluiters het water zelfs twee tegengesteld gerichte bochten moet doorlopen. Het energieverlies en de daling van het piezometrisch niveau zullen hierdoor aanzienlijk toenemen. Voor beide typen afsluiters is de weerstand echter zo afhankelijk van de toegepaste constructie, dat de hieronder gegeven waarden van de weerstandscoëfficiënt ξ slechts als aanwijzing mogen worden beschouwd. Is een nauwkeurige kennis van de weerstandscoëfficiënt noodzakelijk, dan zal deze door meting moeten worden bepaald, c.q. aan door de fabrikant verrichte metingen moeten worden ontleend.

haakse afsluiter,	$D < 0,1$ m	$\xi = 5$
	$D > 0,1$ m	2
klepafsluiter met verticale spindel,	$D < 0,1$ m	10
	$D > 0,1$ m	5
klepafsluiter met schuine spindel,	$D < 0,1$ m	3
	$D > 0,1$ m	1

Ook de weerstand van kranen wordt geheel door de toegepaste constructie bepaald en algemene waarden van het hierin optredende energieverlies en verlies aan piezometrisch niveau kunnen evenmin worden gegeven. Uit de in N 1255 voor stop- en tapkranen en in de 'Keuringseisen voor dienstkranen voor water' voor dienstkranen opgenomen eisen omtrent het minimum doorlaatvermogen kan slechts de maximaal toelaatbare waarde van de weerstandscoëfficiënt ξ worden berekend:

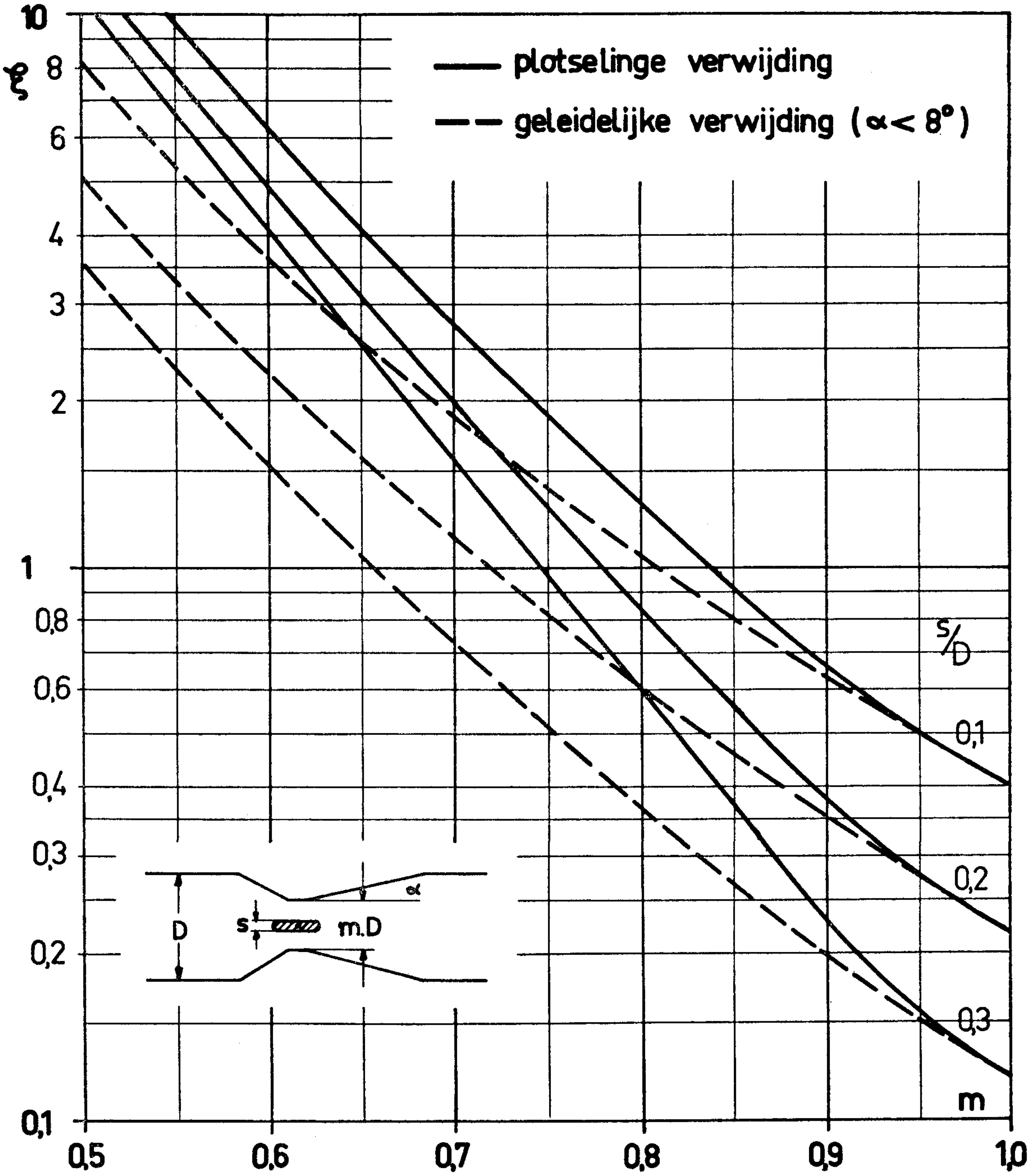


fig. 4.26 Energieverlies bij geheel geopende vlinderklep

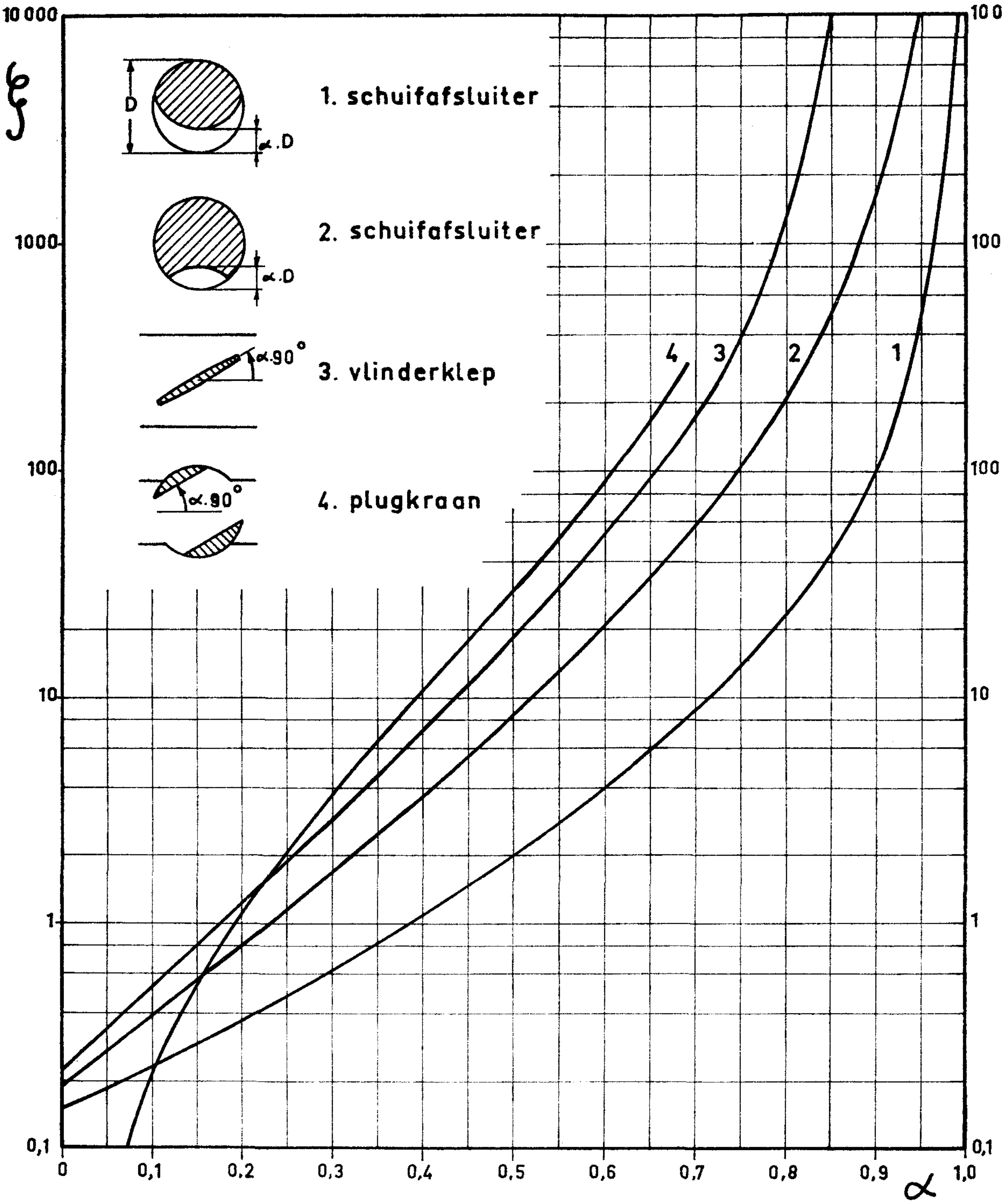


fig. 4.27 Weerstandscoëfficiënt van afsluiters als functie van de sluitingsgraad

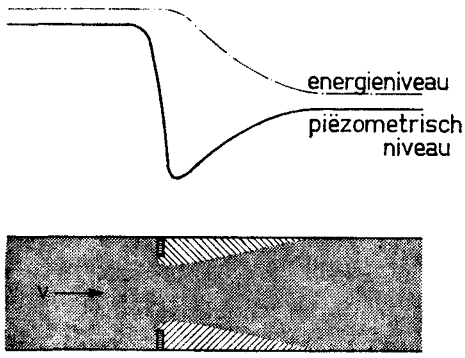


fig. 4.28 Daling energieniveau en piezometrisch niveau bij reduceerflens

nominale doorlaat	dienstkraan	stopkraan	tapkraan
⅜″		6,4	51
½″	2,6	5,1	41
¾″	3,7	4,1	33
1 ″	4,2	6,7	53
1¼″	4,0	7,9	63
1½″		4,1	33
2 ″		5,8	46

De werkelijke weerstand zal in het algemeen lager zijn dan hierboven vermeld.

4.8 WEERSTAND VAN REGELORGANEN

Is het noodzakelijk de door een leiding stromende hoeveelheid of de daarin heersende druk te regelen, dan moeten opzettelijk stromingsweerstanden worden aangebracht. Met succes kan hiervoor gebruik worden gemaakt van de in de vorige paragraaf genoemde afsluiters, waarvan de waarde van de weerstandscoëfficiënt ξ als functie van de sluitingsgraad in fig. 4.27 is weergegeven. Vooral bij schuifafsluiters doet zich nog wel eens de moeilijkheid voor, dat bij een sterke drukvermindering de schuif in trilling geraakt. Wordt met het oog hierop aan andere afsluitconstructies de voorkeur gegeven, dan moet echter wel steeds de eis worden gesteld dat in geheel geopende stand de waarde van de weerstandscoëfficiënt ξ gering is.
Kan met een vaste instelling van het regelorgaan worden volstaan, dan is de in fig. 4.28 getekende reduceerflens (c.q. kaliberplaatje voor kleine diameter) goedkoper. Met een leidingoppervlak F en stroomsnelheid v is bij gebruik van een flens met doorlaat F' het oppervlak van de door contractie vernauwde straal gelijk $\mu . F'$ en heerst hierin een snelheid gelijk $\frac{F}{\mu . F'} . v$. Na deze contractie treedt vertraging op tot de oorspronkelijke snelheid v, gepaard

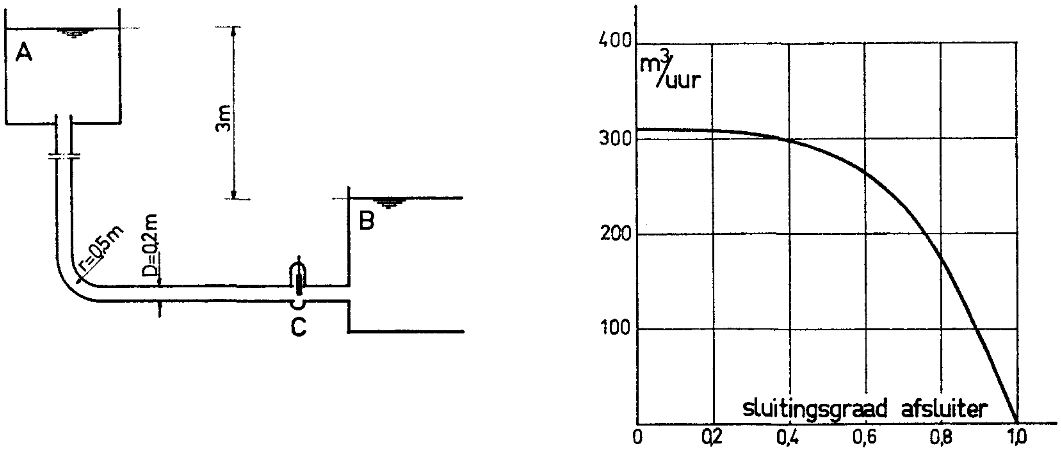


fig. 4.29 Regeling met schuifafsluiter

gaande met een energieverlies en een daling van het piezometrisch niveau overeenkomstig de betrekking:

$$\Delta = \left(\frac{F}{\mu\,.\,F'} - 1\right)^2 . \frac{v^2}{2g} = \xi\,.\,\frac{v^2}{2g}$$

$\frac{F'}{F}$	= 0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
μ	= 0,62	0,63	0,64	0,66	0,68	0,71	0,75	0,81	0,89	1,0
ξ	= 230	48	18	7,8	3,8	1,8	0,8	0,3	0,06	0,00

voorbeeld

Tussen de reservoirs *A* en *B* van fig. 4.29 is een stalen leiding (k = 0,07 mm) met een inwendige diameter van 0,2 m en een ontwikkelde lengte van 100 m aangelegd. Hoe luidt het verband tussen de stand van de regelafsluiter *C* en de afgevoerde hoeveelheid wanneer het verval tussen de reservoirs *A* en *B* gelijk is aan 4 m?

Wordt bij geheel geopende afsluiter de gemiddelde snelheid v voorlopig geschat op 2 m/sec, dan bedragen de energieverliezen:

intrede, naar binnen uitstekend		$1{,}0\,.\,\frac{v^2}{2g}$
bocht 90°, met λ = 0,0165 volgens fig. 4.1,		
$15.0{,}0165\,.\sqrt{\frac{0{,}2}{0{,}5}}$	=	0,16
schuifafsluiter, geheel open		0,15
uittrede		1,1
wrijving $0{,}0165\,.\,\frac{100}{0{,}2}$	=	8,25

totaal $10{,}66\,.\,\frac{v^2}{2g} = 4$ m of $v = 2{,}72$ m/sec. Deze snelheid is hoger dan de voorlopig aangenomen waarde van 2 m/sec, waardoor de wrijvingscoëfficiënt λ een weinig kleiner zal zijn. Met $\lambda = 0{,}016$ daalt het totale energieverlies tot $10{,}4 \cdot \frac{v^2}{2g}$, waaruit voor geheel geopende afsluiter volgt:

$v = 2{,}75$ m/sec $\qquad Q_o = 310$ m³/uur

Wordt de afsluiter gedeeltelijk gesloten, dan stijgt de waarde van de weerstandscoëfficiënt van 0,15 tot ξ en neemt de afvoer af volgens de betrekking

$$Q = Q_o \cdot \sqrt{\frac{10{,}4}{10{,}25 + \xi}}$$

Uitgaande van de waarde van ξ volgens kromme 1 in fig. 4.27 is dit verband grafisch in fig. 4.29 weergegeven. Eigenlijk had hierbij nog rekening moeten worden gehouden met een toename van λ bij afnemende snelheid. Vergeleken met de vergroting van de weerstand van de afsluiter is deze toeneming echter verwaarloosbaar.
Fraai is de gevonden regeling intussen niet. Bij het openen der afsluiter neemt de hoeveelheid nu sterk toe om bij 50% opening nagenoeg de volle waarde te hebben bereikt. Alleen over dit traject is de gekozen schuifafsluiter dus als regelorgaan werkzaam.

4.9 VERLIES IN TERUGSLAGKLEPPEN

Het in terugslagkleppen optredende verlies aan energieniveau en aan piezometrische stijghoogte hangt geheel af van de toegepaste constructie, van vorm en afmetingen van het doorstromingsprofiel. Bij een gegeven constructie wordt de weerstand voorts nog bepaald door de kracht, waarmede een veer of contragewicht tegen de stroming in de klep tracht te sluiten. Algemene gegevens over deze weerstand kunnen dan ook niet worden verstrekt en van geval tot geval zal de waarde hiervan door metingen moeten worden bepaald, c.q. aan door de

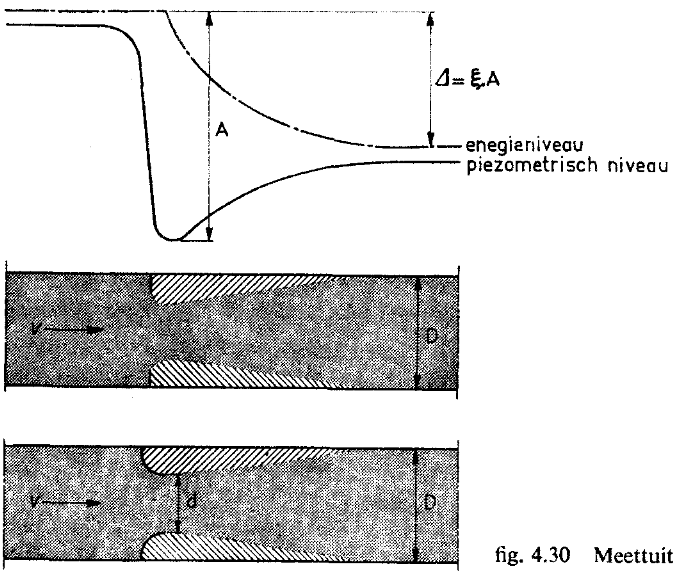


fig. 4.30 Meettuit en meetflens

fabrikant verrichte metingen moeten worden ontleend. In het algemeen kunnen de meetresultaten worden gebracht in de vorm:

$$v < v_o \qquad \Delta = \Delta_o$$

$$v > v_o \qquad \Delta = a + b \cdot \frac{v^2}{2g}$$

dit wil zeggen dat voor snelheden kleiner dan 0,5–1,5 m/sec de weerstand constant is op Δ_o en voor grotere snelheden hiermede kwadratisch toeneemt. De terugslagklep heeft hydraulisch al een zeer gunstige vorm wanneer

$$\Delta_o = 0{,}1 \text{ m} \qquad a = 0{,}05 \text{ m} \qquad b = 0{,}6$$

terwijl voor verschillende klepconstructies de weerstand een aantal malen groter is met een aanzienlijke stijging van het energieverbruik tot gevolg. Voor een levering van bijvoorbeeld 20 miljoen m^3/jaar en een 1 m grotere klepweerstand, bedraagt het extra energieverbruik niet minder dan 800.000 kWh/jaar of rond ƒ 5000/jaar, meer dan de aanschaffingsprijs van de terugslagklep!
Met het oog op het minimum drukverlies Δ_o heeft het intussen weinig zin om in een terugslagklep kleine stroomsnelheden na te streven. De klep zou hierdoor bovendien gaan rammelen.

4.10 VERLIES IN MEETTUIT, MEETFLENS EN VENTURIMETER

Bij meettuit, meetflens en venturimeter is het gemeten drukverschil A theoretisch gelijk aan de snelheidshoogte in de nauwste doorsnede. Is de snelheid in de volle buis gelijk v en de keelverhouding d^2/D^2 gelijk m, dan is bij meettuit en venturimeter de snelheid in de nauwste doorsnede v/m en dus $A = \dfrac{(v/m)^2}{2g}$. Bij de meettuit treedt voorbij de nauwste door-

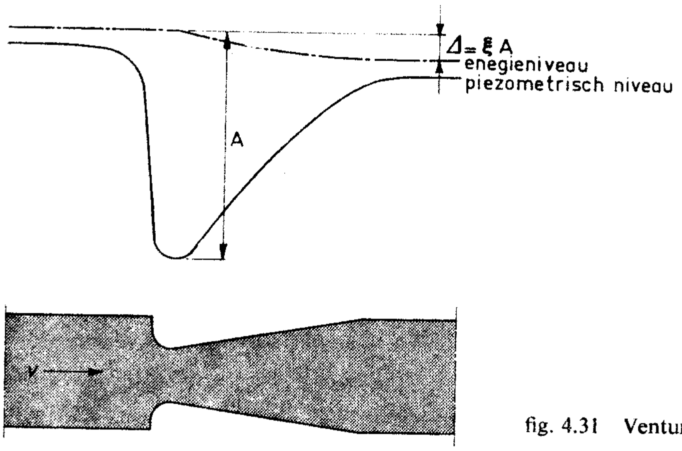


fig. 4.31 Venturimeter

snede een plotselinge vertraging op van de snelheid v/m op de snelheid v en daarmede een energieverlies ter grootte van

$$\Delta = \frac{(v/m - v)^2}{2g} = (1 - m)^2 . \frac{(v/m)^2}{2g} = (1 - m)^2 . A.$$

Voor grotere waarden van m is het energieverlies in werkelijkheid een weinig hoger.
Bij de meetflens treedt in verhouding tot de werkdruk A eenzelfde energieverlies op. Door de contractie is de grootste snelheid echter niet v/m doch $v/\mu m$, waarin μ de contractiecoëfficiënt (0,6 à 0,7). De formule van het vertragingsverlies wordt hiermede

$$\Delta = \frac{(v/\mu m - v)^2}{2g} = (1 - \mu m)^2 . A,$$

met goede benadering

$$\Delta = (1 - m) . A.$$

Door de conische verwijding is bij een venturimeter het energieverlies aanzienlijk geringer, globaal

$$\Delta = 0{,}15 \left[\frac{(v/m)^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} \right] = 0{,}15\,(1 - m^2) . A.$$

Worden de in meettuit, meetflens en venturimeter optredende energieverliezen uitgedrukt in het gemeten drukverschil A, dit wil zeggen $\Delta = \xi . A$, dan kan met de gegevens verzameld in de V.D.I.-Durchfluszmeszregeln de grootte van de verliescoëfficiënt ξ onder verschillende omstandigheden worden berekend. Fig. 4.32 geeft de grootte van ξ voor een drietal waarden van de werkdruk A als functie van de snelheid v in de normale doorsnede. Voor venturimeters is het energieverlies nog afhankelijk van de constructie der diffusor. De lange venturimeter van fig. 4.32 heeft een diffusor met een halve tophoek van 4°, terwijl bij de korte venturimeter haar lengte gelijk is aan de buisdiameter en de grootte van de tophoek aan de keelverhouding is

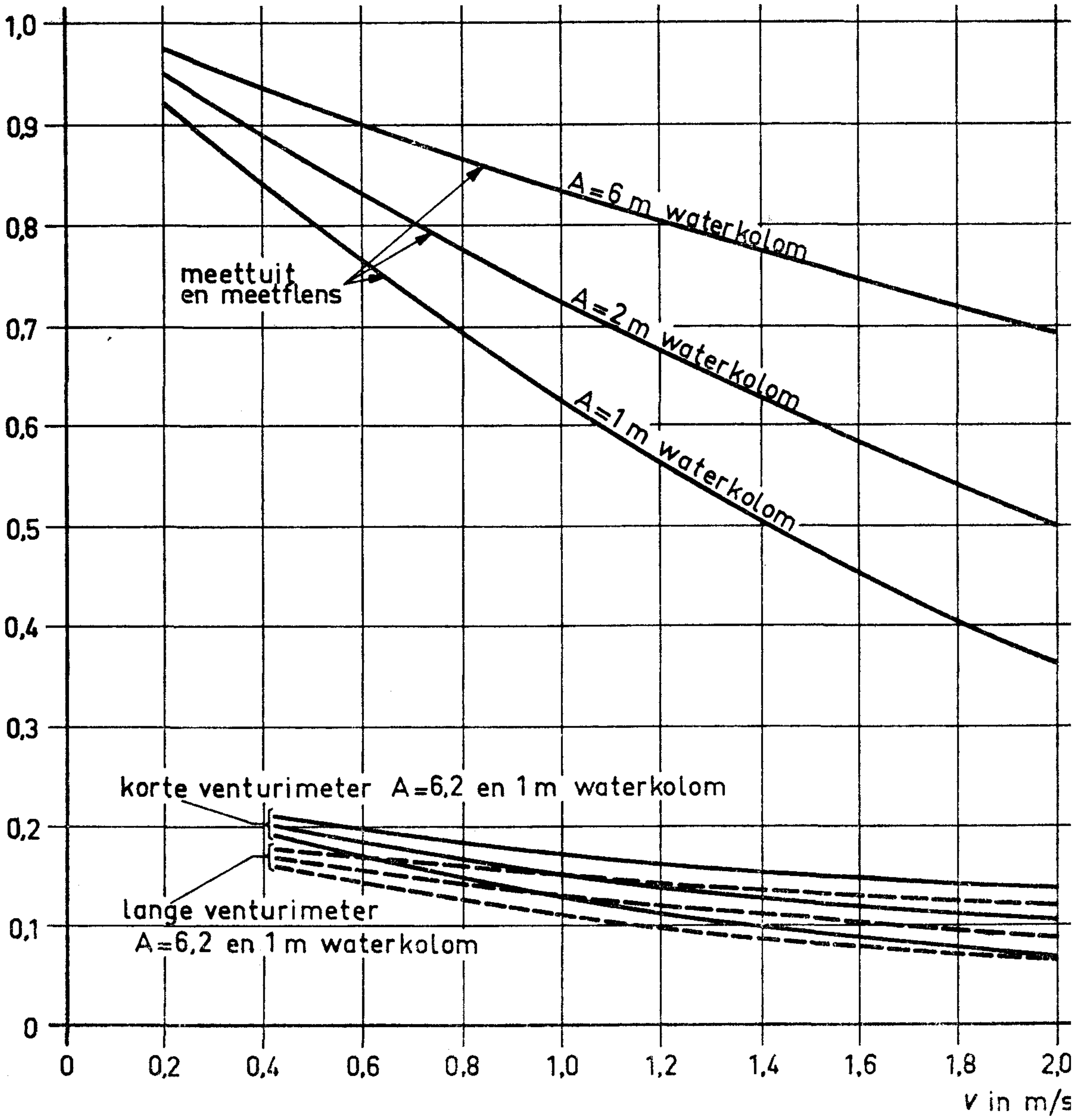


fig. 4.32 Energieverlies in meettuit, meetflens en venturimeter

aangepast. Bij een hydraulisch minder gunstige vorm der diffusor als in fig. 4.32 ondersteld zullen de energieverliezen wat groter zijn.
Daar de buis voor en na de meetinrichting dezelfde doorsnede heeft is de daling van het piezometrisch niveau gelijk aan het energieverlies.

4.11 VERLIES IN WATERMETERS

Het energieverlies en het verlies aan piezometrisch niveau in watermeters is zo sterk afhankelijk van de toegepaste constructie, dat hiervoor geen algemene regelen kunnen worden gegeven. Van geval tot geval zal gebruik moeten worden gemaakt van door de fabrikant te verstrekken inlichtingen, dan wel het optredende energieverlies door metingen moeten worden bepaald. Voor kleinere watermeters (¾″ tot 2″) definieert N 1124 het doorlaatvermogen als die hoeveelheid in m^3/uur, waarbij een drukverlies van 10 m waterkolom optreedt, terwijl de Amerikaanse voorschriften een drukverlies van 18 m waterkolom bij maximum capaciteit toelaten. Hoewel door het ronddraaiend rad niet geheel juist, kan de weerstand bij kleinere afvoeren worden berekend, door ook hier aan te nemen, dat zij evenredig met het kwadraat van de hoeveelheid afneemt. Een meter met een doorlaatvermogen van 10 m^3/uur zal dus bij een doorlaat van 5 m^3/uur een weerstand van ten hoogste 2½ m waterkolom bezitten.

4.12 VERTRAGINGSVERLIEZEN IN KANALEN

Door variatie in de vorm van de dwarsdoorsnede en bij open leidingen bovendien door wisselingen in de waterstand, kunnen voor de vertragingsverliezen in kanalen geen algemeen geldende gegevens worden verstrekt. Uitgaande van de in paragraaf 1.2 genoemde formule van Carnot en rekening houdende met hetgeen in de voorgaande paragrafen over geheel gevulde cirkelronde leidingen is medegedeeld, kunnen deze vertragingsverliezen in de meeste gevallen toch wel met

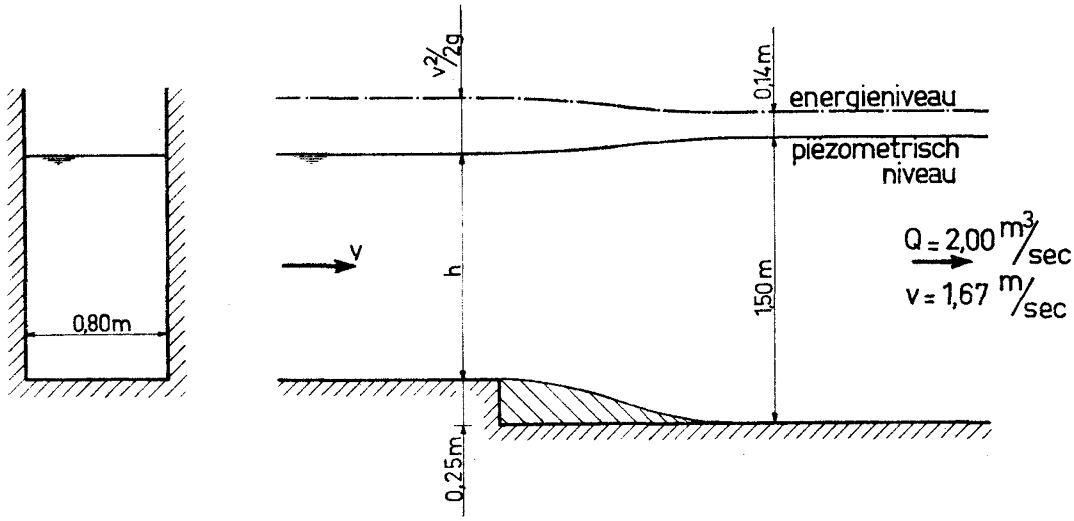


fig. 4.33 Bodemverlaging in open kanaal

voldoende nauwkeurigheid worden benaderd. Dit geldt temeer waar de stroomsnelheid in kanalen doorgaans gering is. Door een hoge wandruwheid en grote leidinglengte kunnen de wrijvingsverliezen dan nog aanzienlijk zijn, doch ten opzichte hiervan zijn de vertragingsverliezen doorgaans verwaarloosbaar.

voorbeeld

Door het in fig. 4.33 getekende rechthoekige betonkanaal met een breedte van 0,8 m moet een hoeveelheid van 2 m^3/sec worden afgevoerd. Dit kanaal vertoont in de bodem een sprong van 0,25 m. Welke waterdiepte treedt bovenstrooms van de sprong op, wanneer de benedenstroomse diepte 1,50 m bedraagt?
De energiehoogte bovenstrooms van de sprong is gelijk aan de energiehoogte benedenstrooms van de sprong vermeerderd met het vertragingsverlies. Met de benedenstroomse kanaalbodem als nullijn geldt dus:

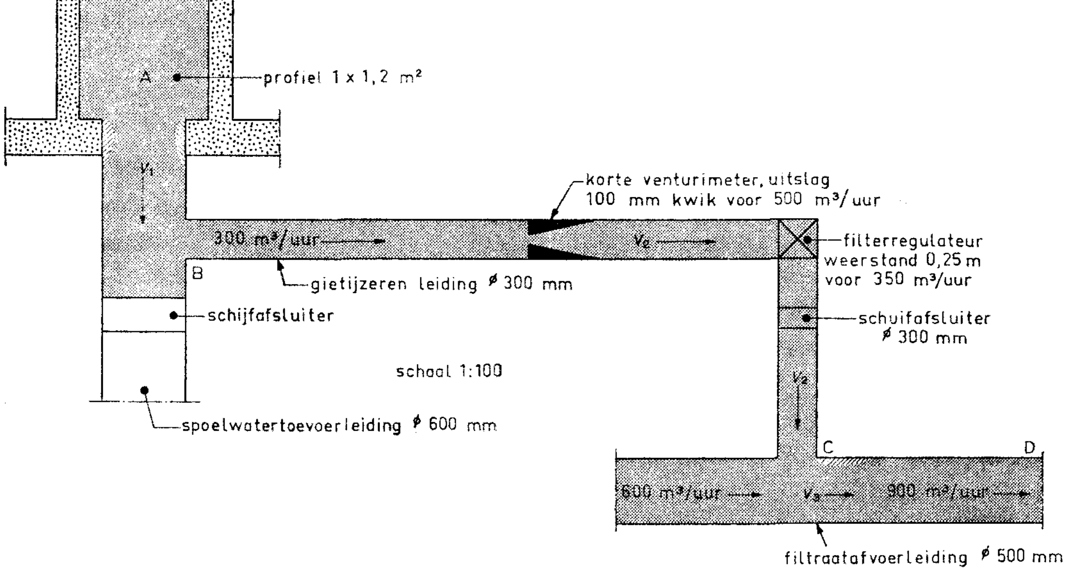
$$0{,}25 + h + \frac{v^2}{2g} = 1{,}50 + \frac{1{,}67^2}{2g} + \frac{(v - 1{,}67)^2}{2g} \quad \text{of met}$$

$$Q = 2{,}00 = v \cdot 0{,}8 \cdot h\,, \quad \text{d.w.z. } h = \frac{2{,}5}{v}$$

$$\frac{2{,}5}{v} = 1{,}53 - 0{,}17 \cdot v$$

Hieruit volgt $v = 2{,}14$ m/sec, $\frac{v^2}{2g} = 0{,}23$ m en $h = 1{,}42$ m, dit wil zeggen dat het energieniveau 1 cm daalt en de waterspiegel 8 cm stijgt.

fig. 4.34 Filtraatafvoer uit snelfilter



4.13 VOORBEELDEN

voorbeeld 1

In de plattegrond van fig. 4.34 is A het middenkanaal van een snelfilter, vanwaar het gefiltreerde water via een korte venturimeter en een regulateur naar de filtraatleiding C–D moet worden afgevoerd. Hoe hoog is de onderwaterstand in het filter bij een afvoer van 300 m³/uur, wanneer het piezometrisch niveau ter plaatse van het punt D gelijk is aan 6,00 m + NAP? Door het grote profiel van het middenkanaal A is de snelheid gering (0,07 m/sec) en de snelheidshoogte verwaarloosbaar, waardoor hier piezometrisch niveau en energieniveau samenvallen. Het energieniveau in A is gelijk aan het energieniveau in D vermeerderd met de energieverliezen over het traject A–D, terwijl het energieniveau in D tenslotte gelijk is aan het piezometrisch niveau alhier ad 6,00 m + NAP vermeerderd met de snelheidshoogte in de leiding C–D.

De energieverliezen over het traject A–D kunnen als volgt worden berekend:

Traject A–B

$Q = 300 \text{ m}^3/\text{uur} = 0{,}0834 \text{ m}^3/\text{sec}$
$F = \pi/4 . 0{,}6^2 = 0{,}283 \text{ m}^2$
$v_1 = Q/F = 0{,}29 \text{ m/sec}, \quad \dfrac{v_1^2}{2g} = 0{,}004 \text{ m}$

intrede, scherp	$0{,}5 \cdot \dfrac{v_1^2}{2g}$
wrijving, $k = 0{,}5$ mm: $0{,}019 \cdot \dfrac{1{,}2}{0{,}6}$ of	$0{,}04$
totaal	$0{,}54 \cdot \dfrac{v_1^2}{2g} = 0{,}002 \text{ m}$

Traject *B–C*

$Q = 300\ \mathrm{m^3/uur} = 0{,}0834\ \mathrm{m^3/sec}$
$F = \pi/4 . 0{,}3^2 = 0{,}0708\ \mathrm{m^2}$

$v_2 = Q/F = 1{,}18\ \mathrm{m/sec}, \quad \frac{v_2^2}{2g} = 0{,}071\ \mathrm{m}$

intrede, onder 90°, scherp, ruwe wand		$1{,}3 . \frac{v_2^2}{2g}$	
venturimeter, voor 500 m³/uur geldt $v = 1{,}2$ m/sec, $A = 1{,}36$ m waterkolom, verlies 0,13 . 1,36 = 0,18 m.			
Verlies voor 300 m³/uur: $\left(\frac{300}{500}\right)^2 . 0{,}18$ of			0,065
regulateur, weerstand 0,25 m voor 350 m³/uur, d.w.z. voor 300 m³/uur: $\left(\frac{300}{350}\right)^2 . 0{,}25$			0,184
schuifafsluiter		0,2	
wrijving, $k = 1$ mm; $0{,}027 . \frac{85}{0{,}3}$ of		<u>0,77</u>	
	totaal	$2{,}27 . \frac{v_2^2}{2g}$	$= 0{,}161$

Traject *C–D*

$Q = 900\ \mathrm{m^3/uur} = 0{,}250\ \mathrm{m^3/sec}$
$F = \pi/4 . 0{,}5^2 = 0{,}196\ \mathrm{m^2}$

$v_3 = Q/F = 1{,}28\ \mathrm{m/sec}, \quad \frac{v_3^2}{2g} = 0{,}083\ \mathrm{m}$

Samenkomst. Voor $Q_2/Q_3 = 0{,}33$ geldt

bij $D_2/D_3 = 0{,}581$: $\Delta = 0{,}87 \cdot \frac{v_3^2}{2g} =$

$$0{,}87 \cdot \left(\frac{900}{300}\right)^2 \cdot 0{,}581^4 \cdot \frac{v_2^2}{2g} = 0{,}89 \cdot \frac{v_2^2}{2g};$$

bij $D_2/D_3 = 0{,}349$: $\Delta = 7{,}4 \cdot \frac{v_3^2}{2g} =$

$$7{,}4 \cdot \left(\frac{900}{300}\right)^2 \cdot 0{,}349^4 \cdot \frac{v_2^2}{2g} = 0{,}99 \cdot \frac{v_2^2}{2g};$$

d.w.z. dat voor $D_2/D_3 = 0{,}5$ geldt $\quad 0{,}9 \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \underline{0{,}064}$

totaal generaal 0,476 m

Met het piezometrisch niveau in D op 6,00 m + NAP, ligt het energieniveau in dit punt op 6,08 m + NAP en het gezochte energieniveau en piezometrisch niveau in punt A voor een afvoer van 300 m³/uur op 6,56 m + NAP.

voorbeeld 2

Voor de drinkwatervoorziening van een bepaald gebied moet uit een reinwaterkelder A via een 8,3 km lange betonleiding met een inwendige diameter van 0,5 m een watertoren B worden gevoed. Indien het niveauverschil tussen A en B 28 meter bedraagt en de leiding 5 afsluiters, 8 bochten van 45° met $r = 1$ m en 33 bochten van 22,5° met $r = 0{,}75$ m bevat, hoe groot moet dan de opvoerhoogte van de pompen zijn voor afvoeren van 500 en 1000 m³/uur?

De benodigde opvoerhoogte van de pompen bestaat uit 3 delen:

a statische opvoerhoogte 28 m

b vertragingsverliezen

$Q = 500\text{–}1000\ m^3/uur = 0{,}139\text{–}0{,}278\ m^3/sec$

$F = \pi/4 . 0{,}5^2 \quad = 0{,}196\ m^2$

$v = 0{,}71\text{–}1{,}42\ m/sec, \ \frac{v^2}{2g} = 0{,}026\text{–}0{,}103\ m$

intrede	$0{,}5 . \frac{v^2}{2g}$	
5 afsluiters à 0,2	1,0	
8 bochten van 45°. Met $k = 0{,}5$ mm, $D = 0{,}5$ m volgt $\lambda = 0{,}02$ en als		
weerstand $8 . 0{,}65 . 15 . 0{,}02 . \sqrt{\frac{0{,}5}{1}} =$	1,1	
33 bochten van 22,5°: 33 . 0,05	1,7	
uitloop	1,1	
totaal	$5{,}4 . \frac{v^2}{2g}$ of	0,14 – 0,56 m

c wrijvingsweerstand. Met $k = 0{,}5$ mm en $t = 10°C$ geeft tekening 5.8 bij $D = 0{,}5$ m voor 500 en 1000 m^3/uur een verhang van respectievelijk 0,00106 en 0,00412. Over 8300 m — 8,35 – 34,2 m

totaal generaal 36,5 – 62,8 m

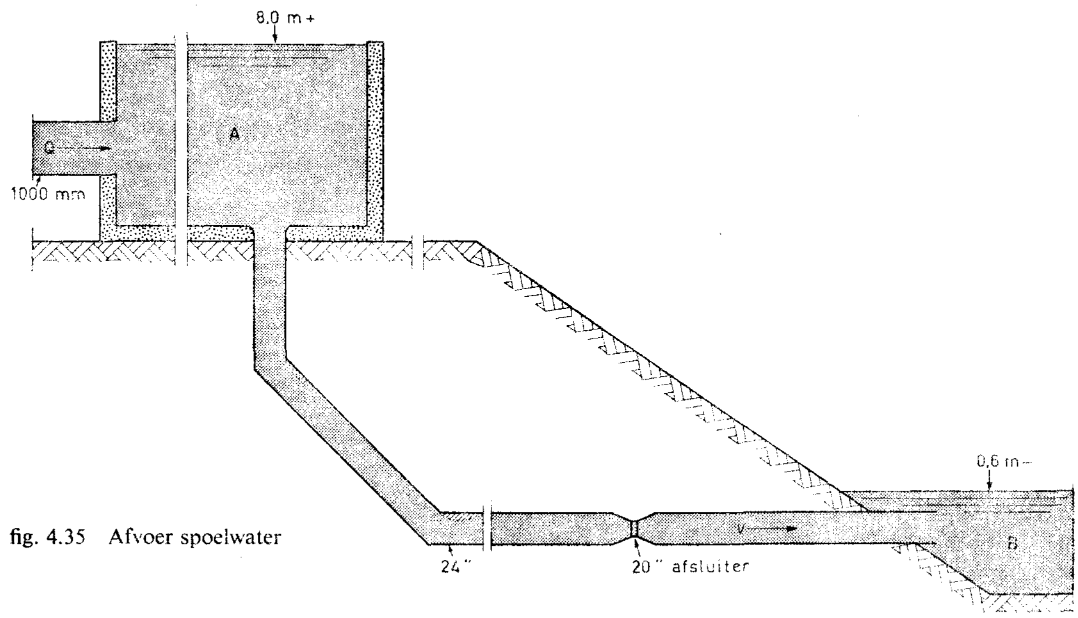


fig. 4.35 Afvoer spoelwater

voorbeeld 3

In de betonnen bak A van fig. 4.35 mondt uit een 1000 mm ruwwateraanvoerleiding. Periodiek moet deze leiding worden schoongespoeld, waarbij het spoelwater door een 24″ oude gietijzeren leiding naar sloot B wordt afgevoerd. Indien deze afvoerleiding een ontwikkelde lengte van 35 m heeft, met welke snelheid kan de aanvoerleiding dan worden schoongespoeld zonder dat bak A overloopt?
Wordt de snelheid in de spoelwaterafvoerleiding v genoemd, dan bedragen de verliezen:

inloop, afgerond met kleine straal	$0{,}1 \cdot \frac{v^2}{2g}$
2 bochten 45°, $r = 0{,}60$ m. Met $k = 5$ mm en $D = 610$ mm volgt uit fig. 4.1 een waarde van λ gelijk 0,036 en als bochtverlies	
$2 . 0{,}65 . 15 . 0{,}036 \sqrt{\frac{0{,}61}{0{,}6}}$ of	0,7
20″ afsluiter in 24″ leiding, m $= \frac{20}{24} = 0{,}83$,	
plotselinge verwijding, verlies volgens fig. 4.24	0,6
uitloop	1,1
wrijving $0{,}036 \cdot \frac{35}{0{,}61}$	2,1
totaal	$4{,}6 \cdot \frac{v^2}{2g}$

Dit verval mag ten hoogste gelijk zijn aan het maximale beschikbare verval van 8,6 m. Voor de 24″ leiding volgt hieruit $v = 6{,}05$ m/sec en $Q = 6360$ m³/uur. Voor de 1000 mm leiding komt dit overeen met een snelheid van 2,25 m/sec, hetgeen ruim voldoende is.

hoofdstuk 5

tabellen en tekeningen

TABEL 5.1 KINEMATISCHE VISCOSITEIT VAN SCHOON WATER

temperatuur in °C	kin. viscositeit in centipoises*	temperatuur in °C	kin. viscositeit in centipoises*
0	1,792	30	0,804
1	1,732	32	0,771
2	1,674	34	0,740
3	1,619	36	0,711
4	1,568	38	0,684
5	1,519	40	0,658
6	1,473	42	0,634
7	1,429	44	0,612
8	1,387	46	0,592
9	1,348	48	0,574
10	1,310	50	0,557
11	1,274	52	0,540
12	1,240	54	0,524
13	1,207	56	0,508
14	1,176	58	0,493
15	1,146	60	0,478
16	1,117	62	0,464
17	1,089	64	0,451
18	1,062	66	0,438
19	1,036	68	0,426
20	1,011	70	0,414
21	0,986	72	0,403
22	0,963	74	0,393
23	0,940	76	0,383
24	0,919	78	0,374
25	0,898	80	0,366
26	0,877	85	0,346
27	0,858	90	0,327
28	0,839	95	0,310
29	0,821	100	0,295

* 1 centipoise = 10^{-6} m^2/sec, 1 poise = 1 cm^2/sec

TABEL 5.2 KINEMATISCHE VISCOSITEIT VAN VERONTREINIGD WATER

Zeewater:

$$\upsilon = \upsilon_o + 0{,}012 \cdot \frac{c}{10000} \cdot 10^{-6}\ m^2/sec$$

waarin c het zoutgehalte in mg/l en υ_o de kinematische viscositeit van schoon water (tabel 5.1) bij de gegeven temperatuur.

Afvalwater:

De kinematische viscositeit van huishoudelijk afvalwater bij een temperatuur van t°C is gelijk aan die van schoon water bij een temperatuur van t–6°C.

TABEL 5.3 SOORTELIJK GEWICHT EN KINEMATISCHE VISCOSITEIT VAN AARDOLIEPRODUKTEN

	temperatuur in °C	soortelijk gewicht in kg/m³	temperatuur in °C	kin. viscositeit in centipoises*
gasolie	15	680	15	0,46
gasolie	15	702	15	0,55
gasolie	15	726	15	0,59
gasolie	15	748	15	0,89
petroleum	15	799	20	2,0
petroleum	15	809	20	2,3
petroleum	15	817	20	2,8
dieselolie	15	857	20	4,1
stookolie	15	930	20	52
motorolie	15	911	20	94
aardolie, Burma	15	888	20	19
aardolie, M.-Oosten	15	860	20	30
aardolie, Venezuela	15	899	20	55
aardolie, Argentinië	15	968	20	68

* 1 centipoise = 10^{-6} m²/sec

TABEL 5.4 SOORTELIJK GEWICHT EN KINEMATISCHE VISCOSITEIT VAN VERSCHILLENDE VLOEISTOFFEN

		Kinematische viscositeit in centipoises*			Soortelijk gewicht in kg/m³		
		-50°C	0°C	20°C	-50°C	0°C	20°C
chloor	Cl_2	0,345	0,258		1595	1496	
ammoniak	NH_3	0,453	0,378	0,361	695	630	609
kooldioxide	CO_2	0,134	0,0941	0,0621	1154	915	772
difluordichloormethaan	CF_2Cl_2	0,305	0,204	0,190	1546	1394	1329
chloroform	$CHCl_3$			0,448			1490
tetrachloorkoolstof	CCl_4			0,606			1594
propaan	C_3H_8			0,204			501
n-butaan	C_4H_{10}			0,288			579
isobutaan	C_4H_{10}			0,386			557
n-hexaan	C_6H_{14}			0,467			659
n-octaan	C_8H_{18}			0,777			703
n-decaan	$C_{10}H_{22}$			1,262			730
benzeen	C_6H_6			0,739			879
styreen	C_8H_8			0,820			903
methanol	CH_4O			0,738			792
ethanol	C_2H_6O			1,523			789
ethyleenglycol	$C_2H_6O_2$			18,36			1112
glycerol	$C_3H_8O_3$			1189			1261
mierenzuur	CH_2O_2			1,468			1220
azijnzuur	$C_2H_4O_2$			1,154			1049
acetonitril	C_2H_3N			0,461			781

* 1 centipoise = 10^{-6} m^2/sec

TABEL 5.5 INWENDIGE DIAMETER EN OPPERVLAKTE DWARSDOORSNEDE VAN CIRKELRONDE BUIZEN

D in mm	F in m^2	D in mm	F in m^2	D in mm	F in m^2
6,2	$3{,}019.10^{-5}$	120	$1{,}131.10^{-2}$	541	$2{,}299.10^{-1}$
10	$7{,}854.10^{-5}$	125	$1{,}227.10^{-2}$	569	$2{,}543.10^{-1}$
12	$1{,}131.10^{-4}$	127,4	$1{,}275.10^{-2}$	580	$2{,}642.10^{-1}$
13	$1{,}327.10^{-4}$	128	$1{,}287.10^{-2}$	600	$2{,}827.10^{-1}$
15	$1{,}767.10^{-4}$	150	$1{,}767.10^{-2}$	618	$3{,}000.10^{-1}$
16	$2{,}011.10^{-4}$	152	$1{,}815.10^{-2}$	620	$3{,}019.10^{-1}$
19,8	$3{,}079.10^{-4}$	175	$2{,}405.10^{-2}$	680	$3{,}632.10^{-1}$
20	$3{,}142.10^{-4}$	178	$2{,}489.10^{-2}$	692	$3{,}761.10^{-1}$
25	$4{,}909.10^{-4}$	200	$3{,}142.10^{-2}$	700	$3{,}848.10^{-1}$
25,6	$5{,}147.10^{-4}$	205	$3{,}301.10^{-2}$	750	$4{,}418.10^{-1}$
30	$7{,}069.10^{-4}$	225	$3{,}976.10^{-2}$	770	$4{,}657.10^{-1}$
32,4	$8{,}245.10^{-4}$	231	$4{,}191.10^{-2}$	780	$4{,}778.10^{-1}$
39,2	$1{,}207.10^{-3}$	250	$4{,}909.10^{-2}$	800	$5{,}027.10^{-1}$
40	$1{,}257.10^{-3}$	258	$5{,}228.10^{-2}$	850	$5{,}675.10^{-1}$
50	$1{,}964.10^{-3}$	275	$5{,}940.10^{-2}$	896	$6{,}305.10^{-1}$
51	$2{,}043.10^{-3}$	280	$6{,}158.10^{-2}$	900	$6{,}362.10^{-1}$
52	$2{,}124.10^{-3}$	300	$7{,}069.10^{-2}$	980	$7{,}543.10^{-1}$
60	$2{,}827.10^{-3}$	309	$7{,}499.10^{-2}$	1000	$7{,}854.10^{-1}$
63,2	$3{,}137.10^{-3}$	350	$9{,}621.10^{-2}$	1100	$9{,}503.10^{-1}$
70	$3{,}848.10^{-3}$	380	$1{,}134.10^{-1}$	1200	1,131
75,8	$4{,}513.10^{-3}$	386	$1{,}170.10^{-1}$	1300	1,327
77	$4{,}657.10^{-3}$	400	$1{,}257.10^{-1}$	1400	1,539
80	$5{,}027.10^{-3}$	450	$1{,}590.10^{-1}$	1500	1,767
88,4	$6{,}138.10^{-3}$	463	$1{,}684.10^{-1}$	1600	2,011
100	$7{,}854.10^{-3}$	480	$1{,}810.10^{-1}$	1700	2,270
101	$8{,}012.10^{-3}$	500	$1{,}964.10^{-1}$	1800	2,545
102	$8{,}171.10^{-3}$	516	$2{,}091.10^{-1}$	1900	2,835
				2000	3,142

TABEL 5.6 SNELHEIDSHOOGTE

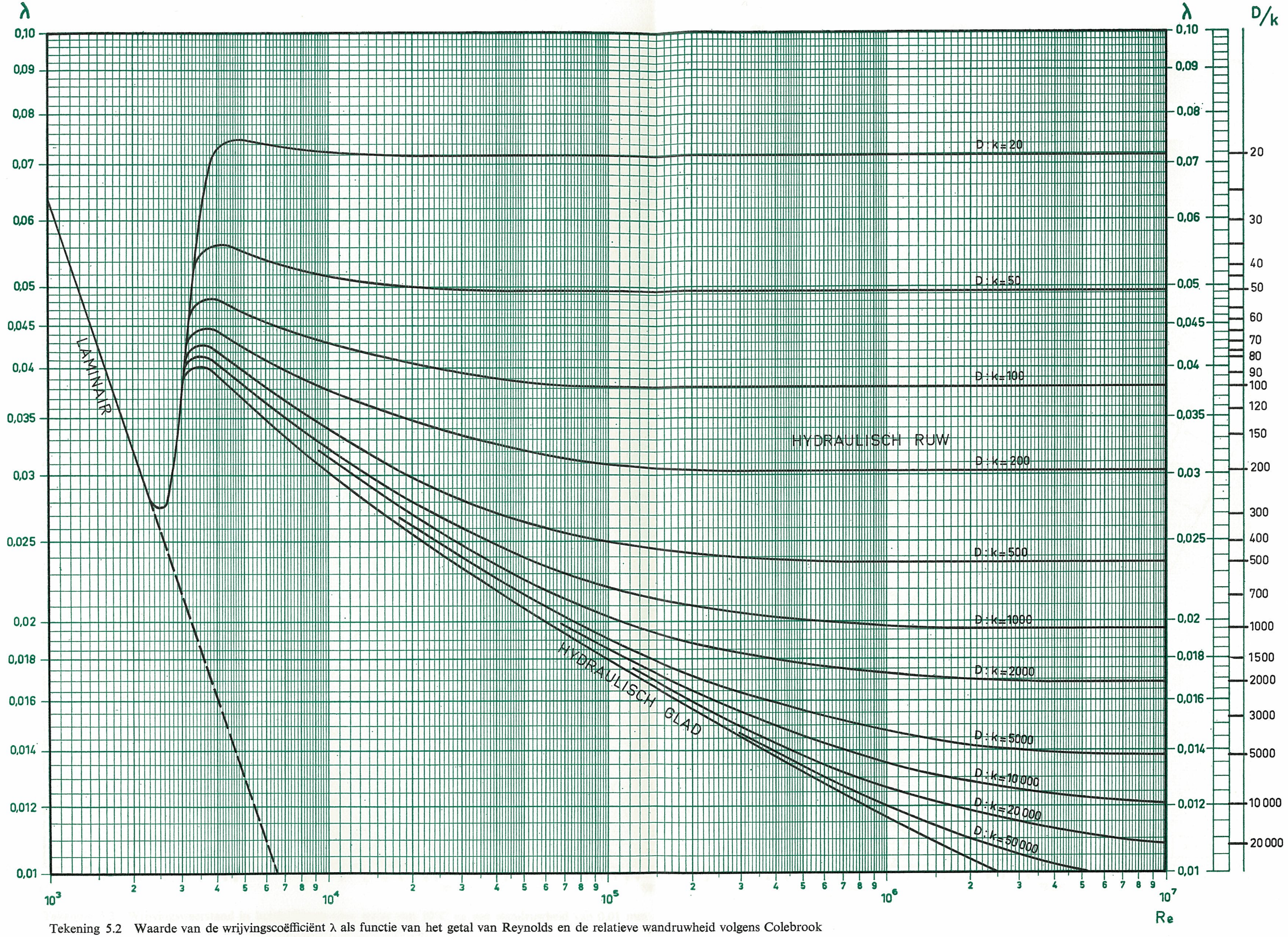
v in m/sec	$\frac{v^2}{2g}$ in m	v in m/sec	$\frac{v^2}{2g}$ in m	v in m/sec	$\frac{v^2}{2g}$ in m
0,0	0,000	2,0	0,204	3,5	0,624
0,1	0,001	2,05	0,214	3,55	0,642
0,2	0,002	2,1	0,225	3,6	0,661
0,3	0,005	2,15	0,236	3,65	0,679
0,4	0,008	2,2	0,247	3,7	0,698
0,5	0,013	2,25	0,258	3,75	0,717
0,6	0,018	2,3	0,270	3,8	0,736
0,7	0,025	2,35	0,281	3,85	0,755
0,8	0,033	2,4	0,294	3,9	0,775
0,9	0,041	2,45	0,306	3,95	0,795
1,0	0,051	2,5	0,319	4,0	0,815
1,05	0,056	2,55	0,331	4,1	0,857
1,1	0,062	2,6	0,345	4,2	0,899
1,15	0,067	2,65	0,358	4,3	0,942
1,2	0,073	2,7	0,372	4,4	0,987
1,25	0,080	2,75	0,385	4,5	1,032
1,3	0,086	2,8	0,400	4,6	1,078
1,35	0,093	2,85	0,414	4,7	1,126
1,4	0,100	2,9	0,429	4,8	1,174
1,45	0,107	2,95	0,444	4,9	1,224
1,5	0,115	3,0	0,459	5,0	1,274
1,55	0,122	3,05	0,474	5,1	1,326
1,6	0,130	3,1	0,490	5,2	1,378
1,65	0,139	3,15	0,506	5,3	1,432
1,7	0,147	3,2	0,522	5,4	1,486
1,75	0,156	3,25	0,538	5,5	1,542
1,8	0,165	3,3	0,555	5,6	1,598
1,85	0,174	3,35	0,572	5,7	1,656
1,9	0,184	3,4	0,589	5,8	1,715
1,95	0,194	3,45	0,607	5,9	1,774

wand-ruwheid	getrokken buis van messing, koper en lood	tekening
0,01 mm	plastieken buis van kleine diameter geasfalteerde asbest-cement buis centrifugaal geasfalteerde gecentrifugeerde gietijzeren en naadloos stalen buis	5.3
0,02 mm	plastiek bekleding geasfalteerde getrokken stalen buis gladde asbest-cement buis	5.4
0,05 mm	nieuwe naadloos stalen buis spanbetonbuis volgens Freyssinet geasfalteerde gecentrifugeerde gietijzeren en gelaste stalen buis P.V.C. buis van grote diameter	5.5

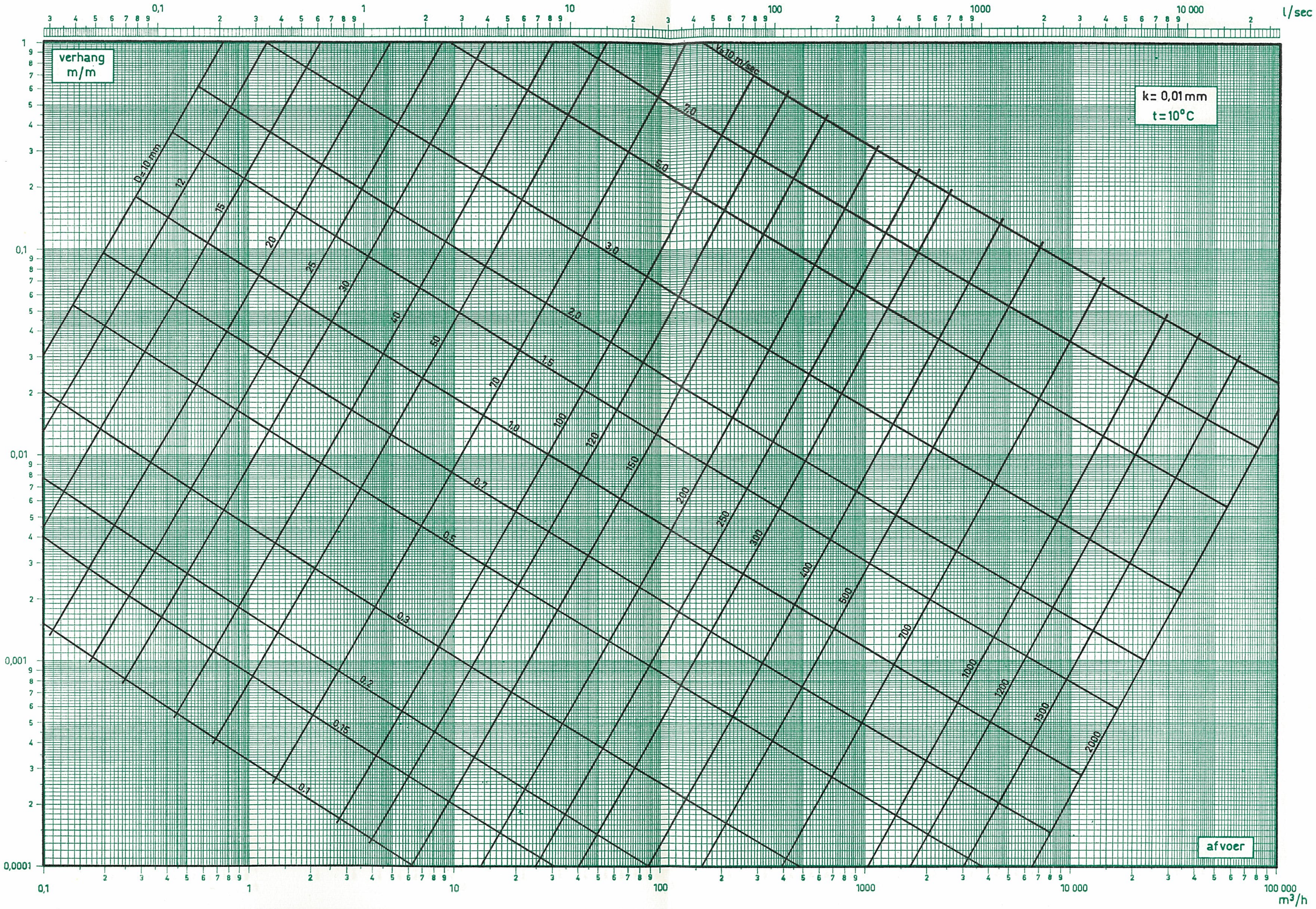
wand-ruwheid		tekening
0,1 mm	asbest-cement buis geschuurde cement hoofdleidingen volgens D.V.G.W. nieuwe verzinkt stalen buis geasfalteerde gietijzeren buis	5.6
0,2 mm	licht geroest naadloos stalen buis nieuwe gelaste stalen buis gresbuis nieuwe gecentrifugeerde gietijzeren buis spanbetonbuis gladde rioolleiding, recht en zonder aansluitingen	5.7
0,5 mm	matig geroeste naadloos stalen buis gecentrifugeerde cement bekleding gladde rioolleiding met aansluitingen distributieleidingen volgens D.V.G.W. gecentrifugeerde betonbuis nieuwe gietijzeren buis gladde beton matig geroeste gelaste stalen buis	5.8

wand-ruwheid		tekening
1 mm	betonbuis gladde draineerleiding beton rechte rioolleiding zonder aansluitingen nieuwe geklonken stalen leiding sterk geroeste naadloos stalen buis gietijzeren buis met lichte pokvorming	5.9
2 mm	rioolleiding met aansluitingen sterk geroeste gelaste stalen buis poreuse betonnen draineerleiding nieuwe geklonken stalen leiding met overlap ruwe beton sterk geroeste geklonken stalen leiding gietijzeren buis met sterke pokvorming	5.10
5 mm	sterk geroeste geklonken stalen leiding met overlap gietijzeren buis met zeer sterke pokvorming	5.11

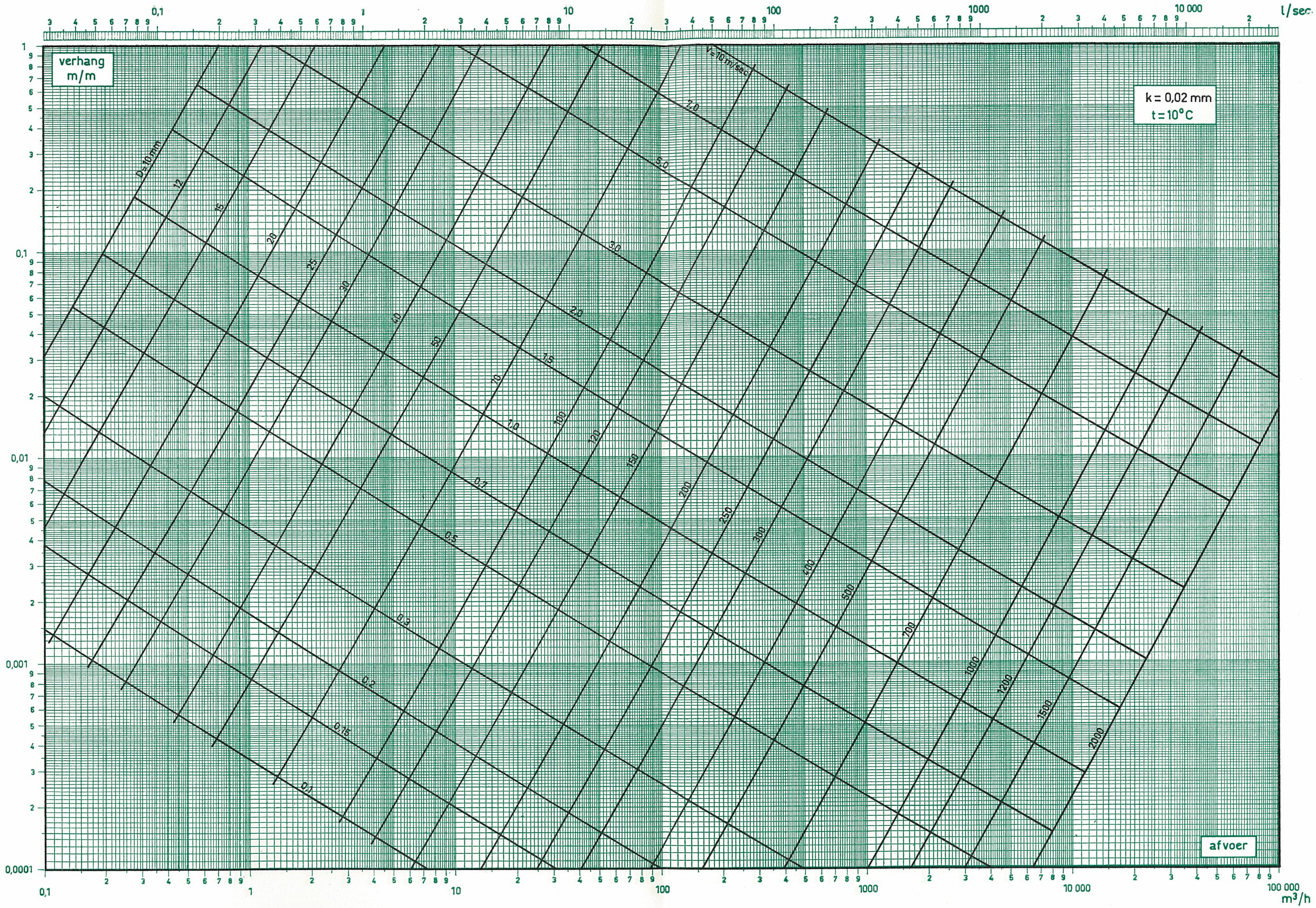
Tekening 5.1 Grootte van de wandruwheid



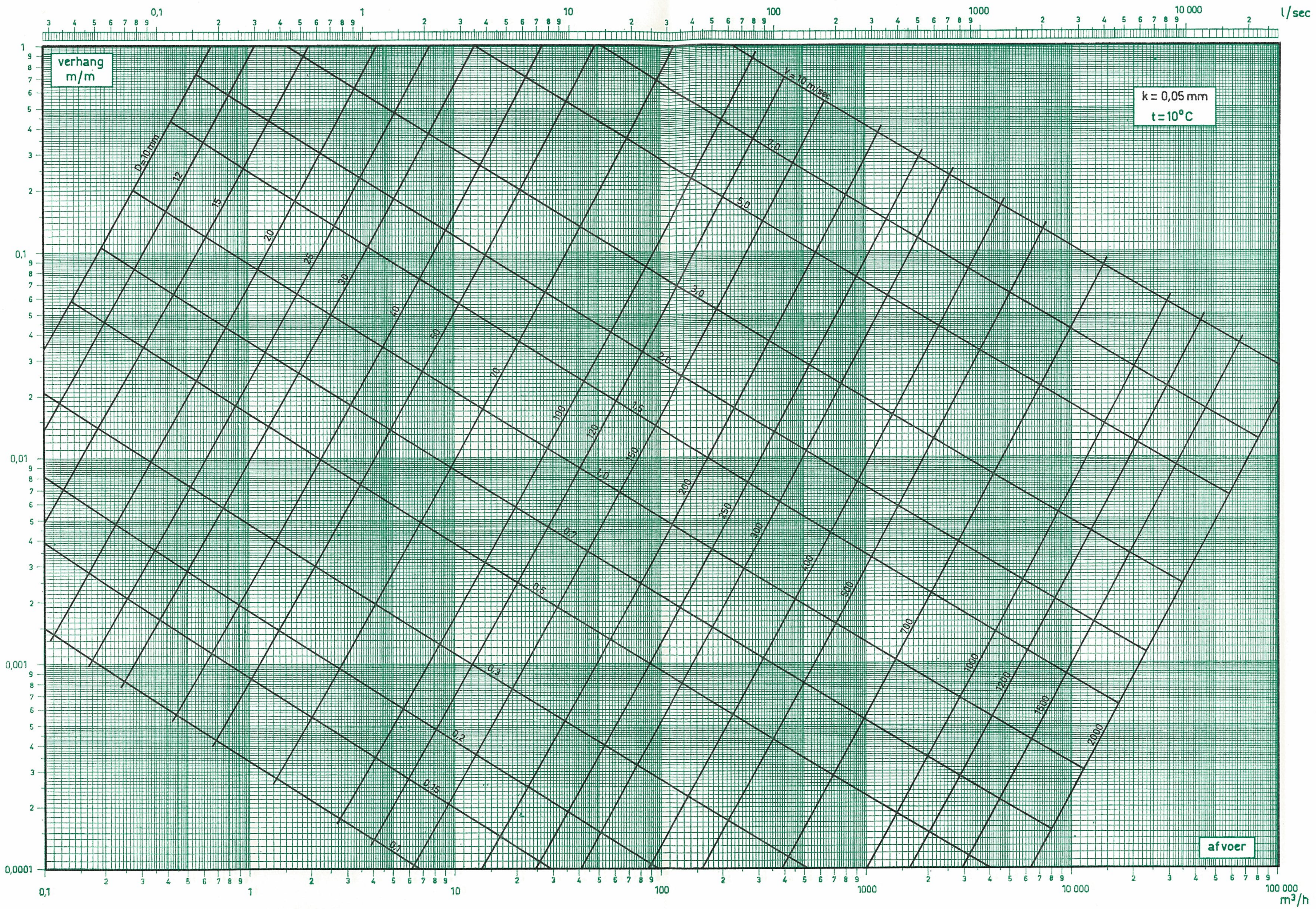
Tekening 5.2 Waarde van de wrijvingscoëfficiënt λ als functie van het getal van Reynolds en de relatieve wandruwheid volgens Colebrook



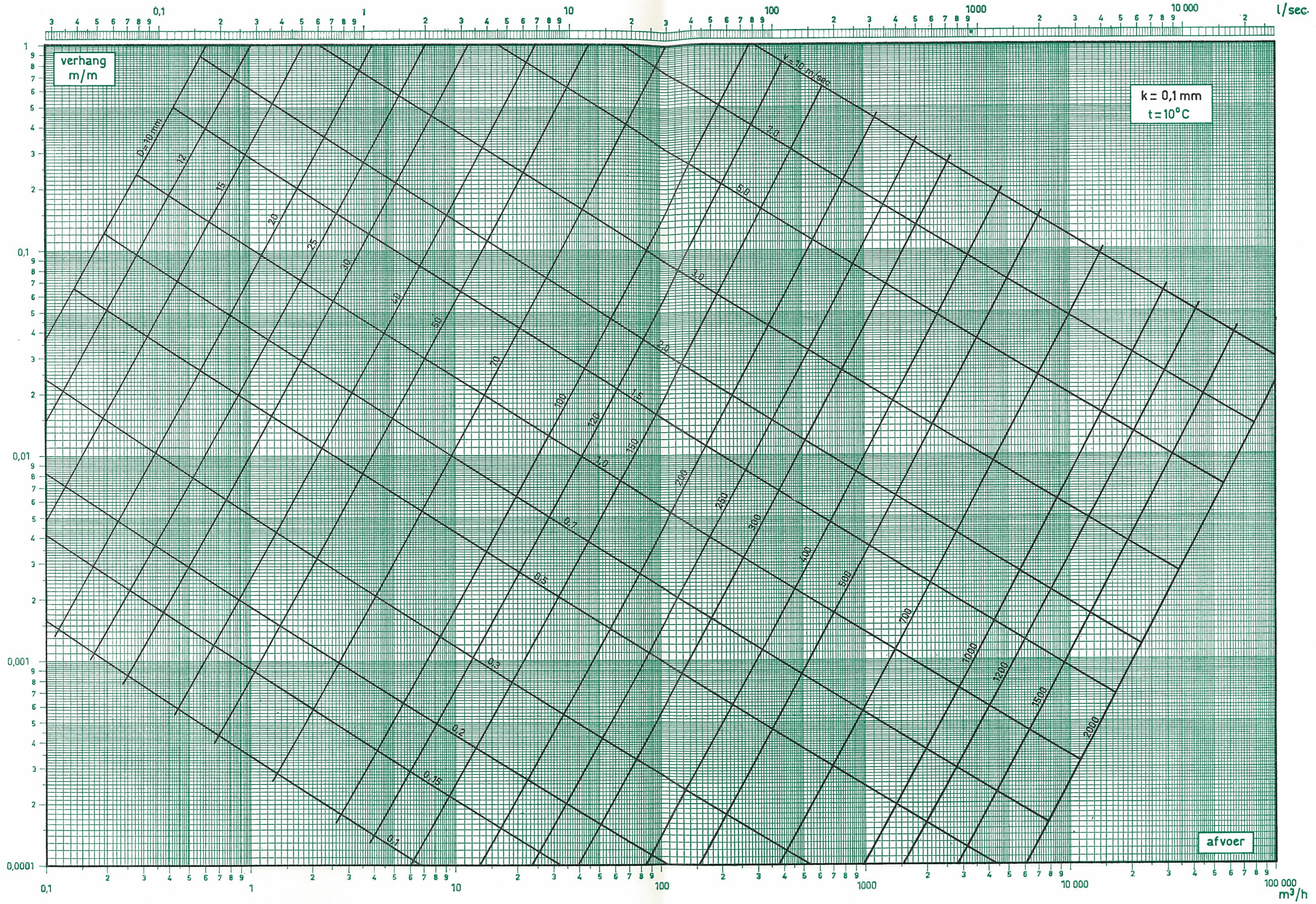
Tekening 5.3 Wrijvingsweerstand in buisleidingen voor water van 10°C en een wandruwheid van 0,01 mm



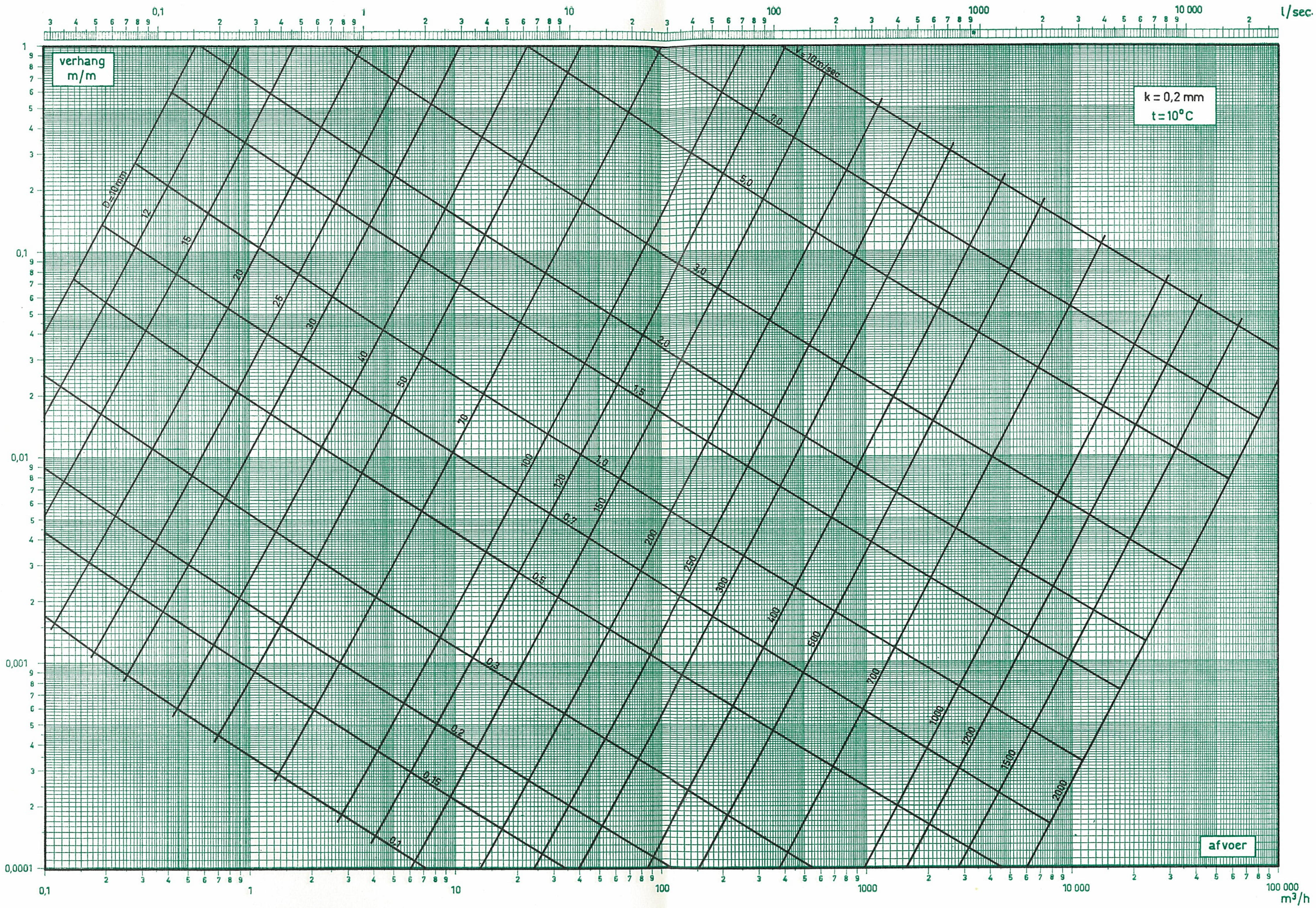
Tekening 5.4 Wrijvingsweerstand in buisleidingen voor water van 10°C en een wandruwheid van 0,02 mm



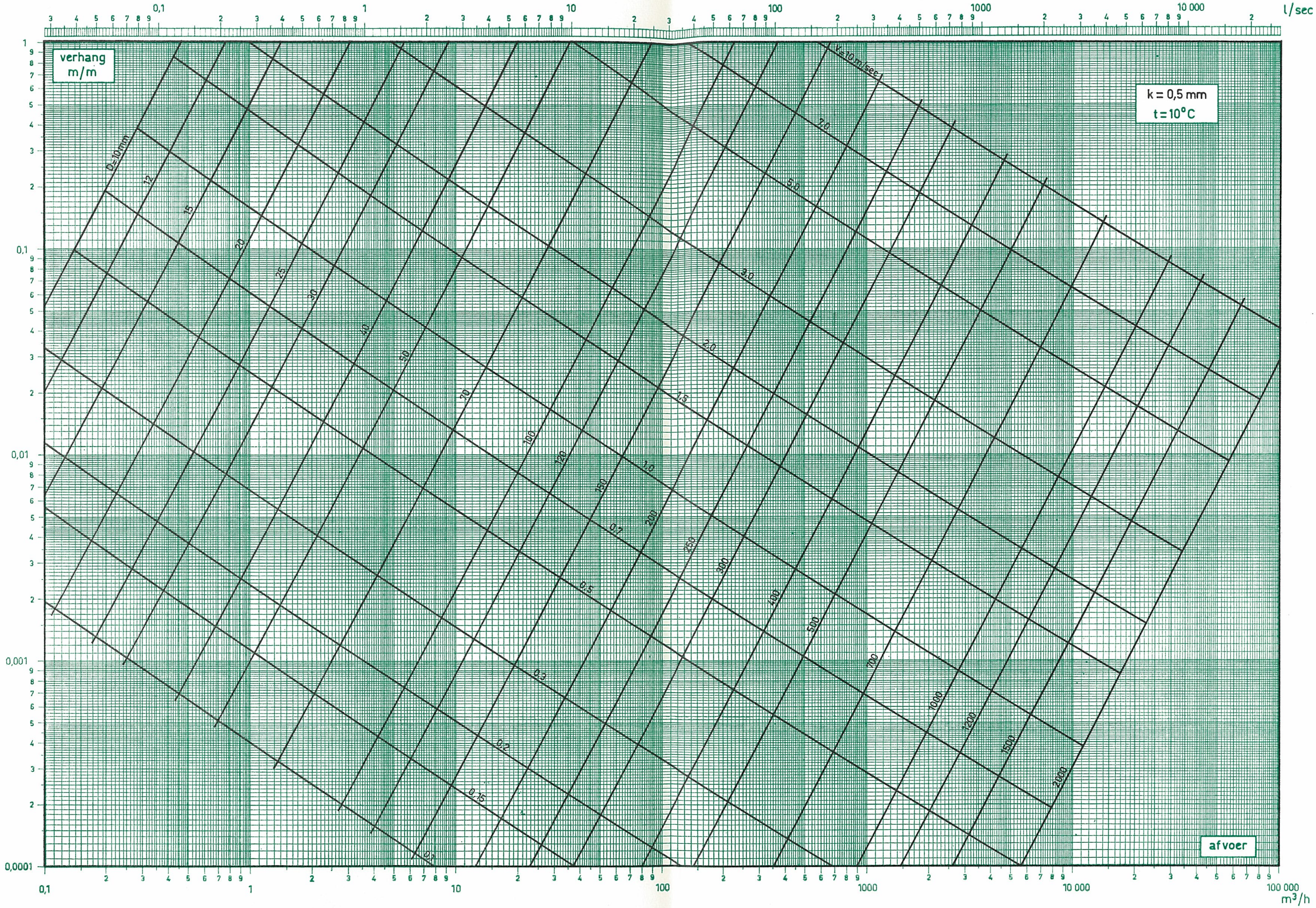
Tekening 5.5 Wrijvingsweerstand in buisleidingen voor water van 10°C en een wandruwheid van 0,05 mm



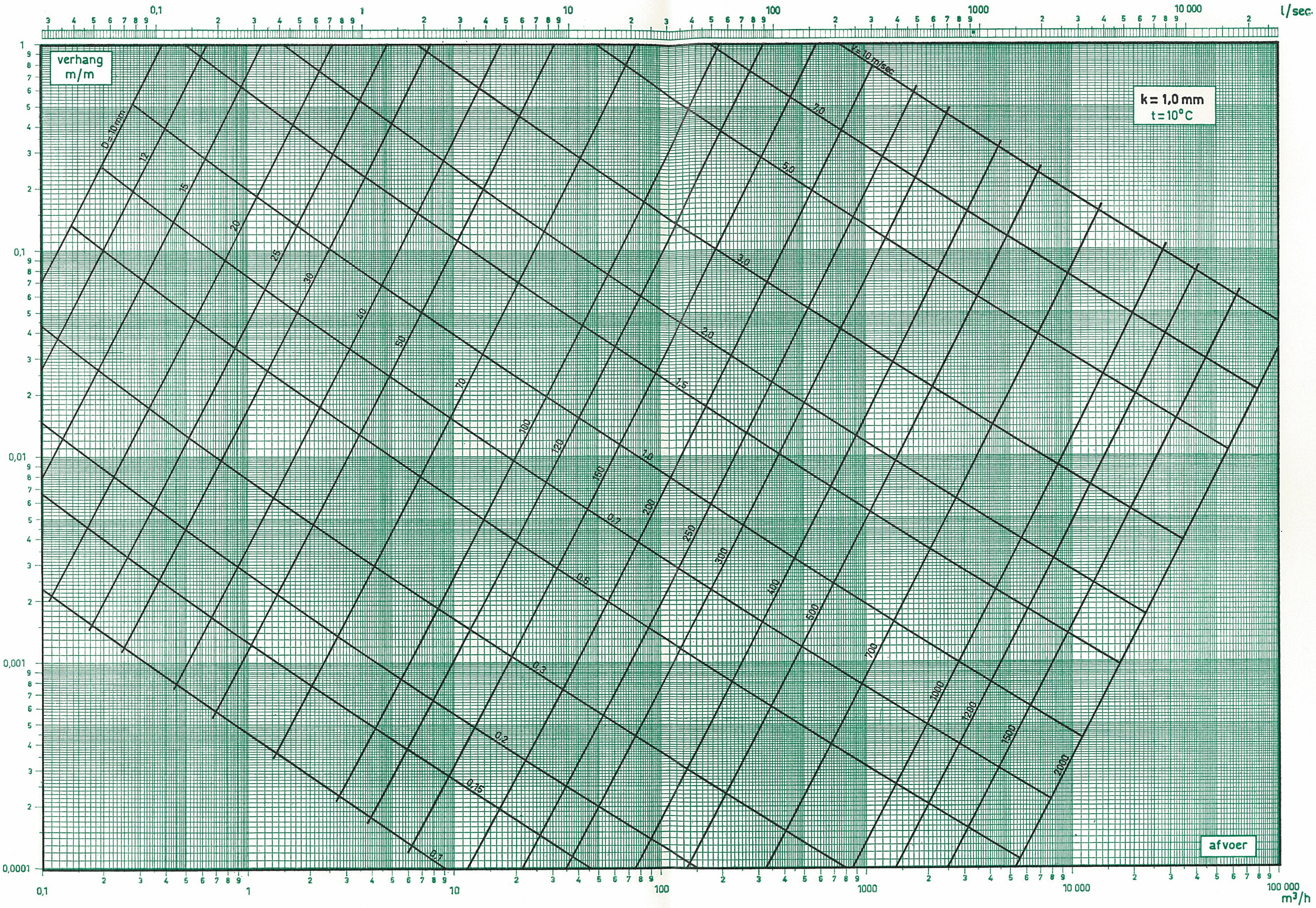
Tekening 5.6 Wrijvingsweerstand in buisleidingen voor water van 10°C en een wandruwheid van 0,1 mm



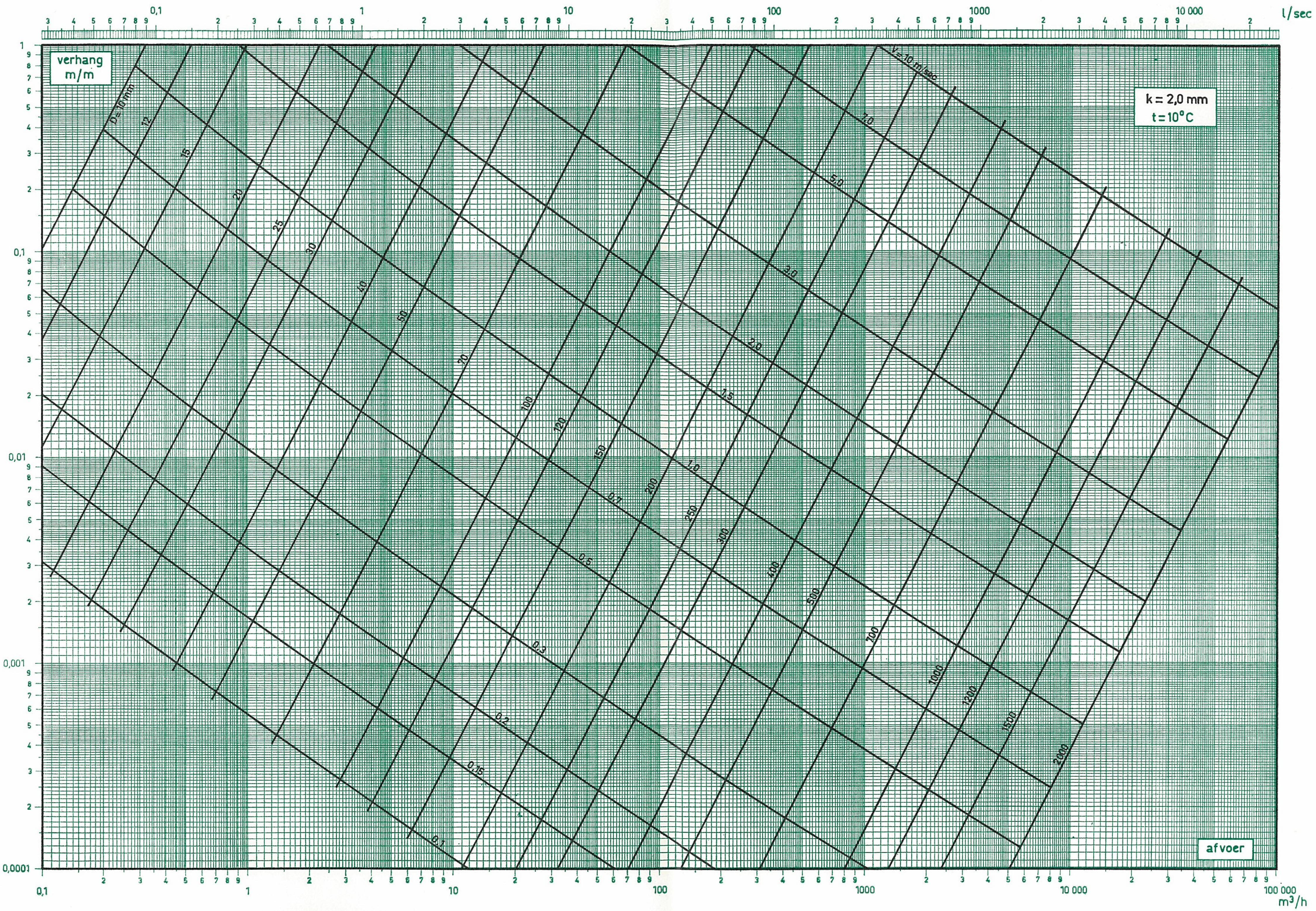
Tekening 5.7 Wrijvingsweerstand in buisleidingen voor water van 10°C en een wandruwheid van 0,2 mm



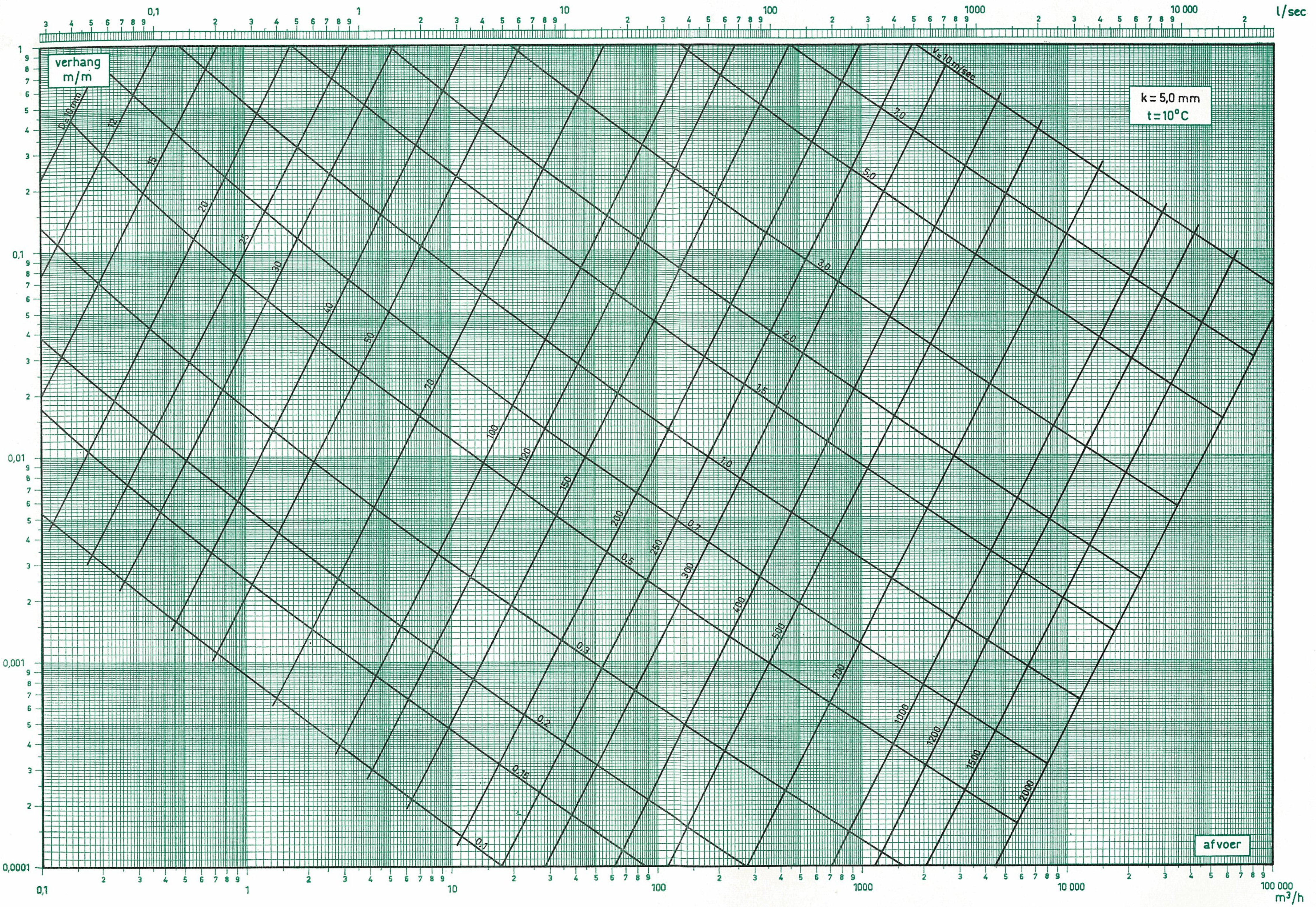
Tekening 5.8 Wrijvingsweerstand in buisleidingen voor water van 10°C en een wandruwheid van 0,5 mm



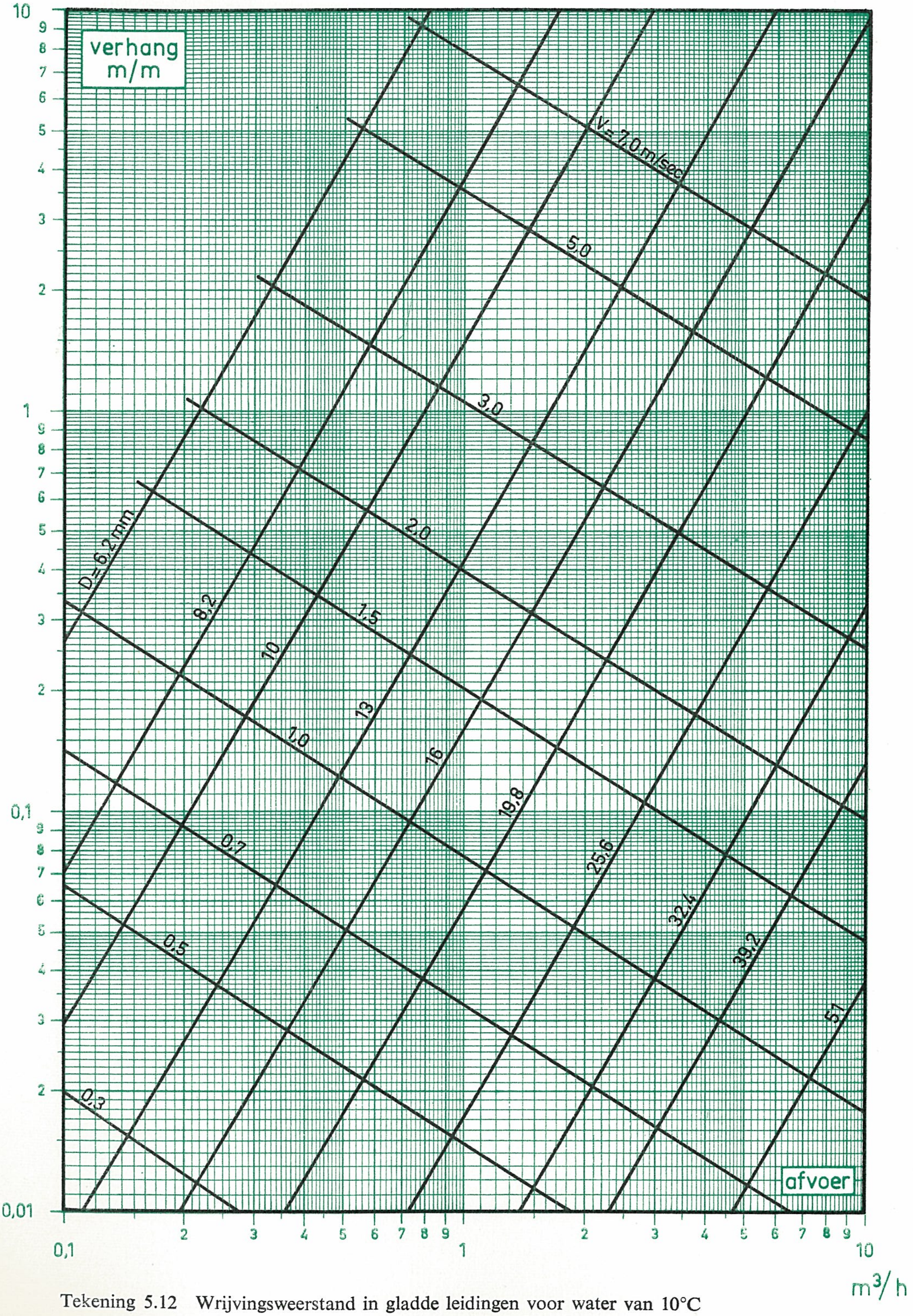
Tekening 5.9 Wrijvingsweerstand in buisleidingen voor water van 10°C en een wandruwheid van 1,0 mm



Tekening 5.10 Wrijvingsweerstand in buisleidingen voor water van 10°C en een wandruwheid van 2,0 mm



Tekening 5.11 Wrijvingsweerstand in buisleidingen voor water van 10°C en een wandruwheid van 5,0 mm



Tekening 5.12 Wrijvingsweerstand in gladde leidingen voor water van 10°C